

LEZIONE DEL 06/03/2007

14

CON RIFERIMENTO ALL'ESERCIZIO INIZIATO LA LEZIONE
SCORSA RIASSUMIAMO QUANTO SVOLTO FIN'ORA:

IN UNA CONFIGURAZIONE IN CUI SONO ASSEGNATE LE SORGENTI
DI CAMPO, E' STATA FATTA UNA VALUTAZIONE DELLA
PIU' PLAUSIBILE MAPPA DI CAMPO, AVVALENDOCI
DELLA LEGGE DI AMPERE E DELLA LEGGE DI GAUSS:

LEGGE DI AMPERE: $\oint_T \vec{H} \cdot d\vec{l} = F_{MM}$

LEGGE DI GAUSS
APPLICATA AL CAMPO
MAGNETICO: $\oint_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = 0$

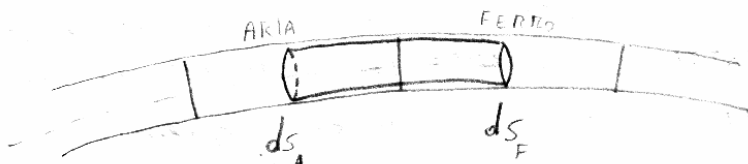
A QUESTE LEGGI ABBIAMO AFFIANCATO DELLE VALUTAZIONI
SULLA GEOMETRIA DEL PROBLEMA E, CON OPPORTUNE IPOTESI
(QUALI LA BIVOCITA' DEL LEGAME B-H) ABBIAMO CONCLUSO
CHE:

- LA CADUTA DI F_{MM} NEL FERRO E' TRASCURABILE
E CIO' IN QUANTO:

$$F_{MMA} + F_{MMF} = H_A L_A + H_F L_F = \frac{B_A}{\mu_A} L_A + \frac{B_F}{\mu_F} L_F$$

$$\begin{cases} F_{MMF} = \int_T \vec{H}_F \cdot d\vec{l} = H_{F \text{ medio}} \cdot L_F \\ F_{MMA} = \int_{T_A} \vec{H}_A \cdot d\vec{l} = H_{A \text{ medio}} \cdot L_A \end{cases}$$

APPLICANDO LA LEGGE DI GAUSS AD UN TUBO DI FLUSSO



$$\phi_A = \phi_F \Rightarrow B'_{A \text{ medio}} dS_A = B'_{F \text{ medio}} dS_F$$

IN ASSENZA DI BRUSCHE VARIAZIONI DI SEZIONE
(ERGO $ds_A \approx ds_B$) POSSIAMO PORRE:

(15)

$$B'_{A \text{ MEDIO}} \approx B'_{F \text{ MEDIO}}$$
$$\Rightarrow F_{MMA} + F_{MMF} = \frac{B'_{A \text{ MEDIO}}}{\mu_A} L_A \left(1 + \frac{L_F}{L_A} \cdot \frac{\mu_A}{\mu_F} \right)$$

OVVERO, NELLE SUCCITATE IPOTESI

$$F_{MMA} + F_{MMF} \approx \frac{B'_{A \text{ MEDIO}}}{\mu_A} \cdot L_A \approx F_{MMA}$$

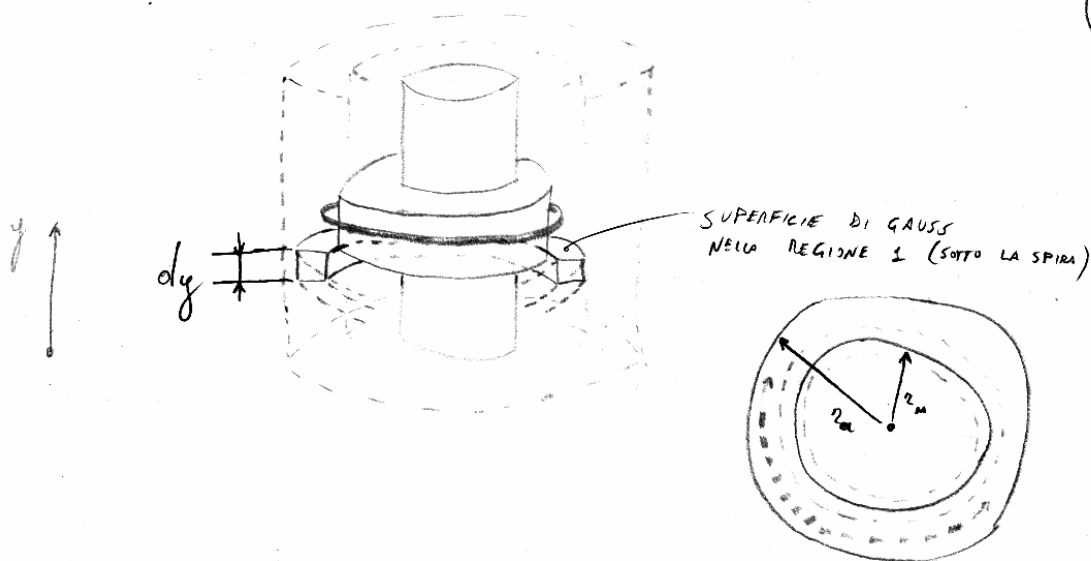
QUANTO APPENA SCRITTO SERVE A COMPLETAMENTO DELLA
SFUGGENTE E INESATTA TRATTAZIONE RIPORTATA A PAG 10

PROSEGUENDO CON LA RISOLUZIONE DEL PROBLEMA,
FATTA LA DISTINZIONE IN DUE REGIONI DEL SISTEMA
(REGIONE 1 - SOTTO LA SPIRA; REGIONE 2 - SOPRA LA SPIRA)
E POSTO UN VINGLO PER LE VARIABILI LAGRANGIANE:

$$X_1 < X_2 < X_1 + h$$

INDICHIAMO, INFINE, CON PEDICE 1 LE GRANDEZZE RIFERITE
ALLA REGIONE 1 E CON PEDICE 2 LE GRANDEZZE RIFERITE
ALLA REGIONE 2.

APPLICHIAMO LA LEGGE DI GAUSS SU UNA SUPERFICIE
SOLIDA, FATTA A CIAMBELLA E AVENTE SEZIONE
RETTANGOLARE. SIA TALE CIAMBELLA CASSIALE AL
CILINDRO E AVENTE I RAGGI INTERNO ED ESTERNO TALI
DA ABBRACCIARE SIA IL MAGNETE PERMANENTE
CHE IL TRAFERRO (VEDASI FIGURA $\Rightarrow$)



SIANO

$$r_m = \text{RAGGIO INTERNO DELLA CIAMBELLA} = \frac{a+b}{2}$$

$$r_a = \text{RAGGIO ESTERNO DELLA CIAMBELLA} = b + \frac{e}{2}$$

$$dy = \text{ALTEZZA DELLA CIAMBELLA.}$$

IL FLUSSO MAGNETICO CHE ATTRAVERSA LA SUPERFICIE SCELTA E':

$$\phi_{\text{tot}} = 0 = B_{M1} \cdot 2\pi r_m dy - B_A \cdot 2\pi r_a dy$$

DA CUI:

$$\frac{B_{M1}}{B_{A1}} = \frac{r_a}{r_m}$$

MENTRE PER LA LEGGE DI AMPERE APPLICATA SU UN PERCORSO CONCORRENTE AD UNA LINEA DI FORZA SI OTTIENE:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = F_{MMM} + F_{MMA} + F_{MME} \approx F_{MMM} + F_{MMA} = \dots$$

(17)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{M1} \cdot (b-a) + H_{A1} \cdot \varepsilon = N \cdot i = 0$$

DA CUI:

$$H_{M1} = -H_{A1} \cdot \frac{\varepsilon}{b-a}$$

L'APPLICAZIONE DELLE DUE LEGGI FORNISCE IL SEGUENTE SISTEMA:

$$\begin{cases} H_{M1} = -H_{A1} \cdot \frac{\varepsilon}{b-a} \\ \frac{B_{M1}}{B_{A1}} = \frac{\mu_0}{\mu_m} \end{cases} \Rightarrow \frac{B_{M1}}{\mu_m} - H_c = \frac{B_{A1}}{\mu_0} \cdot \frac{\varepsilon}{b-a}$$

$$(H_{M1} = H_m + H_c)$$

SVOLGENDO I CONTI:

$$B_{M1} = \mu_m \left(H_c - \frac{B_{A1}}{\mu_0} \cdot \frac{\varepsilon}{b-a} \right) = B_{A1} \cdot \frac{\mu_0}{\mu_m}$$

$$\Rightarrow B_{A1} \left(\frac{\mu_0}{\mu_m} + \frac{\mu_m}{\mu_0} \cdot \frac{\varepsilon}{b-a} \right) = \mu_m H_c$$

$$B_{A1} = \frac{\mu_m H_c}{\frac{\mu_0}{\mu_m} + \frac{\mu_m}{\mu_0} \cdot \frac{\varepsilon}{(b-a)}}$$

PER QUANTO RIGUARDA, INVECE, LA REGIONE 2, (18)
CON IMPOSTAZIONE ANALOGA, TENENDO CONTO
DEL CONCATENAMENTO CON LA SPIRA (O BOBINA) SI HA:

$$H_{M2}(b-a) + H_{A2} \varepsilon = -N i$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B_{M2}}{\mu_M} - H_c \right) (b-a) + \frac{B_{A2}}{\mu_0} \varepsilon = -N i$$

MENTRE PER UNA CIAMBELLA ANALOGA A QUELLA USATA
NELLA REGIONE 1 SI HA:

$$\frac{B_{M2}}{B_{A2}} = \frac{l_A}{l_M}$$

SOSTITUENDO E SVILUPPANDO:

$$\begin{aligned} -N i &= \frac{B_{A2}}{\mu_0} \varepsilon + \frac{B_{A2}}{\mu_M} \cdot \frac{l_A}{l_M} (b-a) - H_c (b-a) = \\ &= \frac{B_{A2}}{\mu_0} \left(\varepsilon + \frac{\mu_0}{\mu_M} \cdot \frac{l_A}{l_M} (b-a) \right) - H_c (b-a) \end{aligned}$$

$$\text{INDICANDO: } \varepsilon_{eq} \triangleq \frac{\mu_0}{\mu_M} \cdot \frac{l_A}{l_M}$$

$$\Rightarrow -N \cdot i = \frac{B_{A2}}{\mu_0} \varepsilon_{eq} - H_c (b-a)$$