

5/12/2005

51

TRASFORMAZIONI DI VARIABILI

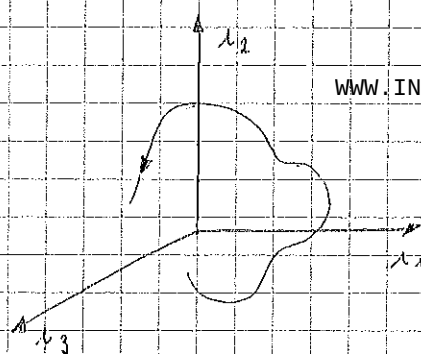
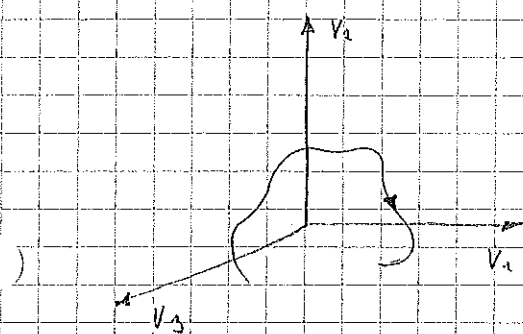
Supponiamo di avere int. ad 1 mt. elettrico caratterizzato da grandezze trifase

$$\begin{Bmatrix} \vec{i}(t) \\ \vec{v}(t) \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Se vogliamo renderci conto di quello che avviene nel mt. $\rightarrow$

blocco di dimensione 3 lo possiamo vedere come una traiettoria

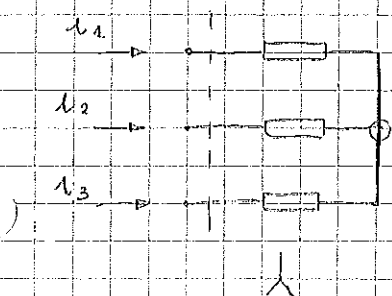
Potremo in uno spazio $\mathbb{R}^3$ andamento nel tempo della posiz. di 1 punto. Evoluzione nel tempo di 1 evento



WWW.INGONLINE.BIZ

Correnti e tensioni godono da proprietà

Conservazione a stella (senza neutro)



Non è legato al comp. micchinia ma come sono collegate le fasi

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0 \quad \forall t$$

Parlo di un problema parziale e una planare

52

FUNZIONE SIGMA

FUNZIONE SIGMA

$$\vec{\sigma}: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\vec{\sigma}(x) = \begin{pmatrix} \cos(x) \\ \cos\left(x - \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(x - \frac{4}{3}\pi\right) \end{pmatrix}$$

funzione vettoriale dipendente da x

funzione (tema di sequenza diretta)

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\vec{v}(t) = V_M \vec{\sigma}(\omega t - \phi)$$

$$V_M \quad \omega \quad \phi$$

PROPRIETÀ

$$\vec{1} \cdot \vec{\sigma}_x = \vec{1} \cdot \vec{\sigma}(x) = \sum_{k=0}^2 \cos\left(x - k \frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$\sum_{k=0}^2 \operatorname{Re} \left[e^{j\left(x - k \frac{2\pi}{3}\right)} \right] = \operatorname{Re} \left[e^{jx} \sum_{k=0}^2 e^{-jk \frac{2\pi}{3}} \right] =$$

$$\operatorname{Re} \left[e^{jx} \sum_{k=0}^2 \left(e^{-j \frac{2\pi}{3}} \right)^k \right] = \operatorname{Re} \left[e^{jx} \frac{e^{-j \frac{2\pi}{3} \cdot 3} - 1}{e^{-j \frac{2\pi}{3}} - 1} \right] = 0$$

$$\left[\sum_{k=a}^b q^k (q-1) = \frac{q^{b+1} - q^a}{q - 1} \right]$$

V x

$$\vec{\sigma}_x$$

sta sul piano di clock

$$\vec{\sigma}(x) \cdot \vec{\sigma}(y) = \left[\vec{\sigma}(x) \cdot \vec{\sigma}(y) \right] = \sum_{k=0}^2 \cos\left(x - k \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(y - k \frac{2\pi}{3}\right) =$$

$$c(x-\beta) = c\alpha c\beta + s\alpha s\beta$$

$$c(x+\beta) = c\alpha c\beta - s\alpha s\beta$$

$$) \begin{bmatrix} c x c y + s x s y \\ c \left(x - \frac{2}{3}\pi\right) c y + s \left(x - \frac{2}{3}\pi\right) s y \\ c \left(x - \frac{4}{3}\pi\right) c y + s \left(x - \frac{4}{3}\pi\right) s y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c x \\ c \left(x - \frac{2}{3}\pi\right) \\ c \left(x - \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} c y + \begin{bmatrix} c \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \\ c \left(x - \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi\right) \\ c \left(x - \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix} s y$$

53

$$= \boxed{\sigma(x) c y} + \boxed{\sigma\left(x - \frac{\pi}{2}\right) c\left(y - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{\sigma(x)} \text{ se } v \in \mathbb{Z} \text{ pari} \\ \boxed{\sigma(x+v\pi)} \\ \boxed{-\sigma(x)} \text{ se } v \in \mathbb{Z} \text{ dispari} \end{array}$$

$$) \begin{array}{l} \sigma(x+\pi) \\ \sigma(y-(-\pi)) \end{array}$$

$$= \sigma(x) c(y) + \sigma\left(x + \frac{\pi}{2}\right) c\left(y + \frac{\pi}{2}\right)$$

una combinazione lineare tra 2 vettori

WWW.INGONLINE.BIZ

$$) \boxed{\sigma(x+y)} = \boxed{\sigma(x) c y} + \boxed{\sigma\left(x + \frac{\pi}{2}\right) s y}$$

$\downarrow$
 $\boxed{a}$

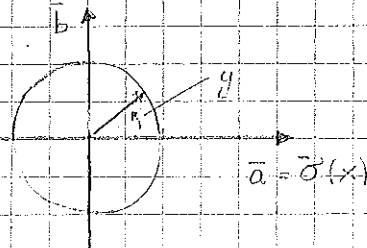
$\downarrow$
 $\boxed{b}$

Se fissa y

per $\boxed{a}$ e $\boxed{b}$ genera e un ellisse ma

perché $\boxed{\sigma(x)}$ ortogonale $\boxed{\sigma\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$ e hanno la stessa norma $\Rightarrow$ circonfereza

x+y spazia su tutto il piano reale



se fissa valore x da 0 a ∞ percorro infinite volte il corpo

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{v}(t)}{\|\vec{a}\|} \quad \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$$

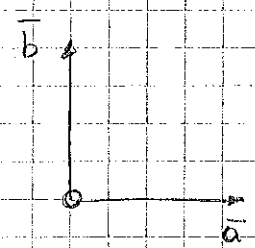
$$\boxed{\vec{a}^T \vec{v}(t)}$$

$$\boxed{\vec{v}(t)} \rightarrow \underline{\vec{v}'(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{a}^T \\ \vec{b}^T \\ \vec{z}^T \end{bmatrix}}_{\text{matrice}} \vec{v}(t) = \boxed{\vec{T}_c^T \vec{v}(t)}$$

Componenti vettore $\vec{v}$ generico nella nuova base

WWW.INGONLINE.BIZ

1) Dove sono finiti i vettori della base di partenza rispetto alla base di arrivo



1) 3 vettori di partenza e sono veduti nella nuova base

$$\boxed{\vec{T}_c^T \vec{v}(t)}$$

a da le comp. del vettore di partenza vista nella nuova base

3 VETTORI della base di partenza

u_1	u_2	u_3
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

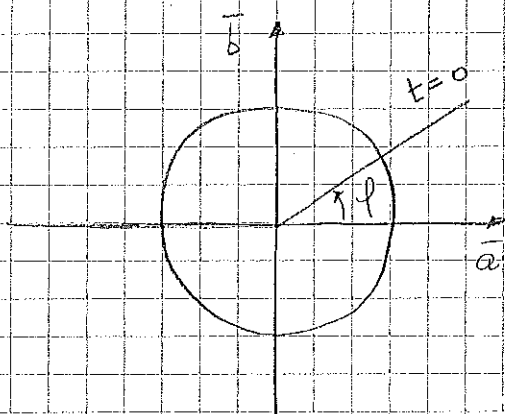
$$\boxed{\vec{T}_c^T} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \textcircled{u_1} & \textcircled{u_2} & \textcircled{u_3} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$\begin{matrix} \vec{a} \\ \vec{b} \end{matrix}$ } a interpretano queste
↓
PROIEZIONI SUL PIANO DI CLARK

Terza componente è $[0]$ Traiettoria esate sul piano di clock

è un cerchio di raggio $\frac{\sqrt{3}}{2} l_H$ percorso a velocità (v)

è all'istante zero parte dall'angolo (ϕ)



Valore efficace delle equazioni efficaci

$$\boxed{d(\lambda)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma(0 + \lambda)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma(0) c\lambda - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma\left(0 + \frac{\pi}{2}\right) c\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= \underline{\bar{a} c\lambda} + \underline{\bar{b} s\lambda}$$

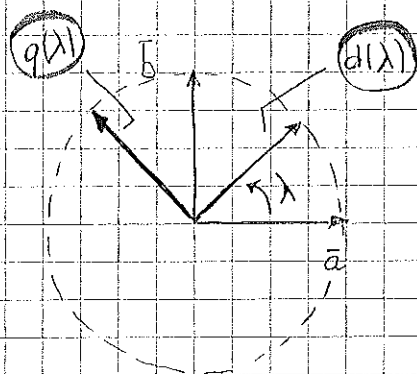
COMBINAZIONE LINEARE

non c'è da stupirsi che $d(\lambda)$ comunque doveva appartenere al piano

Per quel che riguarda $\boxed{\bar{q}}$

$$\boxed{\bar{q}(\lambda)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right) c\lambda - \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) c\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \underline{\bar{b} c\lambda} + \underline{\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma(0) (-s\lambda)} = \underline{\bar{b} c\lambda} - \underline{\bar{a} s\lambda}$$



WWW.INGONLINE.BIZ

$\underline{q(\lambda)}$ $\underline{d(\lambda)}$ sono una coppia corrispondenti ad $\boxed{\bar{a}}$ $\boxed{\bar{b}}$ ruotati di un angolo $\lambda \rightarrow$ potenzialmente può dipendere dal tempo

Prendi a livello di matrice

Nuova base

$$\boxed{\begin{bmatrix} \bar{d}(\lambda) & \bar{q}(\lambda) \end{bmatrix}} = \boxed{\begin{bmatrix} \bar{a} & \bar{b} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} c\lambda & -s\lambda \\ s\lambda & c\lambda \end{bmatrix} =$$

$$= \boxed{\begin{bmatrix} \bar{a} & \bar{b} \end{bmatrix}} \underline{Tr(\lambda)}$$

matrice di rotazione

Possiamo simplificare il punto tale che potendo da forma sinusoidale

ammettiamo che sia a una costante

$$\lambda(t) = \omega t + \varphi$$

54

Ho reso meismo il riferimento

$$\bar{d} \quad \bar{q}$$

all'evento che sto

considerando

$$\alpha = \varphi$$

così esattamente sull'asse $\bar{d}$

Già con approccio formale ripp. una forma con 2 numeri

Segnali sinusoidali

Se ho un segnale

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} [V_m e^{j(\omega t + \varphi)}]$$

$$\operatorname{Re} [e^{j\omega t} V_m e^{j\varphi}]$$

$v(t)$

$\Leftrightarrow$

$$V_m e^{j\varphi}$$

$$= \tilde{V}$$

(riferenza al valore max e non al valore efficace)

Se ho una forma sinusoidale

WWW.INGONLINE.BIZ

Si può usare (copp. monofase equivalente)

$$\tilde{v}(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Da una forma seno a un impulso

non è

3 componenti

$$\left[\begin{array}{l} V_m \cos(\omega t + \varphi) \\ V_m \cos(\omega t + \varphi - \frac{2}{3}\pi) \\ V_m \cos(\omega t + \varphi - \frac{4}{3}\pi) \end{array} \right]$$

$$\Leftrightarrow \tilde{v}_s(t) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_m e^{j\varphi} = \tilde{V}$$

Se scelgo

$$\alpha = 0$$

$$\lambda(t) = \omega t$$

otengo le 2 componenti

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\bar{\sigma}^T(\lambda(t)) + j \bar{\sigma}^T\left(\lambda(t) + \frac{\pi}{2}\right) \right] \bar{v}(t) =$$

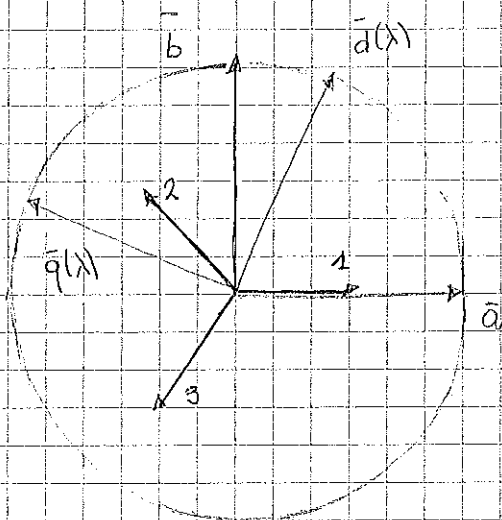
$$\sqrt{\frac{2}{3}} \left[\left(e^{-j\lambda(t)} - j s(\lambda(t)) \right) \left(e^{j(\lambda(t) - \frac{2}{3}\pi)} - j s(\lambda(t) - \frac{2}{3}\pi) \right) \right.$$

$$\left. \left(e^{j(\lambda(t) - \frac{4}{3}\pi)} - j s(\lambda(t) - \frac{4}{3}\pi) \right) \right]$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \left[e^{-j\lambda(t)} \quad e^{-j(\lambda(t) - \frac{2}{3}\pi)} \quad e^{-j(\lambda(t) - \frac{4}{3}\pi)} \right]$$

Quindi che vediamo

d one reale
q one immaginario



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\hat{u}_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} e^{-j\lambda}$$

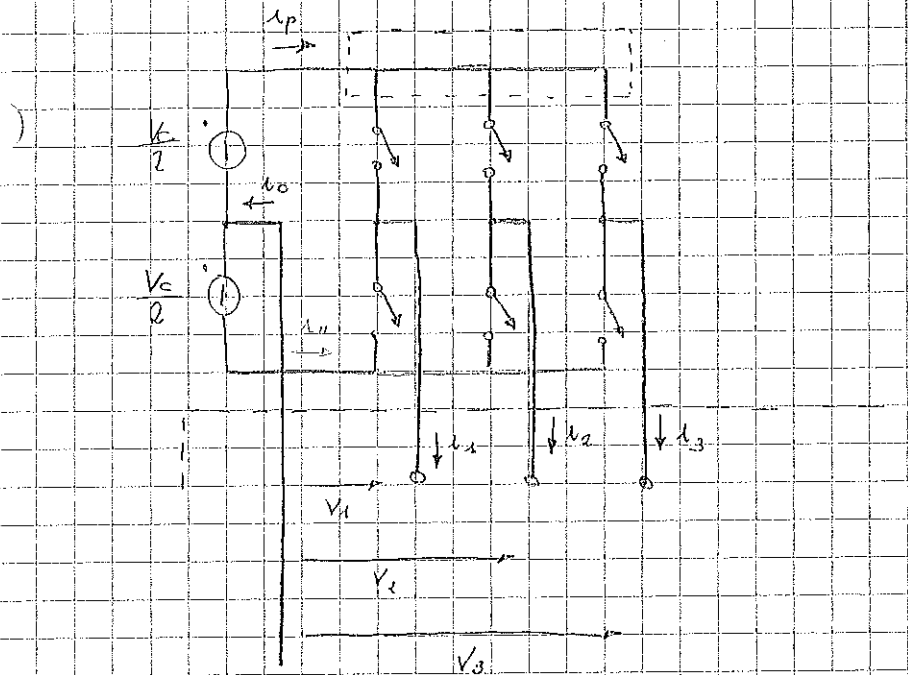
$$\hat{u}_2 = \hat{u}_1 e^{j\frac{2}{3}\pi} = \sqrt{\frac{2}{3}} e^{j(\frac{2}{3}\pi - \lambda(t))}$$

$$\hat{u}_3 = \hat{u}_1 e^{j\frac{4}{3}\pi} = \sqrt{\frac{2}{3}} e^{j(\frac{4}{3}\pi - \lambda(t))}$$

$$\hat{u}_k = \sqrt{\frac{2}{3}} e^{j\frac{k-1}{3} 2\pi}$$

k : 1 2 3

$$\hat{v}(t) = \begin{bmatrix} \hat{u}_1(t) & \hat{u}_2(t) & \hat{u}_3(t) \end{bmatrix} \bar{v}(t)$$

USCITA DI UN
INVERTER

chiusura switch inferiore

chiusura switch superiore

$$p_k \in \{-1, 1\}$$

$$\bar{v}(t) = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{p} \rightarrow \bar{v}(t) = \frac{V_c}{2} \bar{p}(t)$$

$$\underline{v_p(t)} = \sum_{k=1}^3 i_k \frac{1+p_k}{2} = \frac{1}{2} (\bar{1} + \bar{p}(t))^T \underline{i(t)}$$

$$\underline{v_n(t)} = \sum_{k=1}^3 i_k \frac{1-p_k}{2} = \frac{1}{2} (\bar{1} - \bar{p}(t))^T \underline{i(t)}$$

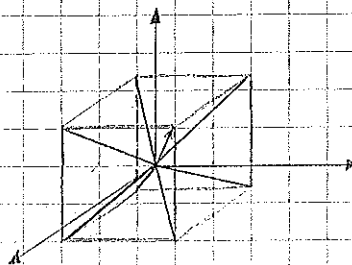
WWW.INGONLINE.BIZ

$$\underline{v_o(t)} = \bar{1}^T \underline{i(t)}$$

Cosa occorre della traiettoria di $\bar{v}(t)$ se V_c costante ($\bar{v}(t) \propto \bar{p}(t)$)

8 punti distinti per i vertici del cubo che possiamo immaginare intorno all'origine. Spigoli // omni e l'alto di

dimensione pari a 1
La coordinata massima



La dipendenza da λ potrebbe darsi luogo a non convergenza se $\lambda \rightarrow 0$

λ dipende dai flussi ad esempio $\psi(t) \rightarrow T^T(\lambda(t)) \bar{\psi}(t)$

Non modificiamo nulla sulle grandezze elettromagnetiche e sulle grandezze meccaniche (energia, coenergia e Wrench dipendono da variabili trasformate ma i valori sono gli stessi)

$$\bar{\psi}(\bar{x}, \bar{\lambda})$$

$$\bar{\psi}'(\bar{x}, \bar{\lambda}) = T^T(\lambda(t))$$

Ipotesi che funzione T sia ortogonale $T(\lambda) T^T(\lambda) = I$

Inserendo le relazioni:

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = T(\lambda(t)) \bar{x}'(t) \\ \bar{v}(t) = T(\lambda(t)) \bar{v}'(t) \end{cases}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{\psi}'(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \left[T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}(\bar{x}, \bar{\lambda}) \right]_{(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{\lambda})} = \left[T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{\lambda}) \right]$$

$$= T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}_0(\bar{x}) + T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}_\perp(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{\lambda})$$

Trasformazione mappa zero in zero $\Rightarrow$ se $\bar{\psi}_\perp$ è nullo a coefficiente è nullo e quindi è già in forma pseudomeccanica

$$\bar{\psi}_0(\bar{x}, \bar{\lambda}) + \bar{\psi}_\perp(\bar{x}', \bar{\lambda})$$

$$\bar{\psi}_0(\bar{x}, \bar{\lambda}) = T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}_0(\bar{x})$$

$$\bar{\psi}_\perp(\bar{x}, \bar{\lambda}) = T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}_\perp(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{\lambda}) = T^T(\bar{\lambda}) \bar{\psi}_\perp(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{\lambda}) T(\bar{\lambda}) \bar{x}'$$

$$= \left[T^T(\bar{\lambda})^c L_D(T(\bar{\lambda}) \bar{\lambda}', \bar{x}) T(\bar{\lambda}) \right]$$

) anche L_D si trasforma per similitudine

$$^c M_{\bar{\lambda}}'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial ^c \bar{\Psi}(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T} -$$

$$= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left[T^T(\bar{\lambda})^c \Psi(T(\bar{\lambda}) \bar{\lambda}', \bar{x}) \right] = 0 + T^T(\bar{\lambda}) \frac{\partial ^c \bar{\Psi}(\bar{\lambda}', \bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

$$) = \left[T^T(\bar{\lambda})^c H(T(\bar{\lambda}) \bar{\lambda}', \bar{x}) \right] \quad \begin{matrix} (T(\bar{\lambda}) \\ , \bar{x}) \end{matrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$^c L_D = ^c L_D^T$$

L_D^T simmetrica $\Rightarrow$ **DIAGONALIZZABILE** con matrice ortogonale

L_D potrebbe essere piena e non lineare altrimenti un

) opportuna trasformazione possiamo ricondurci a una

L_D^T **DIAGONALE** - Un opportuna scelta di T permette di

semplificare e con

$$A(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial {}^c \bar{\psi}'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T}$$

Matrice dei
COEFFICIENTI DI
TENSIONE ADDIZIONALE

Matrice dei coefficienti di
tensione addizionali

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} T^T(\bar{\lambda}) {}^c \psi(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{x}) =$$

$$\frac{\partial T^T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \Delta [{}^c \psi(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{x})] + T^T(\bar{\lambda}) \frac{\partial {}^c \psi(\bar{x}', \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \frac{\partial (T(\bar{\lambda}) \bar{x}')}{\partial \bar{\lambda}^T} [T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{x}]$$

$$= \begin{bmatrix} {}^c A_T' \\ {}^c A_H' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^c A_H'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) \end{bmatrix}$$

2 termini:

$$\begin{bmatrix} {}^c A_T' \\ {}^c A_H' \end{bmatrix}(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda})$$

MATRICE DEI COEFFICIENTI DI TENSIONE ADDIZIONALE
DI TRASFORMAZIONE

Matrice dei coefficienti di tensione
addizionali di trasformazione

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \frac{\partial T^T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \Delta [{}^c \psi(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{x})]$$

$$\begin{bmatrix} {}^c A_T' \\ {}^c A_H' \end{bmatrix}$$

MATRICE DEI COEFFICIENTI DI TENSIONE ADDIZIONALE (PSEUDOMOZIONALE)
Matrice dei coefficienti di tensione addizionali pseudomozionali

$$\begin{bmatrix} {}^c A_H'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) \end{bmatrix} = T^T(\bar{\lambda}) \begin{bmatrix} {}^c L_0(T(\bar{\lambda}) \bar{x}', \bar{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \Delta[\bar{x}'] + T(\bar{\lambda}) \frac{\partial \bar{x}'}{\partial \bar{\lambda}^T} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} {}^c L_0(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) T^T(\bar{\lambda}) \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \Delta[\bar{x}'] \end{bmatrix}$$

Più conveniente perché comporre $\begin{bmatrix} {}^c L_0 \end{bmatrix} \times$ sempre con

L_0 vera (vero che L_0' è più semplice di L_0)

Inoltre il termine $\left| T^T(\bar{\lambda}) \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \right|$ è più semplice

$$\bar{v}'_L = T^T(\bar{\lambda}(t)) \cdot L_D(T(\bar{\lambda}(t))\bar{x}'(t), \bar{x}(t)) \cdot \frac{d}{dt} T(\bar{\lambda}(t))\bar{x}'(t)$$

$$= T^T(\bar{\lambda}(t)) \cdot L_D(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) \left[\frac{dT(\bar{\lambda}(t))}{dt} \bar{x}'(t) + T(\bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{x}'}{dt} \right]$$

$$= T^T(\bar{\lambda}(t)) \cdot L_D(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) T^T(\bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{x}'}{dt} + L_D'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) T^T(\bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{\lambda}}{dt}$$

$$= \left(\sum_{k=1}^{m_p} \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \lambda_k} \right) (\bar{\lambda}(t)) \frac{d\lambda_k(t)}{dt} \bar{x}'(t) =$$

$$\boxed{\bar{v}'_L} + \boxed{\bar{v}'_{\Lambda H}(t)}$$

termini addizionale pseudomozionale

$$\boxed{\bar{v}'_L} = \boxed{L_D'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{x}'}{dt}}$$

$$\boxed{\bar{v}'_{\Lambda H}(t)} = L_D'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) T^T(\bar{\lambda}(t)) \sum_{k=1}^{m_p} \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \lambda_k} \bar{x}'(t) \frac{d\lambda_k(t)}{dt}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\sum \bar{a}_k \cdot \bar{b}_k$$

$$[\dots \bar{a}_k \dots]$$

scalare

$$\begin{bmatrix} \bar{b}_k \end{bmatrix}$$

$$= L_D'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) T^T(\bar{\lambda}(t)) \left[\dots \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \lambda_k} \bar{x}'(t) \dots \right] \begin{bmatrix} \frac{d\lambda_k}{dt} \end{bmatrix}$$

$$= \boxed{L_D'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) T^T(\bar{\lambda}(t)) \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \Delta[\bar{x}'] \frac{d\bar{\lambda}}{dt}}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{HA}' &= \bar{V}_H'(t) + \bar{V}_{AH}'(t) = \underbrace{M_A'(\bar{x})}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} \frac{d\bar{x}}{dt} + \underbrace{A_H'(\bar{x})}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} \frac{\partial \lambda(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \frac{d\bar{x}}{dt} \\ &= \underbrace{M_A'(\bar{x})}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} \frac{d\bar{x}}{dt} \end{aligned}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\underbrace{M_A'(\bar{x}, \bar{\lambda})}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} = \underbrace{M'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) + A_H'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) \frac{\partial \lambda(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T}}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}}$$

Sotto ipotesi di over correlato a $\bar{x}$ ed $\bar{\lambda}$

$$\bar{V}_E'(t) = \frac{d\bar{\Psi}'(t)}{dt}$$

$$\bar{\Psi}'(t) = T^T(\bar{\lambda}(t)) \bar{\Psi}(t)$$

$$\bar{V}_F'(t) = \underbrace{\frac{d\bar{\Psi}'(t)}{dt}}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} = \underbrace{\frac{dT^T(\bar{\lambda}(t))}{dt} \bar{\Psi}(t)}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} + \underbrace{T^T(\bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{\Psi}(t)}{dt}}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} =$$

$$= \underbrace{T^T(\bar{\lambda}(t)) \bar{V}_E'(t)}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} + \underbrace{\bar{V}_{AT}'(t)}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} = \underbrace{\bar{V}_E'(t)}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} + \underbrace{\bar{V}_{AT}'(t)}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}}$$

$$\bar{V}_{AT}'(t) = \left(\sum_{k=1}^{m_p} \frac{\partial T^T(\bar{\lambda})}{\partial \lambda_k} \frac{d\lambda_k}{dt} \right) \bar{\Psi}(t) =$$

$$= \frac{\partial T^T(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} \bigg|_{\bar{\lambda}(t)} D[\bar{\Psi}(t)] \frac{d\bar{\lambda}}{dt} = \underbrace{A_{AT}'(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t), \lambda(t))}_{\substack{\text{funzione} \\ \text{di}}} \frac{d\bar{\lambda}}{dt}$$

$$\bar{V}_F'(t) = \bar{V}_E'(t) + \bar{V}_{AT}'(t)$$

13/12/2005

65

$$\bar{v}_E'(t) = \bar{v}_F'(t) - \bar{v}_{AH}'(t) = \bar{v}_{EL}'(t) + \bar{v}_{EH}'(t) = \bar{v}_L'(t) + \bar{v}_{AH}'(t) + \bar{v}_R'(t)$$

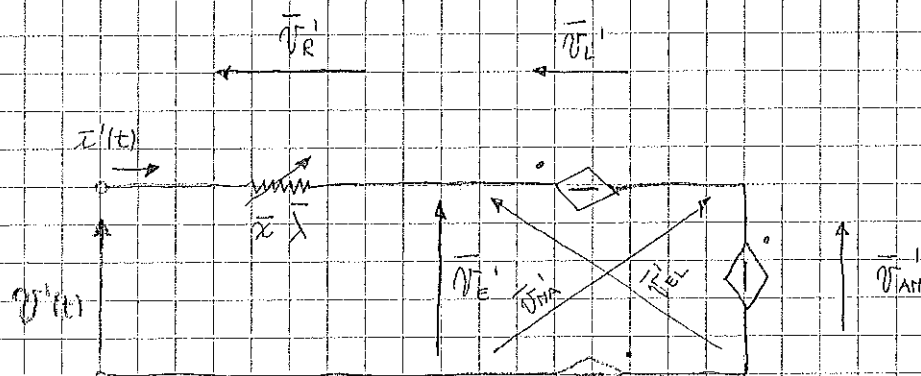
$$\bar{v}_L'(t) = {}^c L_A'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{x}'}{dt}$$

$$\bar{v}_F'(t) = {}^c H'(\bar{\lambda}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)) \frac{d\bar{x}}{dt}$$

$$\bar{v}_{AH}'(t) = {}^c A_H'(\bar{x}(t)) \frac{d\bar{\lambda}}{dt}$$

$$\bar{v}'(t) = \bar{v}_E'(t) + \bar{v}_R'(t)$$

$$\bar{v}_R'(t) = R'(\bar{x}, \bar{\lambda}) \bar{\lambda}'(t)$$



$$\bar{v}_H' = \bar{v}_{EH}'$$

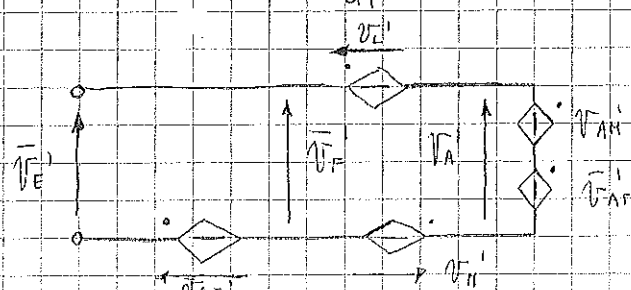
WWW.INGONLINE.BIZ

$\bar{v}_E'$ potenza uettore generatore dipendente $\bar{v}_F'(t)$, $\bar{v}_{AH}'(t)$

$\bar{v}_{EL}' + \bar{v}_{EH}'$ Usiamo la terza relazione, 3 termini, dividiamo
moltiplichiamo 3 generatori dipendenti

$$\bar{v}_{HA}'(t) = M_A' \frac{d\bar{x}}{dt}$$

$${}^c M_A' = {}^c H' + {}^c A_H' \frac{\partial \lambda(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$



$$) \quad \begin{aligned} {}^c K_D^T &= \frac{\partial {}^c \bar{W}_E^T(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial W_E(\pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = \\ &= \frac{\partial {}^c \bar{W}_E^T(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \bigg|_{(\pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})} \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} (\pi(\bar{\lambda})\bar{x}') = \end{aligned}$$

$$= K_D \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} (\pi(\bar{\lambda})\bar{x}') = T^T(\bar{\lambda})$$

$$) \quad [{}^c M(\bar{x}, \bar{x})] = ({}^c K_D^T(\bar{x}, \bar{x}))$$

$$\begin{aligned} {}^c K_D^T &= (T^T(\bar{\lambda}) {}^c K_D^T(\pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})) = T^T(\bar{\lambda}) ({}^c M(\pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})) = \\ &= {}^c M^T(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) \end{aligned}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\begin{aligned}) \quad \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} {}^c K_D^T(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda}) d\bar{x}' &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} {}^c M^T(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda}) d\bar{x}' \\ &= \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} {}^c M^T(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda}) d\bar{x}' \end{aligned}$$

$\lambda_0(\bar{x})$ mappa di campo nullo

Se consideriamo come punto di partenza quello che otteniamo trasformando $\lambda_0(\bar{x})$ otteniamo W_E^T che si annulla

perché è lo stesso di W_E

$$\begin{aligned}) \quad \lambda_0(\bar{x}) &\rightarrow \lambda_0^T(\bar{x}, \bar{\lambda}) = (T^T(\bar{\lambda}) \lambda_0(\bar{x})) \\ W_E^T(\lambda_0^T(\bar{x}, \bar{\lambda}), \bar{x}, \bar{\lambda}) &= 0 \quad \forall \bar{x}, \bar{\lambda} \end{aligned}$$

$$C_E = \boxed{C_E(\bar{x}(t), \bar{x}(t))} = \boxed{C_E'(\bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t))}$$

1) $\forall \bar{x}'(t), \bar{x}(t), \bar{\lambda}(t)$

$$\boxed{C_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})} = \boxed{C_E(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}$$

Abbiamo uno modo per l'energia

$$\boxed{E_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})} = \boxed{E_E(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}$$

$$1) \quad \boxed{C_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})} + \boxed{E_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})} = \boxed{\bar{x}'^T C_\psi(\bar{\lambda}, \bar{x})} \quad \Pi(\bar{\lambda}) C_\psi'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})$$

$$\begin{aligned} & \boxed{C_E(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})} + \boxed{E_E(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})} = \boxed{[\Pi(\bar{\lambda})\bar{x}']^T C_\psi(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})} \\ & = \boxed{\bar{x}'^T C_\psi'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})} \end{aligned}$$

$$\boxed{C_E(\bar{x}, \bar{x})} + \boxed{E_E(\bar{x}, \bar{x})} = \boxed{\bar{x}^T C_\psi(\bar{x}, \bar{x})}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}'^T} = \frac{\partial C_E(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}{\partial \bar{x}'^T} = \frac{\partial C_E(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \Big|_{T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x}} T(\bar{\lambda}) \\ & = C_\psi^T(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x}) \cdot T(\bar{\lambda}) = C_\psi^T(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial C_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}^T} = \Pi^T(\bar{\lambda}) C_\psi(T(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x}) = \boxed{C_\psi'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}$$

$$\frac{\partial C_E'(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial C_E(\Pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial C_E(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \Big|_{(\Pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x})}$$

$$= C_W^T(\Pi(\bar{\lambda})\bar{x}', \bar{x}) = \boxed{C_W^T(\bar{x}', \bar{x}, \bar{\lambda})}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial C_E'(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}}} = \boxed{C_W'(\bar{x}, \bar{x}, \bar{\lambda})}$$

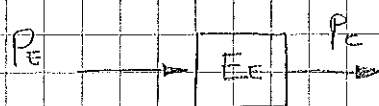
$$P(t) = P_R(t) + P_E(t) = \lambda^T(t) \bar{v}_R(t) + \lambda^T(t) \bar{v}_E(t) = \bar{\lambda}'^T(t) \bar{v}_R'(t) + \bar{\lambda}'^T(t) \bar{v}_E'(t)$$

68

$$P_E(t) = \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{EL} + \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{EH} = \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{EL}' + \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{EH}' = \bar{\lambda}'^T \bar{v}_L' + \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{HA}' = \bar{\lambda}'^T \bar{v}_L' + \bar{\lambda}'^T \bar{v}_{HA}' =$$

$$\left(\frac{dE_E(t)}{dt}, P_C(t) \right)$$

se sono valide
le ipotesi di
Dirichlet



$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}^T} \frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial \bar{x}^T} = \left(\frac{\partial}{\partial \bar{y}^T} \frac{\partial f(\bar{x}, \bar{y})}{\partial \bar{x}} \right)^T$$

$$L_D(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial^2 \bar{\psi}'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}'^T} = \frac{\partial^2 C_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}'^T \partial \bar{\lambda}}$$

implica che $L_D'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = L_D^{c'}$

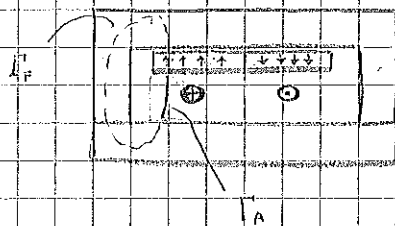
WWW.INGONLINE.BIZ

$$M'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial^2 \bar{\psi}'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial^2 C_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{\lambda}}$$

$$\left[\frac{\partial^2 C_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}'^T \partial \bar{x}} \right]^T = K_D^{c' T}(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})$$

$$A'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial^2 \bar{\psi}'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}'^T} = \frac{\partial^2 C_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}'^T \partial \bar{\lambda}}$$

$$S_D'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial^2 \bar{W}_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial^2 C_E'(\bar{\lambda}', \bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{x}}$$



Sorgenti di campo

magneti e avvolgimenti

1) Immagino una linea campo generica Aee' intorno visualizzo i vari tratti nei $\neq$ materiali

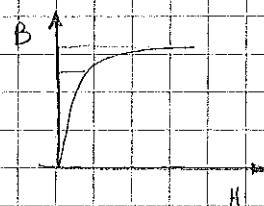
2) Condotta tensione magnetica $\neq$ trascurabile nei tratti in ferro
magneto dolce
 2 motivi

- estensione

$$\left| \int_{\Gamma_F} \vec{H} \cdot d\vec{e} \right| \ll \left| \int_{\Gamma_A} \vec{H} \cdot d\vec{e} + \int_{\Gamma_H} \vec{H} \cdot d\vec{e} \right|$$

Perché così onime
 ferro equipotenzialità

WWW.INGONLINE.BIZ



2 motivi

- estensione (lunghezza)

1) - H

Dovremo stare attenti nella zona di saturazione
 $\propto H$ aumenta molto

- Potremo trovare in condizioni in cui secondo termine $\neq$ zero

Se l'intera linea si svolge in F

$$\int_{\Gamma_F} \vec{H} \cdot d\vec{e} = \sum N_i$$

Se la corrente $\neq$ zero

potremo trascurarla, se la corrente $\neq$ significativa rispetto

1) alle correnti sul quel dispositivo non possiamo trascurare

Abbiamo una semplificazione
 1) legato alla modellazione
 non è chiaro andamento delle linee
 di ritorno così a semplifichiamo

1) Φ e caduta di tensione magnetica

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dA =$$

$$\Phi = B_H A = \mu_H A (H_H + H_c)$$

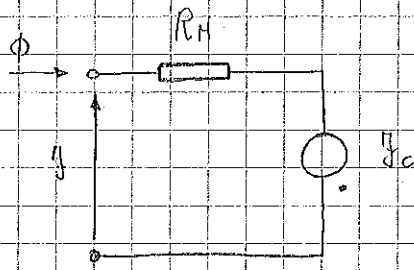
$$\mathcal{F} = \int_E \vec{H} \cdot d\vec{e} = H_H l$$

$$H_H = \frac{\Phi}{\mu_H A} - H_c$$

$$\mathcal{F} = \left(\frac{\Phi l}{\mu_H A} - H_c l \right) = \frac{\Phi l}{\mu_H A} - \mathcal{F}_c$$

$$\mathcal{F} = \Phi R_H - \mathcal{F}_c$$

Circuito equivalente (Equivalente di Thévenin)



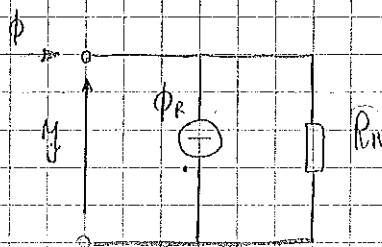
WWW.INGONLINE.BIZ

$$\frac{\mathcal{F}_c}{R_H} = \frac{H_c l}{\frac{l}{\mu_H A}} = \underbrace{H_c \mu_H A}_{B_H c}$$

Se possiamo le equazioni

$$H_H = \frac{\mathcal{F}}{l}$$

$$\Phi = A \mu_H \left(\frac{\mathcal{F}}{l} + H_c \right) = \underbrace{\frac{\mathcal{F}}{l} \frac{\mu_H A}{l}}_{\Phi_R} + A B_H c = \Phi_R + \mathcal{F} P_H$$



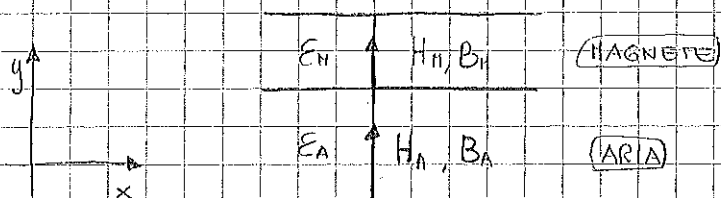
Consideriamo B e H costanti nei 2 tratti in aria e nei magneti

Andamenti effettivi rimpiazzati da valori medi $\times$ semplifica

la cosa

9/1

— superficie equipotenziali



Supponiamo che l'andamento puntuale coincida con il valore medio

(CADUTE DI TENSIONI MAGNETICHE)

$$\oint_A = H_A E_A$$

$$\oint_M = H_M E_M$$

Nel ferro saturazione trascurabile

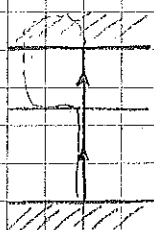
WWW.INGONLINE.BIZ

$$H_{AK} + B_{MK} = \oint_{EK}$$

In una regione

$$\oint_M - \oint_M' = 0$$

$$\oint_A = \oint_A'$$



I valori medi H e B hanno lo stesso valore in tutta la sezione

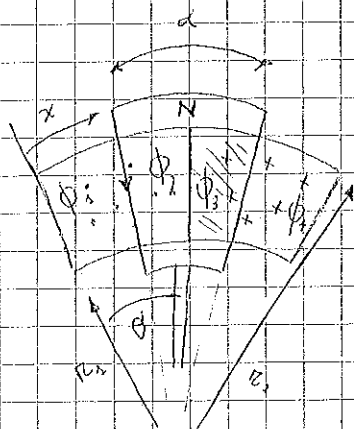
H_A H_M costanti in $\forall$ regione, così come B_A e B_M

1) Poniamo parlare

$$\begin{matrix} B_{AK} & B_{MK} \\ H_{AK} & H_{MK} \end{matrix}$$

$$B_{AK} = \mu_0 \mu_A H_{AK}$$

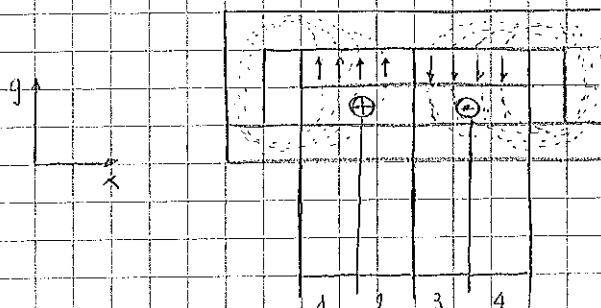
$$B_{MK} = \mu_M (H_{MK} + H_C)$$



α che potrebbe essere il
angolo grado di Aberti

$$(\alpha \geq 0)$$

$$(0 < \alpha < 90^\circ)$$

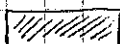
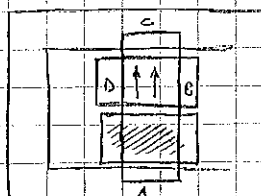


$$\begin{matrix} E_H \\ E_A \end{matrix}$$

$$J_F \approx 0$$

WWW.INGONLINE.BIZ

In un settore abbiamo



ARIA

$$\int_{ABCD} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 = \int_A \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_D \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \mu_H \kappa_B E_H - \mu_H \kappa_D E_H$$

$$\Rightarrow (\mu_H \kappa(B)) = (\mu_H \kappa(D))$$

In questa regione il campo magnetico è costante

Ripetendo ragionamento su una linea chiusa in aria o nel materiale magnetico otteniamo la stessa equazione per i campi magnetici in aria e nel materiale magnetico.

Considera anche che nel materiale magnetico non essendoci

correnti, possiamo considerare il campo uguale in ogni regione

$$H_{H1} = H_{H2} = H_{H3} = H_{H4} \quad \text{Per quanto riguarda } B \quad H_C = H_{C1} = H_{C2} = -H_{C3} = -H_{C4}$$

Nel nostro caso la reazione può essere considerata pari all'area 43

della reazione $\Rightarrow B_{AK} = B_{AK}$

Dalla sup. laterale non esce flusso da ogni sezione esse lo stesso
flusso

$$\frac{B_{A1}}{\mu_0} \varepsilon_A + \left(\frac{B_{H1}}{\mu_H} - H_{c1} \right) \varepsilon_H = 0$$

$$B_{A1} = \frac{\varepsilon_H H_c}{\frac{\varepsilon_A}{\mu_0} + \frac{\varepsilon_H}{\mu_H}} = \frac{\varepsilon_A \mu_H + \varepsilon_H \mu_0}{\mu_0 \mu_H}$$

INDIPENDENTE DALLA CORRENTE
NELL'AVVOLGIMENTO molto
spessi che abbiamo fatto

$$= \mu_0 \mu_H \frac{H_c}{\varepsilon_c}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_H}{\frac{\mu_0}{\mu_H}}$$

Compo che oblige dividendo una condotta magnetica
per un
operatore equivalente

Magnetite riempire c'è solo una e una porzione magnetica

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\frac{B_{A2}}{\mu_0} \varepsilon_A + \left(\frac{B_{H2}}{\mu_H} - H_{c2} \right) \varepsilon_H = N_1$$

$$B_{A2} = \frac{N_1 + H_c \varepsilon_H}{\frac{\varepsilon_A}{\mu_0} + \frac{\varepsilon_H}{\mu_H}} = \mu_0 \frac{N_1 + \mu_H H_c}{\varepsilon_c} = \mu_0 \frac{\mu_H + \mu_c}{\varepsilon_c}$$

N_1 senza magnetite magnetica magnetica esposta alla
presenza di corrente negli avvolgimenti.

$$\frac{B_{A3}}{\mu_0} \varepsilon_A + \left(\frac{B_{H3}}{\mu_H} - H_{c3} \right) \varepsilon_H = N_1$$

$$B_{A3} = \frac{N_1 - H_c \varepsilon_H}{\frac{\varepsilon_A}{\mu_0} + \frac{\varepsilon_H}{\mu_H}} = \mu_0 \frac{\mu_H - \mu_c}{\varepsilon_c}$$

$$\psi_0(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\pi_2^2 - \pi_1^2}{2} N^2 \alpha (2\theta - 2x + x)$$

11

$$\psi_I(x) = L_I(x) i$$

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\pi_2^2 - \pi_1^2}{2} N^2 \alpha$$

$$\frac{N^2}{R}$$

induttanza equivalente

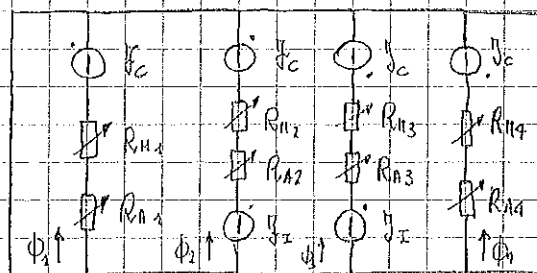
$$R = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{2}{(\pi_2^2 - \pi_1^2) \alpha}$$

molto ora di pembro Eequivalente
ovvero quell'ora

L non e' l'induttanza totale x k e' c' e' un induttanza di
dispersione

16/12/2005

esiste di variazioni
magnetiche trascurabili



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\Phi_c = H_c$$

$$\Phi_I = N i$$

$$B_{M2} = \mu_{M2} (H_{M2} + H_{c2})$$

$$\mu_{AK} = \mu_H$$

$$H_{c1} = H_{c2} = -H_{c3} = -H_{c4}$$

$$R_{M2} =$$

$$\frac{E_H}{\mu_H A_2(x)}$$

$$\frac{E_H}{\mu_H \frac{\pi_2^2 - \pi_1^2}{2} (\theta - x)}$$

$$R_{M2}(x) = \frac{E_H}{\mu_H A_2(x)}$$

$$\frac{E_H}{\mu_0 \frac{\pi_2^2 - \pi_1^2}{2} (\theta - x)}$$

In generale

$$\psi(i, x) = \psi_0(x) + L(x) i$$

75

$$M(i, x) = \frac{d\psi_0(x)}{dx} + \frac{dL(x)}{dx} i = -\frac{\mu_0 N^2 \mu_c}{\epsilon_E} (\pi_b^2 - \pi_b^1)$$

quantità indipendente da i e x

Essendo uno scalare $(H = Kd)$

$$W_E(i, x) = \int_0^i M(i, x) di = \underline{M i}$$

Forza di induzione non dipende più da x (a eccezione nulla)

Energia e la stena $\Rightarrow$ estremo inferiore e $(H=0)$

Legame lineare $\rightarrow$ la controllabilità (ho il massimo esplicito)
la controllabilità

Dipendenza dalla posizione dip. posizione nulla All'interno

della regione dipendenza dalla posiz. nulla

Lo avremo potuto vedere osservando che (Kd) è costante.
e S_0 energia

WWW.INGONLINE.BIZ

$$S_0(i, x) = \frac{\partial W_E(i, x)}{\partial x} = 0 \quad \text{dip. posizione nulla}$$

La stena risponde qualsiasi sia la sua posizione

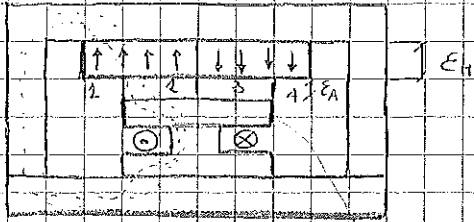
Non si può usare per imporre posizione senza controllo attivo

senza retroazione (non va molto bene), se si fa controllo

in retroazione significa non avere interferenze con il controllo

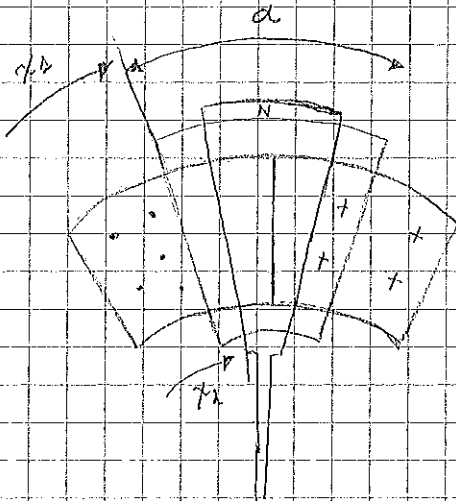
divo che fornisce un corrente

Per quello aperto S_0 prende il negativo



Da porre + significativa
è applicata a questo

INTERAZIONI MAGNETICHE
SULLE PARTI MAGNETICHE



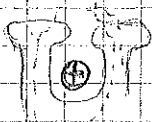
M avrebbe 2 componenti una dipendente da x_1 e x_2

$$\underline{M} = \frac{\partial \psi(x)}{\partial [x_1, x_2]} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \end{bmatrix}$$

uguale
all'espressione
di prima

praticamente
nulla

WWW.INGONLINE.BIZ



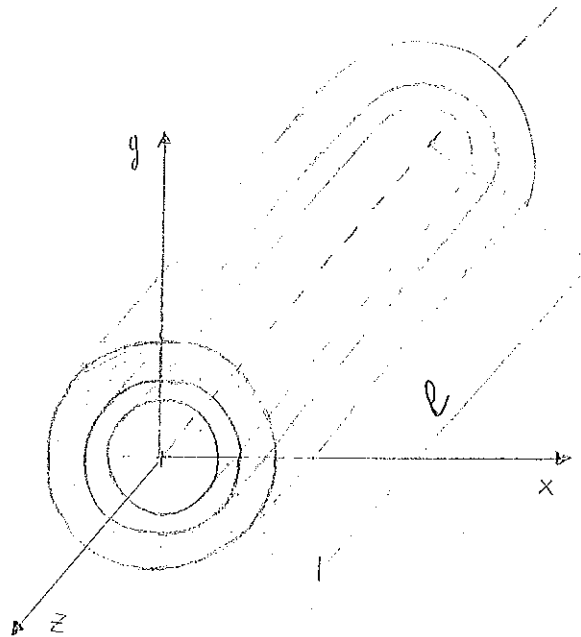
M — K_0 Coppia — Tensioni elettromagnetiche

22/02/2006

77

ANALISI DELLE MACCHINE ELETTRICHE A TAMBURLO LUNGO

Cilindro cavo con
dentro un cilindro
pieno



WWW.INGONLINE.BIZ

Un unico GRADO DI LIBERTA' : distanza angolare ROTORE STATORE

Conduttori che scorrono in DIREZIONE ASSIALE

lungo : DIREZIONE ASSIALE PREPONDERANTE RISPETTO A QUELLA TRASVERSALE

La sarà una parte centrale compresa tra le 2 basi in cui la

struttura di macchina e le grandezze magnetiche non cambiano

Potremo considerare quello che avviene internamente preponderante.

Potremo considerare $l \rightarrow \infty$ e analizzare un problema bidimensionale

invece che tridimensionale (qualificare una qualunque superficie $\perp$ all'asse z)

Possiamo analizzare una qualunque sezione nel tratto centrale



In effetti poi non è detto che il rapporto $[L/D]$ sia molto grande
Vediamo cosa succede all'estremità (ALLE TESTATE DEGLI AVVOLGIMENTI)

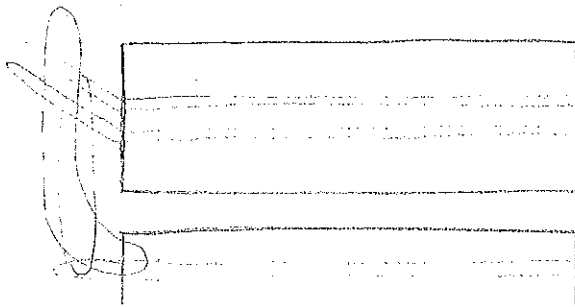
Fenomeni elettromagnetici non molto diversi da quelli interni
(Fenomeni che avvengono alle testate sono spesso fenomeni
che se non a fondo sarebbe meglio)

Consideriamo le linee di campo $\rightarrow$ le linee di campo sono completamente
in aria e in parte in ferro

Linee di campo si sovrappongono prevalentemente in aria - (Relazione
correnti flussi e linee)

Se anche la parte in ferro andasse in saturazione ci potrebbe
essere un comportamento indiretto

Flussi di dispersione: Legame lineare con le correnti - Matrice della
induttanza esistente rispetto alle correnti e anche alle posizioni (Le linee
di forza che coinvolgono il rotore sono pochissime, flusso associato
a quelle linee è poco)

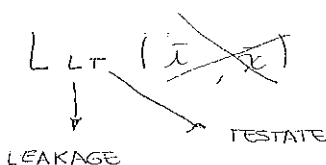


WWW.INGONLINE.BIZ

Tieni di conto che le testate di rotore e statore sono separate dalla
forza centrifuga

SI HANNO ACCOPIAMENTI MUTUI TRA GLI AVVOLGIMENTI DI STATORE E ROTORE

Non tra rotore e statore



~~Non esiste nessun al di fuori della
disposizione principale~~

Scegliamo VARIABILE LAGRANGIANA ANGOLARE

$$\boxed{x = \gamma}$$

(angolo meccanico)

Potremmo poi pensare anche ad un'altra scelta

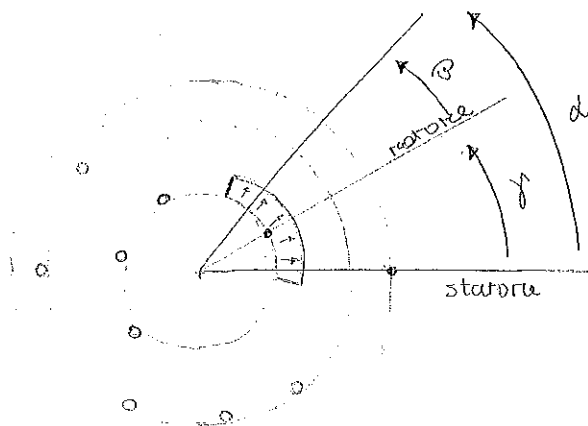
179

$$\boxed{\bar{\Psi}_L} = \boxed{(L_{LT} + L_{LC}) \bar{x}} = \boxed{L_L \bar{x}}$$

HATRICE DELLE INDUTTANZE DI DISPERSIONE

Per gli elementi di disturbo consideriamo

$$\boxed{\bar{\Psi}_P}$$



$\gamma = \alpha$ DISTANZA ANGOL
ROTORE / STATORE

posizione angolare
alla periferia eq
pono individuare
con β o α

Tra α β γ esiste

relazione $\boxed{\alpha = \beta + \gamma}$

In teoria il dispositivo avrebbe 6 gradi di libertà, (3 rotazioni e 3
traslazioni) più $\boxed{1}$. Ma i 6 gradi di libertà sono fissi

Tenuto conto che quasi in tutte le macchine ci sono magneti

permanenti o sul rotore, o sullo statore,

$\Rightarrow$ considereremo caso in cui magneti permanenti siano o sul rotore
o sullo statore (es. rotore come sopra)

Rotore $\rightarrow$ magneti e conduttori

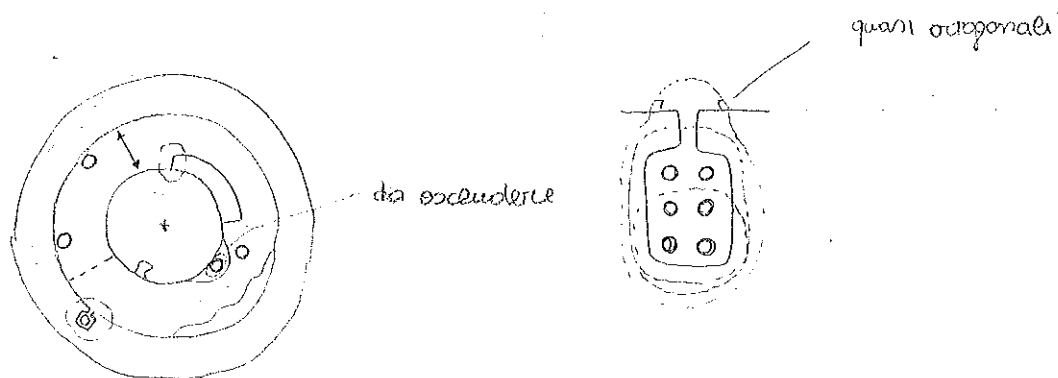
WWW.INGONLINE.BIZ

Dovremo fare un'analisi di campo (non troppo dettagliata) per trovare i
flussi concatenati, $\boxed{B(\bar{x}, \bar{y}, \gamma)}$

$$\boxed{B_z \text{ nulla}}$$

$\rightarrow$ Input
se consideriamo parte centrale i conduttori sono $\parallel z$

e i magneti magnetizzati in senso radiale



$${}^c \bar{\Psi}_P(\bar{x}, \bar{x})$$

↑
y

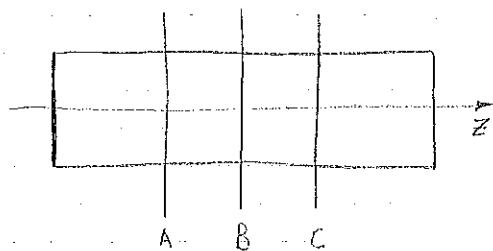
$$\underline{{}^c \bar{\Psi}_P(\bar{x}, y)} = \underline{{}^c \bar{\Psi}_P(\bar{x}, y)} + \underline{{}^c \bar{\Psi}_L(\bar{x})}$$

$$\boxed{{}^c \bar{\Psi}_L(\bar{x})} = \underline{L_L \bar{x}}$$

molto lunga

struttura fisica ripetuta in tutte le direzioni trasversali

In una regione centrale abbastanza ampia non dip. di B e H da z
(COORDINATA z)



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{Bz = 0}$$

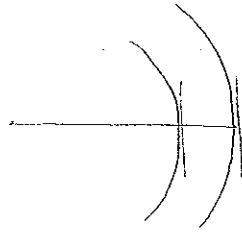
Mappa di campo bidimensionale

Gruppo paramagnetico od eliminata permeabilità

$\mu_F \rightarrow \infty$, App. esterno non

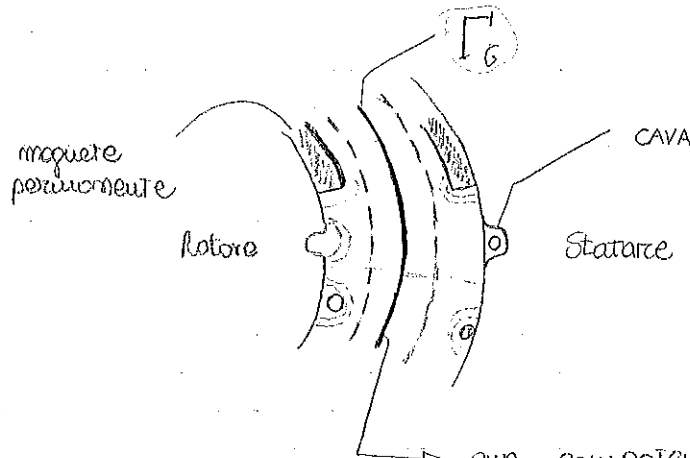
uccede niente, sup. esterna equipotenziale

Doveremo valutare flusso concatenato ∇ avvolgimento



non è molto corretto considerare
situazione del genere

Dividere regione che separa statore da rotore



sup. equipotenziale: qualcosa che assomiglia
a un cilindro xke dobbiamo considerare
linee di campo equip. ^{equip.} grossolanamente
cilindriche
(tutto meno vero se ci sono elementi
di disturbo) → magneti conduttori

Devo trovare ψ

WWW.INGONLINE.BIZ

$\Gamma_6 \rightarrow$
buona sup. xke lontano dai disturbi

Inoltre diventa un integrale di un prodotto algebrico e non xloro

Poiché per si ripete ^{lungo z} non è necessario pensarla come superficie ma
come una curva

$$\bar{x} = \bar{h}(\theta)$$

A descrutta parametricamente dalla funzione h
ho fissato la posizione rotore e correnti (mappo di campo

Possiamo parametrizzare
curva

facendolo variare θ in un intervallo

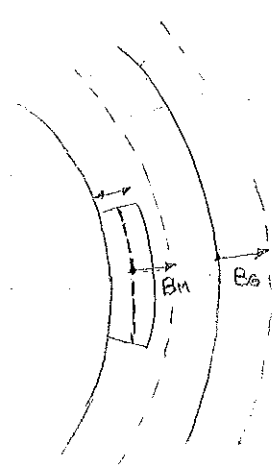
Rango es scelto io

$$\theta \in [0, 2\pi]$$

linea di campo tralascia da parte (permanente) rotore a quella di stator

Comp. magneti permanenti e autubusee

Sono attraversati da linee di campo principali



esse cambiano in direzione radiale
ma lo spessore è piccolo

sup. equipotenziale media in cui

for un ragionamento simile a

puma. E' ancora meno affidabile

che vanno a sorgenti di disturbo

$\bar{h}_H(\theta, y)$

corrispondente alla stessa linea

$\bar{h}_G(\theta, y)$

Corrispondenza

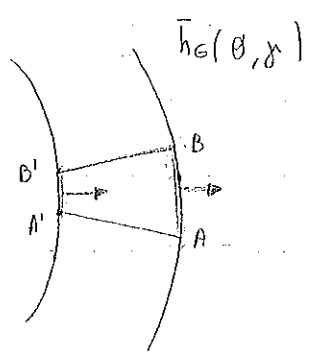
$B_G(\theta, \bar{r}, y)$

$B_H(\theta, \bar{r}, y)$

legati della stessa linea di campo

valori induzione
medi lungo θ a
curve vettori induzione
 $\perp$ sup. equipotenziali

Se immagino un tubo di flusso intorno a quella linea di campo



$\theta \rightarrow \theta + d\theta$

WWW.INGONLINE.BIZ

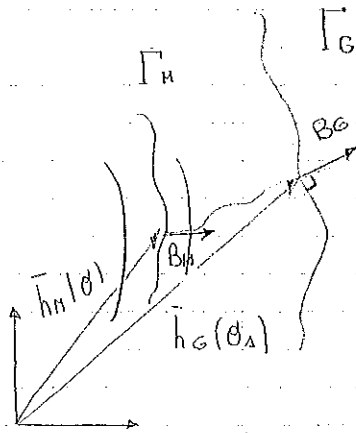
[A]: $h_G(\theta, y)$

[A']: $h_H(\theta, y)$

[B]: $h_G(\theta + d\theta, y)$

[B']: $h_H(\theta + d\theta, y)$

$d\phi_G = [B_G(\theta, \bar{r}, y) \parallel h_G(\theta + d\theta, y) - h_G(\theta, y) \parallel]$



$$\begin{cases} B_H(\theta, \bar{x}, y) \rho_H(\theta, y) = B_G(\theta, \bar{x}, y) \rho_G(\theta, y) \\ \int_0^{2\pi} B_G(\theta, \bar{x}, y) \rho_G(\theta, y) d\theta = 0 \end{cases}$$

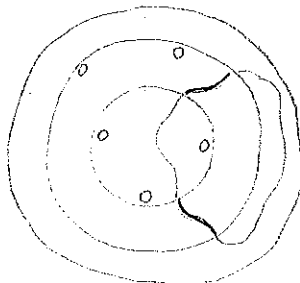
WWW.INGONLINE.BIZ

Velocità legge di Gauss è stato considerata completamente

Come descriviamo gli avvolgimenti



pono comunque partizionare l'avvolgimento in un num. qualunque di
ovv. men in serie (induz. e punti concatenati siano a pari)



(Aria pura)
envie xke sarebbe
come con. presenza
di una aria spaziale
xke $B_z = H_z = 0$

Introduciamo elementi costitutivi

84

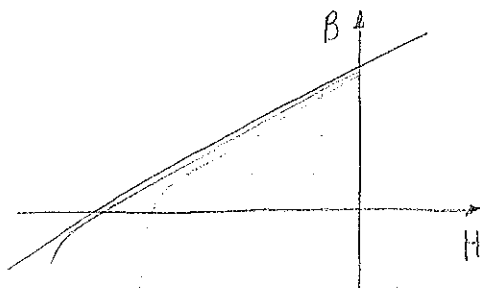
TRAFERRO

Ammettiamo che le caratteristiche possono variare con la posizione

$$B_0(\theta, \bar{x}, y) = \mu_0(\theta, y) \cdot H_0(\theta, \bar{x}, y)$$

MAGNETI

Approccio magneticamente lineare



Si Co } Magneti ALLE
Na Fe Bo } TERRE
RARE

WWW.INGONLINE.BIZ

$$B_H = \mu_H |H_H + H_c|$$

magneti supponiamo solidali al rotore

$$\mu_H'(\beta) \quad H_c'(\beta)$$

qualcosa che dipende da posizione conviene descriverlo nel sist. rufe rotore
magneti sono solidali al rotore

Rispetto al rotore i magneti hanno sempre la stessa posizione

⇒ trovo due funzioni che non dipendono da y

$$E_H'(\beta)$$

tra $E_H'(\beta)$ e $E_H(\theta, y)$ cambia il sistema di riferimento

si deve correlare

dato θ e y posso trovare β sul rotore

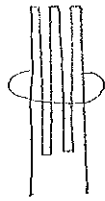
$$B_0(\theta, y)$$

a dice esattamente dove andiamo a finire sul rotore
percorrendo la linea di forza
passante per θ

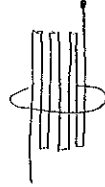
N_{kh}

num. conduttori equivalenti appartenenti a quel gruppo

85



gruppo di conduttori equivalenti a ①



gruppo di conduttori equivalenti a ①

verso di percorrenza è importante. Se corrente porta a rovescio
potremmo metterla meno a N_{kh}

positivi conduttori CON VERSO ENTRANTE nel piano di sezione

$N_{kh} \in \mathbb{Z}$

Dobbiamo vedere se α_{kh} appartiene al loop

Se si trova dentro contribuisce altrimenti no.

$\alpha_0(\theta, \gamma)$

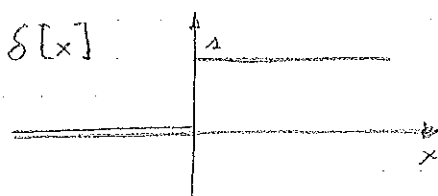
posizione corrispondente sullo statore della linea di forza
potente per θ

WWW.INGONLINE.BIZ

forze K_{esma} , M_{SK} gruppi di conduttori che si trovano sullo statore

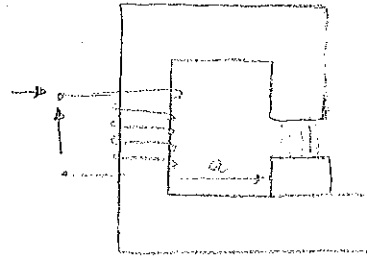
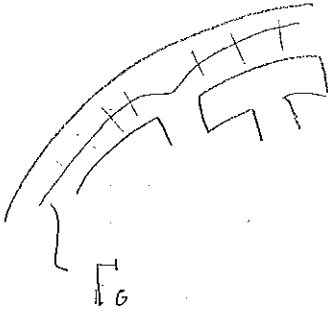
composti da N_{SKh} in posizione α_{kh}

Così x il rotore



$$\begin{cases} \alpha_{kh} - \alpha_0(\theta_1, \gamma) > 0 \\ \alpha_{kh} - \alpha_0(\theta_2, \gamma) < 0 \end{cases}$$

gruppo di
conduttori
è nel loop

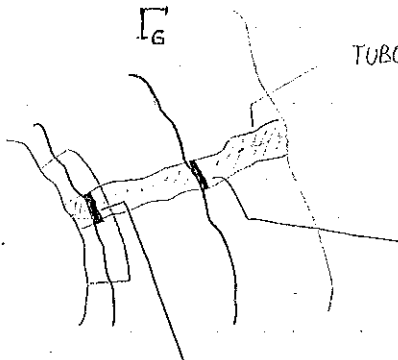


$$B(\bar{x}, \bar{y}, y) \approx \bar{J}(\bar{x}, y) g(\bar{x}, \bar{y}, y)$$

AL VARIARE DI $\bar{y}$ VARIA L'INTENSITA' DEL CAMPO

B_G Valore medio di induzione nel nucleo $B_G(\theta, \bar{x}, y)$
 (Valore se B_G striato e ragionevolmente costante)

Immaginiamo un tubo di flusso elementare



TUBO DI FLUSSO ELEMENTARE

$$\rho_G(\theta, y) l d\theta$$

$$\rho_M(\theta, y) l d\theta$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$B_G(\theta, \bar{x}, y) \rho_G(\theta, y) l d\theta = B_M(\theta, \bar{x}, y) \rho_M(\theta, y) l d\theta$$

$$B_M(\theta, \bar{x}, y) = B_G(\theta, \bar{x}, y) \frac{\rho_G(\theta, y)}{\rho_M(\theta, y)}$$

$$\int_0^{2\pi} B_G(\theta, \bar{x}, y) \rho_G(\theta, y) l d\theta = 0$$

Soddisfacciamo Legge di Gauss (usata compieramente)

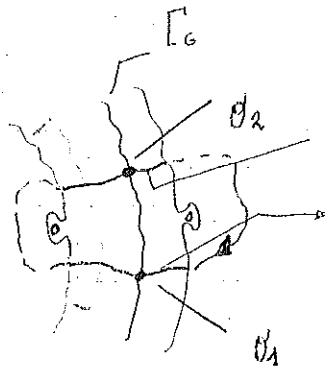
CONSIDERIAMO:

Percorsi che hanno parti dentro il traferro, e le altre seguono linee forza

89

principali

prodotti scalari con
diventano semplici
prodotti su quei
percorsi



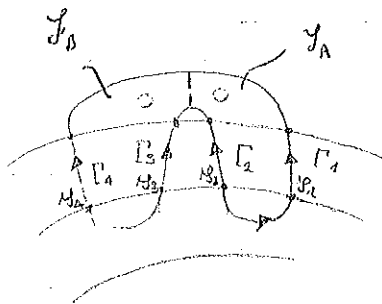
Γ2 associata a posizione parametrica θ2

Γ1 associata alla posizione parametrica θ1

66) continuo se diretto da rotore a rotore

Richiudiamo nella parte in ferro, all'esterno dei conduttori (alle

spalle dei conduttori)



I1 I2 I3 I4

$$I_K = \int_{\Gamma_K} \vec{H} \cdot d\vec{e}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\int_{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4} \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_A + I_B$$

$$(I_1 - I_2) + (I_3 - I_4) = (I_A + I_B)$$

Validità Legge di Ampere su percorsi completi conseguenza validità

della legge su percorsi elementari

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = \int_{\Gamma_1} + \int_{\Gamma_2} \quad \int_{\Gamma_2} \vec{H} \cdot d\vec{e} = \int_{\Gamma_{2G}} \vec{H}_G \cdot d\vec{e} + \int_{\Gamma_{2N}} \vec{H}_N \cdot d\vec{e}$$

$$= H_G(\theta_2, \bar{x}, y) E_G(\theta_2, y) + H_N(\theta_2, \bar{x}, y) E_N(\theta_2, y)$$



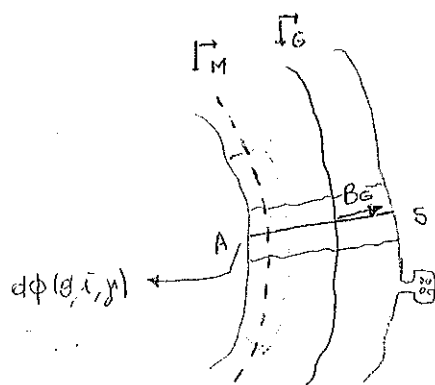
Se H_G e H_N
non hanno molte
molte e in ogni punto
con H_G = V_m / g_G
molte

$$\boxed{B_G(\theta, \bar{x}, y)} = \frac{\mu_G(\theta, y)}{\epsilon_G(\theta, y)} \left[\mathcal{F}_{RS}(\theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_C(\theta, y) \right]$$

- elemento di tipo costruttivo
- magnetico

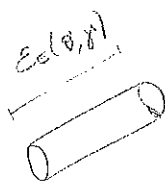
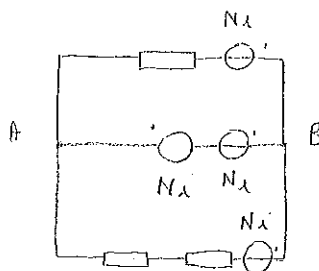
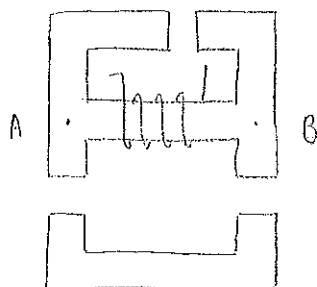
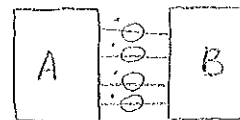
$$\mathcal{F}_{RS}(\theta_2, \bar{x}, y) - \mathcal{F}_{RS}(\theta_1, \bar{x}, y) =$$

2/03/2006



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{B_G(\theta, \bar{x}, y)} = \frac{\mu_G(\theta, y)}{\epsilon_G(\theta, y)} \frac{\mathcal{F}_{RS}(\theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_C(\theta, y)}{\epsilon_G(\theta, y)}$$

 $\mu_G(\theta, y)$ e da

PENSARE f.m.m.
 associate a un ramo
 o a un altro e una
 nostra convenzione
 Modo di
 associare f.m.m.
 non è univoco
 basta che non tenga
 di conto

Introduco
funzione

$$\bar{N}(\theta_1, \theta_2, y) = \begin{bmatrix} \vdots \\ N_K(\theta_1, \theta_2, y) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

89

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_I(\theta_1, \theta_2, \bar{x}, y) &= \\ &= \bar{N}^T(\theta_1, \theta_2, y) \bar{x} \end{aligned}$$

↳ funzione derivativa di sovrapposizione

Potremmo pensare di fissare θ_1 e poi variare θ_2 (chiamo genericamente θ)

$$\mathcal{F}_{RS}(\theta, \bar{x}, y) = \mathcal{F}_I(\theta_1, \theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_{RS}(\theta_1, \bar{x}, y)$$

μ_0 NOTA
 $E \in$ NOTA
 $\mathcal{F}_C$ NOTA
 $\mathcal{F}_I$ NOTA

INCOGNITA
1 valore
SCALARE

Ho una sola incognita significativa

Anche sostituendo nell'eq.

$$\mathcal{B}_0(\theta, \bar{x}, y) = \mu_0(\theta, y) \frac{\mathcal{F}_{RS}(\theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_C(\theta, y)}{E \in(\theta, y)}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Hi rimane comunque incognita $\mathcal{F}_{RS}(\theta_1, \bar{x}, y)$

Devo sfruttare la legge di Gauss applicata nel complesso

Qualsiasi θ_1 scelga deve venire lo stesso risultato

Scegliamo $\times$ semplificata $\theta_1 = 0$ $\mathcal{F}_{RS}(\theta, \bar{x}, y) = \mathcal{F}_I(0, \theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_{RS}(0, \bar{x}, y)$

$$\mathcal{B}_0(\theta, \bar{x}, y) = \frac{\mu_0(\theta, y)}{E \in(\theta, y)} \left[\mathcal{F}_I(0, \theta, \bar{x}, y) + \mathcal{F}_C(\theta, y) + \mathcal{F}_{RS}(0, \bar{x}, y) \right]$$

TERMINI COSTRUTTIVI

dipendenti da

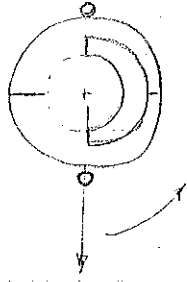
$\bar{x}, y$

$\mathcal{F}_I(\theta, \bar{x}, y)$

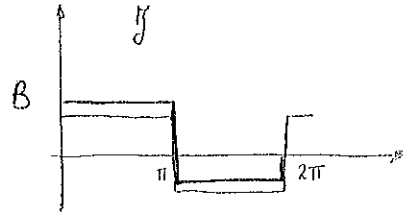
FORZA MAGNETO MOTTRICE
TOTALE

$$\underline{y_e(\theta, \bar{x}, y)} = \underline{y_T(\theta, \bar{x}, y)} + \underline{y_{RS}(\theta, \bar{x}, y)} =$$

$$= \underline{y_T(\theta, \bar{x}, y)} \ominus \frac{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) y_T(\theta, \bar{x}, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta}$$



$$B = \mu_0 \frac{y_{RS}}{E_0}$$



Il non può essere così altrimenti
B poiché p_e sono diversi
a destra e a sinistra
non avrebbe valore medio nullo
e questo non può essere

$$\underline{B_{GD}} = \mu_0 \left(\frac{N\lambda}{\lambda} + \Delta \right) / E_{GD}$$

$$\underline{B_{GS}} = \mu_0 \left(-\frac{N\lambda}{\lambda} + \Delta \right) / E_{GS}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\int_0^{\pi} B_{GD} + \int_0^{\pi} B_{GS} = 0$$

$$\frac{N\lambda}{\lambda} \left(\frac{1}{E_{GD}} - \frac{1}{E_{GS}} \right) + \Delta \left(\frac{1}{E_{GD}} + \frac{1}{E_{GS}} \right) = 0$$

$$\underline{\Delta} = \frac{\frac{N\lambda}{\lambda} \left(\frac{1}{E_{GS}} - \frac{1}{E_{GD}} \right)}{\frac{1}{E_{GS}} + \frac{1}{E_{GD}}}$$

nel nostro caso negativo

Sopprimiamo dove sono i carni ottici ma non sopprimiamo come si richiude

l'area e sotto l'ovvolgimento equidizionale quello che occorre nella macchina

Interessa fluno dispersione alle testate ma non quello che avviene

nella parte centrale

Ritorni felizi. Della parte non è facile visualizzare le impale pure

$$\boxed{f_{\epsilon}(\theta, \bar{x}, y)} = \boxed{f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta}}$$

91

$$\boxed{p_{\epsilon}(\theta, y)} = \boxed{p_c(\theta, y) \frac{p_{\epsilon}(\theta, y)}{\epsilon_{\epsilon}(\theta, y)}} \quad \boxed{f_{\tau}} = \boxed{f_c(\theta, y) + f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y)}$$

$$\Rightarrow \underline{f_{\epsilon}(\theta, \bar{x}, y)} = \left[f_c(\theta, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) f_c(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta} \right] + \left[f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta} \right]$$

non dipende dalle
coordinate

$$\boxed{f_{\epsilon_0}(\theta, y)}$$

$$\boxed{f_{\epsilon\tau}(\theta, \bar{x}, y)}$$

$$= \boxed{f_{\epsilon_0}(\theta, y)} + \boxed{f_{\epsilon\tau}(\theta, \bar{x}, y)}$$

$$\underline{f_{\epsilon_0}(\theta, y)}$$

$$f_{\epsilon_0}(\theta, y) = f_c(\theta, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) f_c(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta}$$

$$\underline{f_{\tau}(\theta, \bar{x}, y)} = \boxed{\bar{N}^T(0, \theta, y) \bar{x}}$$

$$\boxed{N_K(0, \theta, y)}$$

$$N_K(0, \theta, y) = \sum_{h=1}^{msk} N_{skh} \delta[\alpha_{kh}, \alpha_0(0, y), \alpha_0(\theta, y)] + \sum_{h=1}^{msk} N_{Rkh} \delta[\beta_{kh}, \beta_0(0, y), \beta_0(\theta, y)]$$

$$\underline{f_{\epsilon\tau}(\theta, \bar{x}, y)} = \boxed{\bar{N}^T(0, \theta, y) \bar{x} - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) \bar{N}^T(0, \theta, y) \bar{x} d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta}}$$

$$= \left[\bar{N}^T(0, \theta, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) \bar{N}^T(0, \theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_{\epsilon}(\theta, y) d\theta} \right] \bar{x}$$

$$\bar{x} = \boxed{\bar{N}_{\epsilon}^T(\theta, y) \bar{x}}$$

equivalente

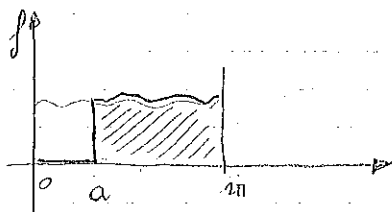
$$\boxed{f_{\epsilon}(\theta, \bar{x}, y)} = \boxed{f_{\epsilon_0}(\theta, y)} + \boxed{f_{\epsilon\tau}(\theta, \bar{x}, y)}$$

$$+ \sum_{h=1}^{N_{Rk}} N_{Rkh} \int_0^{2\pi} B_c(\theta, \bar{x}, \theta) p_c(0, y) d\theta \quad 9.2$$

$$B: B_c(\theta, y) = \beta_{kh}$$

con $\theta = 2\pi$ non ho mai problema che estremo superiore > di quello superiore
non ho cambiamento di segno.

L'ESTREMO INFERIORE è VARIABILE $\rightarrow$ sarebbe utile renderlo fissa

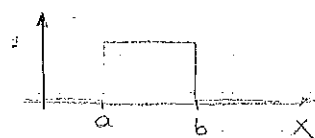


Definisco una funzione p nulla
prima di a —
così l'estremo inferiore non è più
variabile.

$$A = \int_a^{2\pi} f(x) dx$$

$\rightarrow$ estremo inferiore variabile

$$\delta(x, a, b) = \begin{cases} 1 & x \in [a, b] \\ 0 & x \notin [a, b] \end{cases}$$



$$0 \leq a \leq x \leq 2\pi$$

$$p(x) = f(x) \cdot \delta(x, a, 2\pi)$$

$\rightarrow$ non è immediatamente riconoscibile

$$\Rightarrow * \quad p(x) = f(x) \cdot \delta[a, 0, x]$$



$$\theta \in [\theta_1, 2\pi]$$

$$\theta_1 = \theta_1 : \alpha_0(\theta_1, y) = \alpha_{kh}$$

$\uparrow$
monotonia crescente
con θ e regioni regolarizzate.

WWW.INGONLINE.BIZ

Immagine di questo intervallo è $\alpha_0(\theta, y) \in [\alpha_{kh}, \alpha_0(2\pi, y)]$

$$\alpha_{kh} \leq \alpha_0(\theta, y) \leq \alpha_0(2\pi, y)$$

$\rightarrow$ la parte di disuguaglianza che mi interessa è questa

$$= e \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) N_K(0, \theta, y) \left[\mathcal{I}_c(\theta, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_e(\theta', y) \mathcal{I}_c(\theta', y) d\theta'}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta', y) d\theta'} \right] d\theta \quad 93$$

$$= e \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) N_K(0, \theta, y) \mathcal{I}_c(\theta, y) d\theta - \frac{e \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) N_K(0, \theta, y) d\theta \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \mathcal{I}_c(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta}$$

08/03/2006

$$\boxed{B_G(\theta, \bar{\lambda}, y)} = \frac{p_G(\theta, y) \mathcal{I}_E(\theta, \bar{\lambda}, y)}{\varepsilon_e(\theta, y)}$$

$$\boxed{\mathcal{I}_E(\theta, \bar{\lambda}, y)} = \mathcal{I}_T(\theta, \bar{\lambda}, y) - \frac{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \mathcal{I}_T(\theta, \bar{\lambda}, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta} = \mathcal{I}_{E0}(\theta, y) + \mathcal{I}_{E1}(\theta, \bar{\lambda}, y)$$

$$\mathcal{I}_T(\theta, \bar{\lambda}, y) = \boxed{\mathcal{I}_c(\theta, y)} + \boxed{\mathcal{I}_I(\theta, \bar{\lambda}, y)}$$

$$\boxed{\mathcal{I}_I(\theta, \bar{\lambda}, y)} = \bar{N}^T(0, \theta_2, y) \bar{\lambda}$$

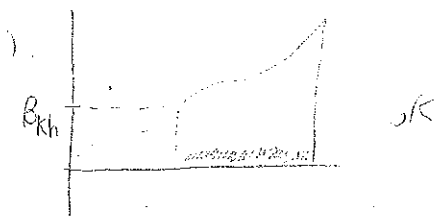
WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{N_K(\theta_1, \theta_2, y)} = \sum_{h=1}^{m_{SK}} N_{SKh} \delta[\alpha_{Kh}, \alpha_0(\theta_1, y), \alpha_0(\theta_2, y)] + \sum_{h=1}^{m_{RK}} N_{RKh} \delta[\beta_{Kh}, \beta_0(\theta_1, y), \beta_0(\theta_2, y)]$$

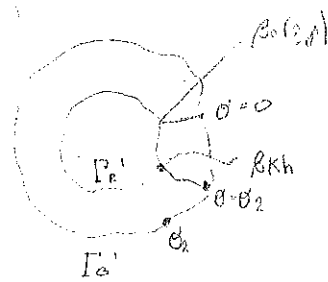
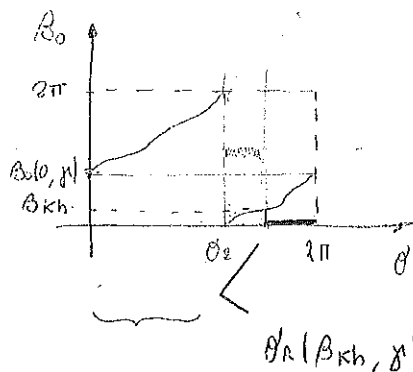
$$\boxed{B_G(\theta, \bar{\lambda}, y)} = \frac{p_G(\theta, y)}{\varepsilon_e(\theta, y)} [\mathcal{I}_{E0}(\theta, y) + \mathcal{I}_{E1}(\theta, \bar{\lambda}, y)] = \underbrace{(B_{G0}(\theta, y))}_{B_G(0, \theta, y)} + B_{G1}(\theta, \bar{\lambda}, y)$$

$$\boxed{B_{G0}(\theta, y)} = \frac{p_G(\theta, y)}{\varepsilon_e(\theta, y)} \mathcal{I}_{E0}(\theta, y) \quad \boxed{B_{G1}(\theta, \bar{\lambda}, y)} = \frac{p_G(\theta, y)}{\varepsilon_e(\theta, y)} \bar{N}^T(0, y) \bar{\lambda}$$

se $\beta_0(0, y) \neq 0$



disuguaglianza fra

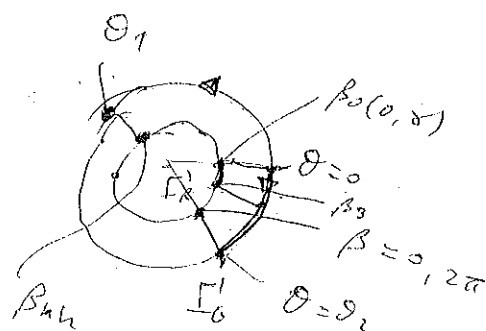
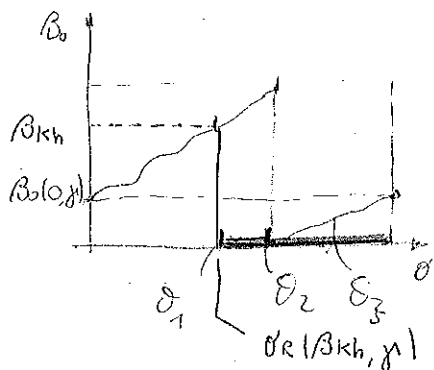


94

$$\beta_0(0, y) \leq \beta_{kh} \leq \beta_0(\theta, y),$$

$$\beta_{kh} \tilde{t} [\beta_0(0, y), \beta_0(\theta, y)]$$

$$\beta_0(0, y) \leq \beta_{kh} \leq \beta_0(\theta, y) \dots$$



$$= \ell \int_0^{2\pi} N_k(0, \theta, y) B_0(\theta, \bar{x}, y) \rho_0(\theta, y) d\theta$$

$$\bar{\Psi}_P(\bar{x}, y) = \ell \int_0^{2\pi} \bar{N}(0, \theta, y) B_0(\theta, \bar{x}, y) \rho_0(\theta, y) d\theta =$$

$$\left[\ell \int_0^{2\pi} \bar{N}(0, \theta, y) B_{00}(\theta, y) \rho_0(\theta, y) d\theta \right] + \left[\ell \int_0^{2\pi} \bar{N}(0, \theta, y) B_{0\pm}(\theta, y) \rho_0(\theta, y) d\theta \right]$$

$$\bar{\Psi}_{P0}(\bar{x}, y)$$

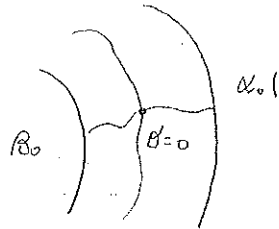
WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{\Psi}_{PI}(\bar{x}, y)$$

$$\bar{\Psi}_{P0}(y) = \ell \int_0^{2\pi} \bar{N}(0, \theta, y) \frac{\rho_0(\theta, y)}{\varepsilon_E(\theta, y)} \bar{\Psi}_{E0}(\theta, y) \rho_0(\theta, y) d\theta =$$

$$\ell \int_0^{2\pi} \rho_0(\theta, y) \cdot \bar{N}(0, \theta, y) \bar{\Psi}_{E0}(\theta, y) d\theta =$$

$$\ell \int_0^{2\pi} \rho_0(\theta, y) \bar{N}(0, \theta, y) \left[\bar{\Psi}_c(\theta, y) - \frac{\int_0^{2\pi} \bar{\Psi}_c(\theta', y) \rho_0(\theta', y) d\theta'}{\int_0^{2\pi} \rho_0(\theta', y) d\theta'} \right] d\theta$$



Non riesco a finire in modo corretto
sia e esse sul rotore che sullo statore.
Al massimo ho potuto fare in 1 situazione

Se si pensa δ indicizzata su $2\pi \Rightarrow$ tutto funziona

$$\delta[x, a, b] = \begin{cases} 1 & x \in [a, b] \text{ o } [b, a] \\ 0 & x \notin [a, b] \text{ o } [b, a] \end{cases}$$

Ricordando che a siamo muovendo nel verso dei δ crescenti

09/03/2006

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{\Psi_{p0}(y)} = \frac{\ell \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) \bar{J}_c(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta} - \ell \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) d\theta \cdot \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{J}_c(\theta, y) d\theta$$

$$\boxed{L_p(y)} = \frac{\ell \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) \bar{N}^T(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta} - \ell \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) d\theta \cdot \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}^T(\theta, y) d\theta$$

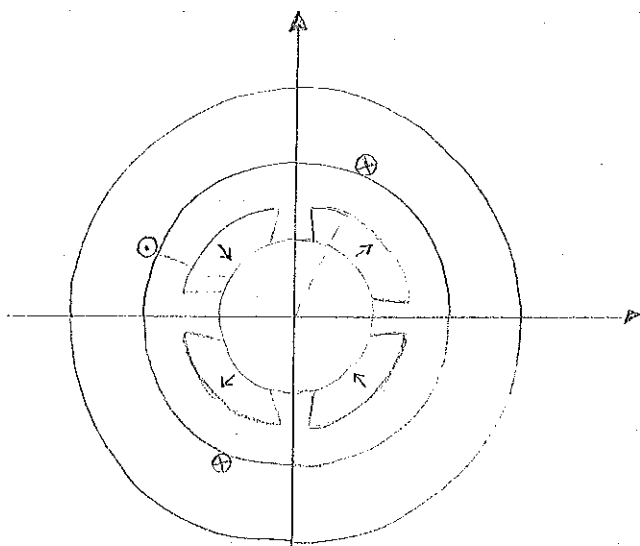
Che funzioni compaiono nelle espressioni di $\boxed{\Psi_{p0}(y)}$ e $\boxed{L_p(y)}$?

3 otre funzioni $\boxed{p_e(\theta, y)}$ funzione $\boxed{\bar{N}(\theta, y)}$ $\boxed{\bar{J}_c(\theta, y)}$

Come è fatta la macchina a $\boxed{\text{modulo in queste 3 funzioni}}$

Per quanto riguarda θ - Poniamo immaginare di estendere funzioni
e estenderla periodicamente

Poniamo fare di più. Sappiamo che nella macchina a sono $\boxed{p}$ pari di poli $\Rightarrow$



$\frac{2\pi}{p}$ Per $\boxed{p_G}$ $\boxed{E_G}$ $\boxed{E_E}$ periodiche di $\boxed{\frac{\pi}{p}}$ così anche per $p_{II} \cdot p_G$

Per quanto riguarda $\boxed{f_c(\theta, y)}$ periodo è doppio $\boxed{\frac{2\pi}{p}}$

$$p_c(\theta, y) = p_c(\theta, y) \frac{p_c(\theta, y)}{E_c(\theta, y)}$$

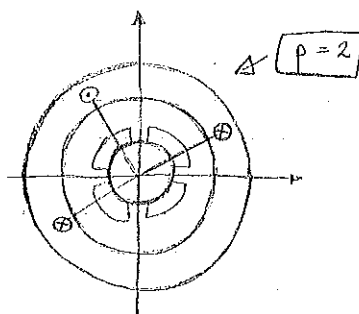
$$p_c(\theta, y) = p_c(\theta + \frac{\pi}{4}, y) \quad \forall \theta$$

Consideriamo N

Focalizziamoci su N_K

Se ha $\boxed{p}$ paia di poli e percorso $\boxed{\Gamma_G}$ mi accorgo che è periodica

$$e^{\boxed{\frac{2\pi}{p}}}$$

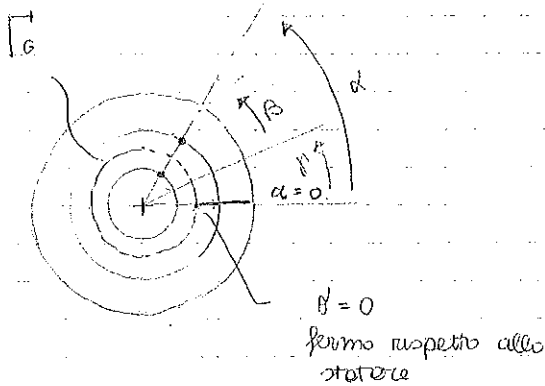


WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{N}(0, \theta, y) = \bar{N}(0, \theta + \frac{2\pi}{p}, y) \quad \forall \theta$$

$$|p(\theta, \gamma)| > 0 \quad \forall \theta, \gamma$$

$$\int_C p = \left(\frac{1}{\frac{\pi}{p}} \int_0^{\frac{\pi}{p}} |p(\theta, \gamma)| d\theta \right) > 0 \quad \text{quantità positiva}$$



p_θ dipende da come focalizz. la parametrizz.

$$\left\| \frac{\partial h}{\partial \theta} \right\|$$

$$\bar{x} = \bar{f}(\theta) \quad \theta = g(\lambda) \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \bar{f}(g(\lambda)) = \bar{h}(\lambda)$$

Parametrizzazione angolare - Posso scegliere punto iniziale

$\alpha = 0 \Rightarrow$ scelgo $\theta = 0$ punto nel quale linea di campo che passa $\alpha = 0$ passa dalla curva Γ_C

$$\alpha_0(\theta, \gamma) = \theta \quad \text{posso scegliere}$$

$$\beta_0(\theta, \gamma) = \theta - \gamma$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\frac{p_\theta}{p_\gamma} \text{ per } \frac{p_\theta}{p_\gamma} = \frac{\pi_C}{\pi_C} \text{ costante}$$

$$E_E = E_G + E_n \quad \frac{p_n}{p_\theta} \quad \frac{p_n}{p_\gamma}$$

$$\text{se non ci sono magneti} \quad \begin{cases} E_n = E_G \end{cases}$$

costante

Consideriamo i conduttori o sul rotore o sullo statore

$$N_K \quad \begin{cases} M_{SK} = 0 \\ M_{RK} = 0 \end{cases}$$

Sullo statore dipendenza da γ non c'è, funzione dipende solo da θ - Per una fase (tra sullo statore) coefficienti indipendenti da γ

$$\frac{J_c(\theta, r)}{N(\theta, r)} = \frac{J_c(\theta + \frac{2\pi}{P}, r)}{N(\theta + \frac{2\pi}{P}, r)}$$

$\forall \theta, r$

$$p_e(\theta, r) = p_e(\theta + \frac{\pi}{P}, r)$$

$$p_e(\theta, r) = p_e(\theta, r) \frac{p_c(\theta, r)}{\varepsilon_e(\theta, r)}$$

$$\varepsilon_e(\theta, r) = \varepsilon_e(\theta, r) \left(\frac{p_c(\theta, r)}{p_n(\theta, r)} \right) \left(\frac{p_e(\theta, r)}{p_n(\theta, r)} \right)$$

$\geq 1 \quad \leq 1$

Scomporre in serie di Fourier

$$J_c \approx \sum_{k=0}^{+\infty} h J_c(r) \cos ph [\theta - \theta_c(r)]$$

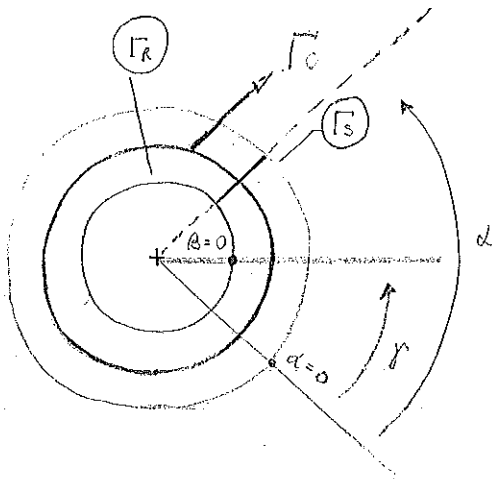
→ variegato di evidenziare aree di simmetria
poù in corrispondenza $h\theta_c$

$$N_k(\theta, r) \approx \sum_{h=0}^{+\infty} h N_k(r) \cos ph [\theta - \theta_k(r)]$$

$$p_e(\theta, r) \approx \sum_{h=0}^{+\infty} h p_e(r) \cos 2ph [\theta - \theta_e(r)]$$

CONSIDERIAMO CASO:

Statore e rotore perfettamente isotropi. Curve eq. cerchi concentrici



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\theta_s(\alpha, r) = \alpha$$

$$\beta_o(\theta, r) = (\theta - r)$$

$$J_c(\theta, r) = E_n(\theta, r) H_c(\theta, r)$$

$$E_n'(\beta)$$

$$H_c'(\beta)$$

⇒

$$= N_K(y) + \sum_{h=1}^{+\infty} h N_K(0) \cosh [\theta - h \theta_c(0) - y]$$

99

Scelta punti zero è arbitraria $\Rightarrow$ fun. derivativa di avvolgimento

dipende dalla scelta - Niente di reale [potrebbe dipendere da $N_K(y)$]

Valori medio di N_K dipendente da y non ha un significato fisico

Si può FARE UNA SCELTA DIVERSA

$$\theta_R(\beta, y) = \beta,$$

$$\alpha_0(\theta, y) = \theta + y$$

$$\Rightarrow [E_n'(\theta) \cdot H_c'(\theta)] = \sum_{h=0}^{+\infty} h J_c(0) \cosh [\theta - h \theta_c(0)]$$

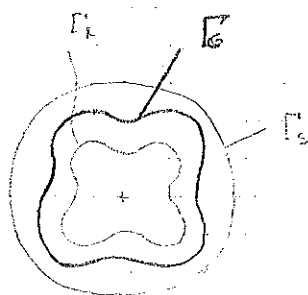
La dipendenza da y la ritrovo nello statore a questo punto

Questa soluzione elimina dipendenza da y in una funzione in più

Immagini sono solo sul rotore

Se c'è una anisotropia,

È più facile trovare una anisotropia sul rotore che sullo statore



WWW.INGONLINE.BIZ

Andamento non è più radiale

$$\theta_R(\beta, y) = \beta, \text{ sarebbe sempre possibile}$$

Tutto ciò che è sul rotore non è funzione di y - La dipendenza da y sullo statore però sarà più complicata

$$\text{Scegliamo } \alpha_0(\theta, y) = \theta + y$$

$$\theta_R(\beta, y) = f(\beta)$$

comunque la dipendenza da y non c'è

$$\theta_s(\alpha, 0) = \alpha$$

pono con for in modo $\alpha=0$ $\beta=0$ corrispondono a $\theta=0$

100

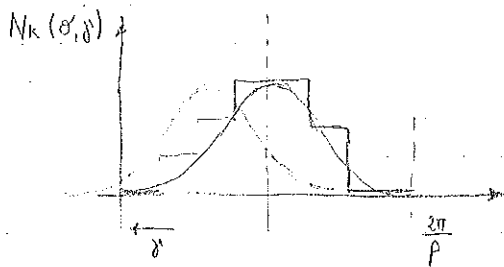
$$\theta_s(\alpha, y) = \alpha - y + \theta_0$$

$$\alpha_0(\theta, y) = \alpha_0(\theta, 0) + y$$

$$\Rightarrow N_k(\theta, y)$$

ovvero la stessa dipendenza di prima

Uno scelta del punto a permette anche di mantenere la periodicità,



$$\theta_k(y) = \theta_k(0) - y$$

Parametrizzazione invariante con le coordinate canoniche,

Statore anisotropo e rotore isotropo,

WWW.INGONLINE.BIZ

Valgono esattamente le stesse considerazioni.

Valgono in tutti i casi magari sono solidali struttura anisotropo.

1) determinanti α ha una traslazione

Rimane caso di doppia anisotropia $\rightarrow$ dipende caso $\times$ caso

$$L_p(y) = \frac{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) \bar{N}^T(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}(\theta, y) d\theta \times \int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) \bar{N}^T(\theta, y) d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e(\theta, y) d\theta}$$

$$L_{pkh}(y) = \frac{\int_0^{2\pi} p_e N_k N_h d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} p_e N_k d\theta \int_0^{2\pi} p_e N_h d\theta}{\int_0^{2\pi} p_e d\theta}$$

$$+ \frac{f_1 p_2}{4} \left[c_p(2\theta - 2\xi - p + \nu) + c_p(4\theta - 2\xi - p - \nu) \right] d\theta$$

104

$$= \left[2\pi f_0 p_0 h_0 + \left[\pi p_0 f_1 c_p(\nu - p) + \frac{\pi}{2} f_1 p_2 c_p(\nu + p - 2\xi) \right] h_1 \right]$$

$$\frac{\int_0^{2\pi} f(\theta) g(\theta) h(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} p(\theta) d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} f(\theta) g(\theta) d\theta \cdot \int_0^{2\pi} h(\theta) p(\theta) d\theta}{\int_0^{2\pi} p(\theta) d\theta}$$

$$2\pi f_0 p_0 h_0 + \pi p_0 f_1 h_1 c_p(\nu - p) + \frac{\pi}{2} f_1 p_2 h_1 c_p(\nu + p - 2\xi) - \frac{2\pi f_0 p_0 \cdot 2\pi h_0 p_0}{2\pi p_0} =$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \pi p_0 f_1 h_1 c_p(\nu - p) + \frac{\pi}{2} f_1 h_1 p_2 c_p(\xi - \frac{\nu + p}{2}) =$$

$$= \pi f_1 h_1 \left[p_0 c_p(\nu - p) + \frac{p_2}{2} c_p(\xi - \frac{\nu + p}{2}) \right]$$

$$\boxed{\Psi_{p_0 K}(y)} = \pi e^{i\gamma_c} N_K \left[p_0 c_p(\theta_c(y) - \theta_K(y)) + \frac{p_E}{2} c_p(\theta_E(y) - \frac{\theta_K(y) + \theta_c(y)}{2}) \right]$$

Nella nostra scelta per dipendenza da y c'è solo in

NOTA $\rightarrow$ scelta parametrizzazione

1 $\rightarrow$ Solide di rotore

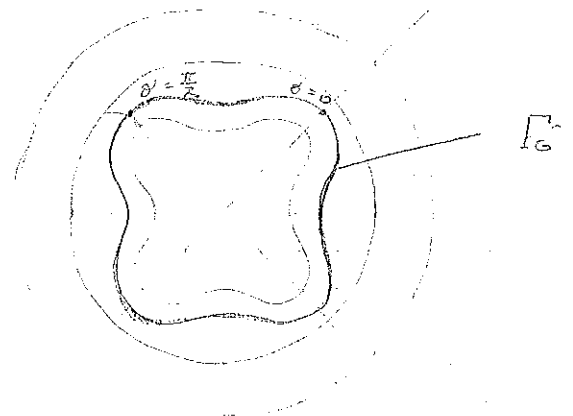
2 $\rightarrow$ tale da mantenere la periodicità funzioni
La parametrizzazione non è finita completamente

3 $\rightarrow$ $\alpha_r(\beta, y)$ $\beta_0(\theta, y)$

Nell'ipotesi che le linee di forza non si
modifichino con le correnti

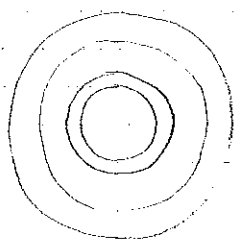
$$\theta_0(\alpha, 0) = \alpha$$

$$\alpha_0(\theta, y) = \alpha_0(\theta, 0) + y$$



Unica possibilità è che $B=0$

102



giusto che H_{co} non sia

è per questo che non si fa una magnetizzazione a valor medio diverso da 0

$$L_{PK}(\gamma) = \frac{\ell \int_0^{2\pi} \mu_r N_K N_h d\theta}{\int_0^{2\pi} \mu_r d\theta} - \ell \frac{\int_0^{2\pi} \mu_r N_K d\theta \int_0^{2\pi} \mu_r N_h d\theta}{\int_0^{2\pi} \mu_r d\theta}$$

$$= \frac{\pi \ell^2 N_K^2 N_h}{\int_0^{2\pi} \mu_r d\theta} \left[\int_0^{2\pi} \mu_r \cos p \left(\theta_K - \theta_h \right) d\theta + \frac{\mu_r}{2} \cos 2p \left(\theta_K - \frac{\theta_K + \theta_h}{2} \right) \right]$$

WWW.INGONLINE.BIZ

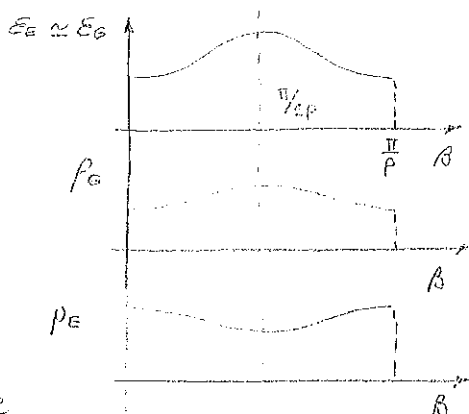
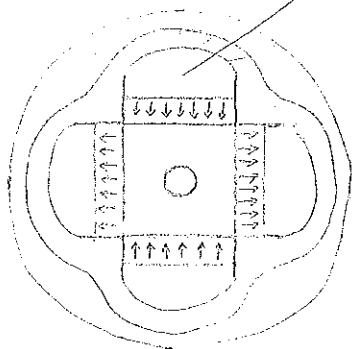
$\theta = 0$

Di solito le macchine costruite in modo che i termini di armoniche sono cancellati

θ_E

$\theta = 1$

NOTA: il fatto che ci siano i magneti sotto il materiale ferromagnetico non cambia niente. Al fine del calcolo della circuitazione il mate. ferromag. è come se non ci fosse. Così è possibile usare magneti piatti (non separati)



$$\mu_r = \frac{\mu_0 \mu_r}{\mu_0}$$

Asse di simmetria pari è zero

ρ_0 è più piccola dove le linee sono + dense,

Poniamo comunque mettore segno + o numerando come nato il fatto che

$2p \in$ possa diventare anche una quantità negativa.

103

1) Così si può usare sempre l'espressione nel I caso

Oltre a poter cambiare in ampiezza può cambiare anche segno

$$f_K = \left| \frac{1}{2T} \int_0^T f(x) e^{jKx} dx \right| \quad f(x) \approx \sum_{K=0}^{+\infty} f_K \cos p_K \frac{2\pi}{T} (x - x_K)$$

In genere positivi i coefficienti

$$^1\theta_K(y) = ^1\theta_K(0) - y$$

Sostituendo x una fase di ritardo

$$\psi_{p_0 K}(y) = \pi e^{^1N_K ^1\theta_c} \left(^0\psi_c + \frac{^2\psi_c}{2} \right) \cos \left[p \left(^1\theta_K(0) - ^1\theta_c \right) - p y \right]$$

DIPENDENZA da y : sinusoidale con periodo $\frac{2\pi}{p}$

Abbiamo l'orbita di seguire punto $\theta' = 0$

In corrispondenza di un' onda di simmetria pari

$$^1\theta_c = 0$$

$$^2\theta_c = \begin{cases} 0 \\ \frac{\pi}{2p} \end{cases}$$

$$\psi_{p_0 K}(y) = \pi e^{^1N_K ^1\theta_c} \left(^0\psi_c + \frac{^2\psi_c}{2} \right) \cos \left[p \left(^1\theta_K(0) - p y \right) \right]$$

WWW.INGONLINE.BIZ

perché per α e β sono correlati agli angoli

$$\theta_S(\alpha, y) = \alpha - y + \theta_c$$

$$\theta_R(\beta, y) = \beta + \theta_c$$

Le indichiamo spesso di quanto sono sfalsati gli avvolgimenti

$$^2\theta_c = ^1\theta_c \begin{cases} +0 \\ +\frac{\pi}{2p} \end{cases} \quad \frac{L_{pKh}(y)}{p^1\theta_K - p^1\theta_h} = \frac{\pi e^{^1N_K ^1\theta_c} \left(^0\psi_c \cos p(\theta_K - ^1\theta_h) + \frac{^2\psi_c}{2} \cos 2p\theta_c + \dots \right)}{p^1\theta_K - p^1\theta_h} = \dots$$

→ una sul rotore e una su statore - Dipendenza da p

104

periodo $\frac{2\pi}{p}$

→ tutte e 2 sullo statore - Dipende da p periodo $\frac{2\pi}{p}$

la somma delle 2 (nel complesso attenuiamo):

→	$\cos t$	R/R
→	$\frac{2\pi}{p}$	R/S
→	$\cos t + \frac{\pi}{p}$	S/S

Per il brushless

$\cos t + \frac{\pi}{p}$

S/S

solo questo termine

↓

de e^-

anisotropia altamente non c'è

X il numero di termini

R/R	→	$\cos t$
R/S	→	$\frac{2\pi}{p}$
S/S	→	$\cos t + \left(\frac{\pi}{p}\right)$

↓

nel caso motore a poli salienti

WWW.INGONLINE.BIZ

X numero

R/R	→	$\cos t$
R/S	→	$\frac{2\pi}{p}$
S/S	→	$\cos t$

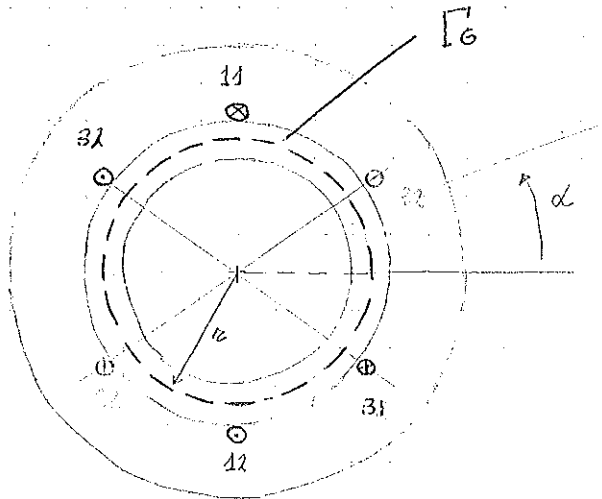
ORA VEDIAMO:

Questo ci modifica la soluzione con le nostre

approssimazione

Macchina asincrona

2 fasi attivi x ogni fase e in posizione diametrica



$$\alpha_s(\alpha, y) = \alpha$$

$$p = 1$$

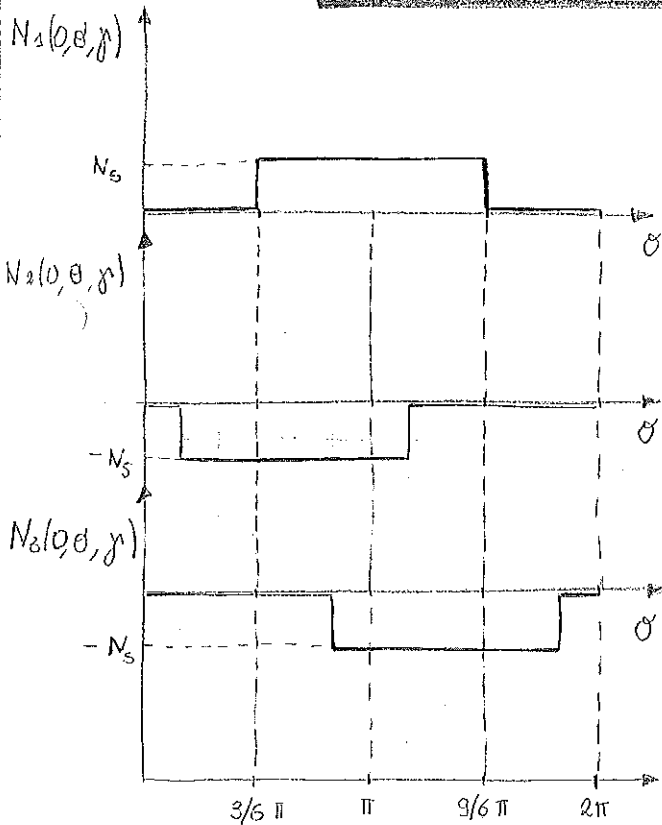
$$N_{s11} = N_{s31} = N_{s21} = N_s > 0 \quad N_{s12} = N_{s22} = N_{s32} = -N_s < 0$$

$$\alpha_{11} = \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} \quad \alpha_{12} = \frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{6} \quad \alpha_{21} = \frac{7\pi}{6} \quad \alpha_{22} = \frac{\pi}{6} \quad \alpha_{31} = \frac{11\pi}{6}$$

$$\alpha_{32} = \frac{5\pi}{6}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$N_k(\theta_1, \theta_2, y) = \sum_{h=1}^{m_{sk}} N_{skh} \delta[\alpha_{kh}, \alpha_0(\theta_1, y), \alpha_0(\theta_2, y)]$$



$$\alpha_0(\theta, y) = \theta$$

N_1 nullo o positivo

N_2, N_3 nullo o negativo

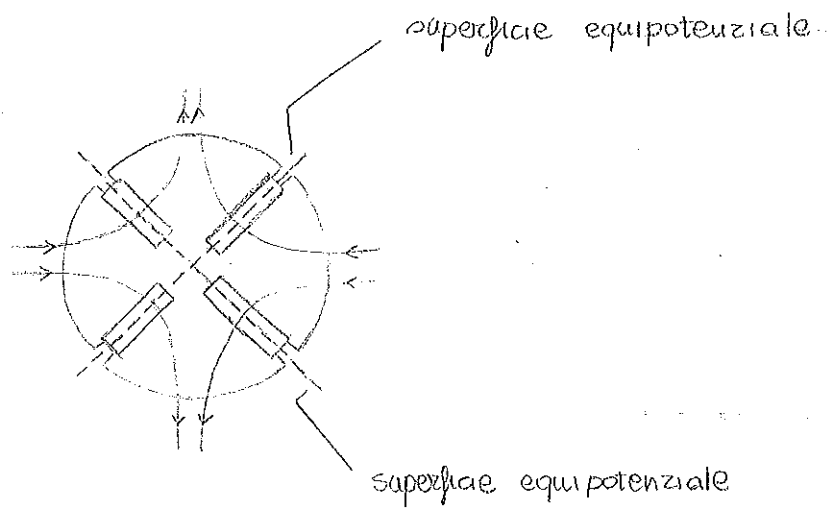
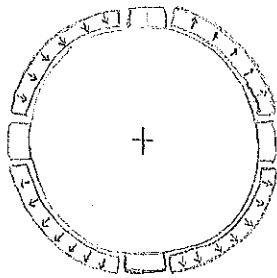
Vera caratteristica è la distanza tra i gruppi di conduttori. Valori medio non dice nulla.

$$L_{p11} = \ell \int_0^{2\pi} \mu_e(\theta, y) N_1^2(0, \theta, y) d\theta - \ell \left[\int_0^{2\pi} \mu_e(\theta, y) N_1(0, \theta, y) d\theta \right]^2 / \int_0^{2\pi} \mu_e(\theta, y) d\theta$$

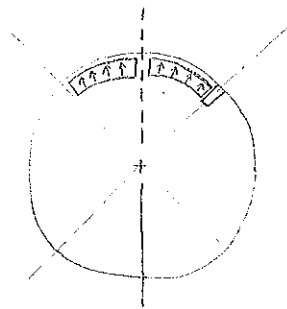
$$\mu_e = \mu_0 \frac{\rho_6}{\epsilon_e} = \mu_0 \frac{\rho_6}{\epsilon_0}$$

$\Rightarrow$

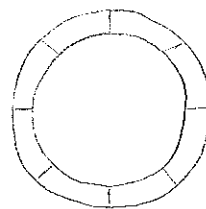
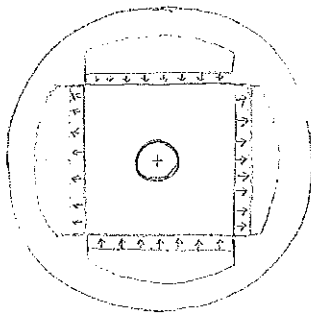
$$\ell \mu_e \left[\pi N_s^2 - \frac{1}{2\pi} \pi^2 N_s^2 \right] = \frac{\pi}{2} \ell \mu_e N_s^2$$



La poniamo studiare
racondueandola ad una tipologia



WWW.INGONLINE.BIZ



$$\theta_E = \begin{matrix} \overset{1}{\theta}_c \\ \parallel \\ 0 \end{matrix} + \begin{cases} 0 \\ \frac{\pi}{2p} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} {}^2p_{\epsilon}^1 = {}^2p_{\epsilon} \\ {}^2p_{\epsilon}^1 = -{}^2p_{\epsilon} \end{matrix}$$

104

$$\Rightarrow \boxed{\Psi_{p0k}(y)} = \pi e^{iN_K} {}^1J_c \left[{}^0p_{\epsilon} c_p ({}^1\theta_c - {}^1\theta_k) + \frac{{}^2p_{\epsilon}}{2} c_p \left(2{}^1\theta_c + \left(\frac{\pi}{p}\right) - {}^1\theta_c - {}^1\theta_k \right) \right]$$

$$= \boxed{\pi e^{iN_K} {}^1J_c \left[{}^0p_{\epsilon} + \left(\frac{{}^2p_{\epsilon}}{2}\right) \right] c_p ({}^1\theta_c - {}^1\theta_k)}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{L_{pkh}(y)} = \pi e^{iN_K} {}^1N_h \left[{}^0p_{\epsilon} c_p ({}^1\theta_k - {}^1\theta_h) + \frac{{}^2p_{\epsilon}}{2} \cos(2p{}^1\theta_c + \pi) - p{}^1\theta_k - p{}^1\theta_h \right]$$

$$= \boxed{\pi e^{iN_K} {}^1N_h \left[{}^0p_{\epsilon} c_p ({}^1\theta_k - {}^1\theta_h) + \left(\frac{{}^2p_{\epsilon}}{2}\right) c_{2p} \left({}^1\theta_c - \frac{{}^1\theta_k + {}^1\theta_h}{2} \right) \right]}$$

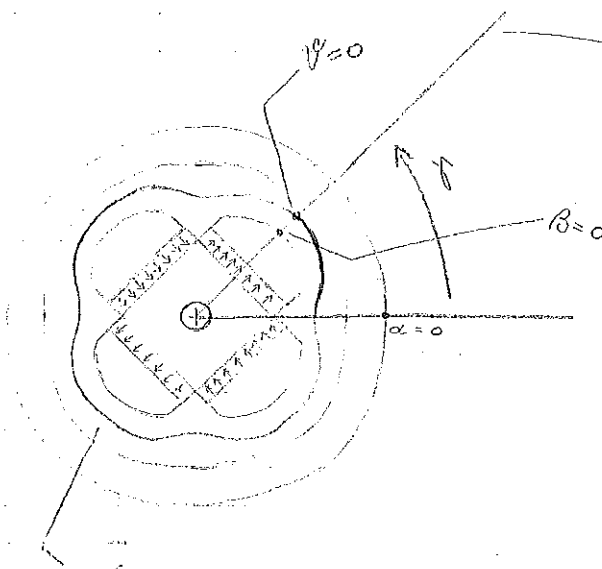
$$\theta = \alpha + \gamma + \theta_0 \quad \text{in modo tale } {}^1\theta_c = 0$$

Lineare che non deforma le tensioni.
Si moltiplica per 2 e simmetrizza.

$$\Rightarrow {}^1\theta_c = 0$$

$$\boxed{\Psi_{pkh}(y)} = \pi e^{iN_K} {}^1J_c \left({}^0p_{\epsilon} + \frac{{}^2p_{\epsilon}}{2} \right) c_p {}^1\theta_k$$

$$\boxed{L_{pkh}(y)} = \pi e^{iN_K} {}^1N_h \left[{}^0p_{\epsilon} c_p ({}^1\theta_k - {}^1\theta_h) + \frac{{}^2p_{\epsilon}}{2} c_p ({}^1\theta_k + {}^1\theta_h) \right]$$



Tra i 2 assi di simmetria PARI
ASSE di simmetria quello
in cui le linee di forza
vanno da Rotore a statore
Se positivo

$$\bar{\psi}_0(y)$$

FUNZIONE FLUSSO A VUOTO

108

infatti i flumi alle testate sono trascurabili

$$L_{pkh}(y) = \pi e^{1/2 N_s^2} \left[\mu_e \cos p \frac{2\pi}{p} \left(\frac{h-1}{3} - \frac{k-1}{3} \right) + \frac{\mu_e}{2} \cos p \left[\frac{2\pi}{p} \left(\frac{h-1}{3} + \frac{k-1}{3} \right) - 2y \right] \right]$$

2 termini: Considerandoli separatamente, andiamo a fissare l'indice di edonia e a far variare K e vediamo come sono fatte le varie edonne $\Rightarrow$ OTTENIAMO LA SEGUENTE MATRICE

$$L_P(y) = \pi e^{1/2 N_s^2} \mu_e \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(0) & \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix} + \frac{\pi}{2} e^{1/2 N_s^2} \mu_e \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(2py) & \bar{\sigma}(2py - \frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(2py - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$L_P(y) = L_{P0} + L_{P2}(y)$$

dependenza da y con funzioni di seconda armonica

$$L_{P0} = \pi e^{1/2 N_s^2} \mu_e \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(0) & \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix} = L_P \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(0) & \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$L_{P2} = L_P \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(2py) & \bar{\sigma}(2py - \frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(2py - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$L_P = \frac{\pi}{2} e^{1/2 N_s^2} \mu_e$$

positiva
nulla
negativa

Matrice induttanza che tiene conto flumi dispersi

$$L(y) = L_P(y) + L_L$$

abbiamo detto che sono trascurabili

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_P + \bar{\psi}_L = \left[\bar{\psi}_{P0} + \bar{\psi}_{L0} \right] + \bar{\psi}_{PI} + \bar{\psi}_{LI} \quad \bar{\psi}_{PI} = L_P(x)$$

$$\bar{\psi}_{LI} = L_L \bar{x}$$

L_L induttore indep. da y dipende da come

$$\bar{\Psi}_\pm(\bar{\lambda}, y) = L(y) \bar{\lambda} \quad L(y) = L_p(y) + L_L = L_L + L_{p0} + L_{p2}(y)$$

$$= \underbrace{L_0}_{(L_L + L_{p0})} + \underbrace{L_{p2}(y)}_{L_{p2}(y)}$$

109

Scelte delle variabili Lagrangiane

$$X = \begin{cases} p y \\ 2 p y \end{cases} \quad \text{tre scelte tutte legittime}$$

Se cambio variabili Lagrangiane

$W_E(t)$ cambia così come $\eta(t)$

$$W_E(t) = \frac{P_C(t)}{\eta(t)} = \frac{P_C(t)}{\frac{dx}{dt}}$$

$$X = \begin{cases} y & W_E = \text{COPPIA} \\ p y & W_E = \text{COPPIA}/p \\ 2 p y & W_E = \text{COPPIA}/2p \end{cases}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

COPPIA per para di poli

COPPIA moltiplicata a 1 polo

$$\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}) = \bar{\Psi}_0(\bar{x}) + L(\bar{x}) \bar{\lambda}$$

$$H(\bar{\lambda}, \bar{x}) = \frac{\partial \bar{\Psi}_0(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{\lambda}] = K_0^T(\bar{\lambda}, \bar{x})$$

$$W_E(\bar{\lambda}, \bar{x}) = \int_{D_0} K_0(\bar{\lambda}, \bar{x}) d\bar{x}$$

Comunque poi il rotore perché rotore irrotazionale
a corrente nulla

Integrale volumetrico costante

$$W \in (\bar{x}, x) = \sqrt{p^2 \psi_0 \bar{x}^T \bar{\sigma} (p\gamma + \frac{\pi}{2})} + \sqrt{p^2 L_p \bar{x}^T [\bar{\sigma} (2p\gamma + \frac{\pi}{2}) \bar{\sigma} (2p\gamma + \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi)]}$$

110

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_R(t) + \bar{V}_E(t)$$

$$\bar{V}_E(t) = \bar{V}_{EL}(t) + \bar{V}_{EN}(t)$$

$$\boxed{L(x) \frac{d\bar{x}}{dt}} = [L_0 + L_2(x)] \frac{d\bar{x}}{dt}$$

$$\bar{V}_{EN}(t) = \boxed{H(\bar{x}, x) \frac{dx}{dt}} = H_0(x) \eta +$$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} \bar{x} \eta$$

Entrambe funzioni dipendenti dalle posizioni. Non sono coppie semplicemente amiche.

24/03/2006

$$\boxed{L(x)} = \boxed{L_0} + \boxed{L_2(x)}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{L_L + L_{P0}} = \boxed{L_0} = \boxed{[L_{L1} - L_{L2}]U} + \boxed{[L_{L2} \bar{x} \bar{x}^T]} + \boxed{L_P [\bar{\sigma}(0) \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi)]}$$

$$\boxed{L_2(x)} = \sqrt{L_P} \left[\bar{\sigma}(2p\gamma) \bar{\sigma}(2p\gamma - \frac{2}{3}\pi) \bar{\sigma}(2p\gamma - \frac{4}{3}\pi) \right]$$

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_R(t) + \bar{V}_E(t)$$

$$\boxed{\bar{V}_R(t)} = R \bar{x}(t) \quad R_{SU}$$

non c'è dipendenza diretta dalle coordinate ma indirettamente dalle temperature

$$\boxed{\bar{V}_E(t)} = \boxed{\bar{V}_{EL}(t)} + \boxed{\bar{V}_{EN}(t)}$$

$$\boxed{\bar{V}_{EN}(t)} = \boxed{H(\bar{x}(t), x(t)) \eta(t)}$$

per coordinate nulla

$$\boxed{\bar{x}(t) = 0}$$

$$\boxed{\bar{V}_R(t) = 0}$$

$$\boxed{\bar{V}_{EL}(t) = 0}$$

$$\boxed{\bar{V}_{EN}(t)} = \boxed{H_0(x)} + \boxed{\frac{dL(x)}{dx} \bar{x}} \eta$$

$$\bar{u}(t) = \bar{0} \quad \boxed{H_0(\bar{x}(t)) \eta(t)} =$$

$$+ \omega_s^2 L_p I_s \frac{3}{2} \begin{bmatrix} c(2p\alpha - \omega_s t - \phi - \frac{\pi}{2}) \\ c(\dots - \frac{2}{3}\pi) \\ c(\dots - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{x(t)} = \underline{Rt} + x(0)$$

$$\boxed{V_{EL}(t)} = \underbrace{(L_{L1} - L_{L2}) \omega_s I_s \bar{\sigma}(\omega_s t + \phi + \frac{\pi}{2})}_{\text{se } R \text{ positivo}} + \frac{3}{2} \bar{\sigma}(\omega_s t + \phi + \frac{\pi}{2})^2 L_p \omega_s I_s + \frac{3}{2} \omega_s^2 L_p I_s \bar{\sigma}(\omega_s t + 2p\alpha_0 - \phi - \frac{\pi}{2})$$

3 terme simmetriche di sequenza diretta di frequenza ω_s come leus. mozionali

$\Rightarrow$ TENSIONE ELETROMAGNETICA è una

terna simmetrica di seq. diretta di pulsazione ω_s

per R positivo viene diretto cioè $\omega_s > 0$ $\omega_s = p \cdot R$ altrimenti la sequenza è inversa

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{V_R(t)} = R_s \bar{i}(t) = R_s I_s \bar{\sigma}(\omega_s t + \phi)$$

Condizione di funzionamento a regime

$$W_E = \bar{M}_0^T(x(t)) \bar{i}(t) + \frac{1}{2} \bar{i}^T(t) \frac{dL(x)}{dx} \bigg|_{\bar{x}(t)} \bar{i}(t)$$

Ricordando che $V_{EH}(t) = \bar{M}_0(\bar{x}(t)) \bar{i}(t) + \bar{M}_E(x(t)) \bar{i}(t)$

$$\bar{i}^T(t) \left[\bar{M}_0(x(t)) + \frac{1}{2} \bar{M}_E(\bar{i}(t), x(t)) \right]$$

$$Q^1 \bar{v} = Q \bar{v} + b \bar{v} = a \bar{v} + b \bar{v}$$

Q^1 e Q hanno gli stessi autovettori
autovettori sono uguali

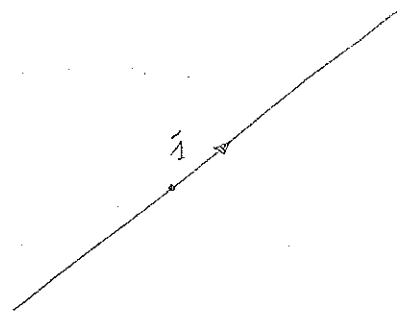
$\Rightarrow$ cerco autovettori della matrice $\bar{1} \bar{1}^T$

112

$$\bar{1} \bar{1}^T \bar{v}$$

AUTOVETTORI: $\begin{cases} \text{vettori } \in \text{ al nucleo e} \\ \text{all'immagine della matrice} \end{cases}$
dimensione dell'immagine 1
= rango della matrice

ORDINE MATRICE - RANGO = dimensione nucleo



se vogliamo porlo a norma unitaria,

$$\bar{1} \bar{1}^T \begin{pmatrix} \bar{1} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} \bar{1} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\bar{1} \bar{1}^T \bar{\sigma}(x) = \bar{1} [\bar{1}^T \bar{\sigma}(x)] = \bar{0} = \bar{0} \bar{\sigma}(x)$$

dimensione vettore $\bar{\sigma}$ 2, - basterebbe ~~2~~ non sufficiente ~~2A~~

$T_p(\lambda)$ va più che bene come matrice composta da autovettori a norma unitaria

$$T_p(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{\bar{1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{1} \bar{1}^T T_p(\lambda) = \bar{1} \bar{1}^T \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{\bar{1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} \end{bmatrix} =$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{\bar{1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

27/03/2006

113

$$L(x) = L_0 + L_2(x)$$

$$L_0 = (L_{11} - L_{12}) U + L_{12} \bar{1} \bar{1}^T + {}^2L_p \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(0) & \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$(T_p^T(\lambda) \quad L_0 \quad T_p(\lambda)) = \begin{bmatrix} (L_{11} - L_{12} + \frac{3}{2} {}^2L_p) & 0 & 0 \\ 0 & (L_{11} - L_{12} + \frac{3}{2} {}^2L_p) & 0 \\ 0 & 0 & L_{11} + 2L_{12} \end{bmatrix}$$

$$T_p(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Se macchina isotropa $L_2(x) = {}^2L_p \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(2px) & \bar{\sigma}(2px - \frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(2px - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$

non c'è

L' Invariante rispetto a λ .

$$L_b = L_a$$

Comunque scegliamo λ otteniamo la stessa

Ai fini matrice induttiva scelta λ arbitraria.

Facciamo trasf. similitudine a $L_2(x)$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$(T_p^T(\lambda) \quad L_2(x) \quad T_p(\lambda)) = {}^2L_p \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} T_p(\lambda) =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} {}^2L_p \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \cos(\lambda + 2px) & c(2px - \lambda - \frac{2}{3}\pi) & c(2px - \lambda - \frac{4}{3}\pi) \\ c(2px - \lambda - \frac{\pi}{2}) & c(2px - \lambda - \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi) & c(2px - \lambda - \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}\pi) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} T_p(\lambda) =$$

$$= {}^2L_p \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(2px - \lambda) \\ \bar{\sigma}^T(2px - \lambda - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} =$$

$$\rightarrow L'(x, px) = \begin{bmatrix} L_{11} + L_{12} + \frac{3}{2} L_p + \frac{3}{2} L_p & 0 & 0 \\ 0 & L_{11} + L_{12} + \frac{3}{2} L_p - \frac{3}{2} L_p & 0 \\ 0 & 0 & L_{11} + 2L_{12} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_D & 0 & 0 \\ 0 & L_Q & 0 \\ 0 & 0 & L_z \end{bmatrix}$$

Componente z dipende solo da grandezza dispersione, non da grandezza principali

$${}^c \bar{\Psi}_0(x) = {}^1 \Psi_0 \bar{\sigma}(px)$$

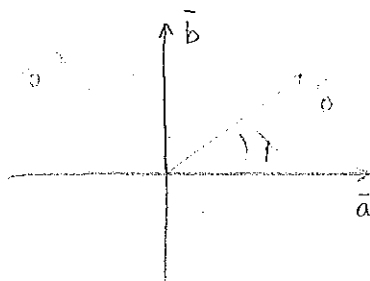
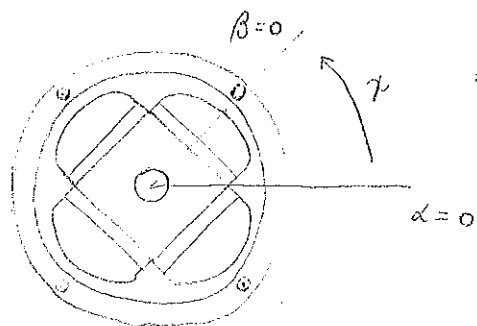
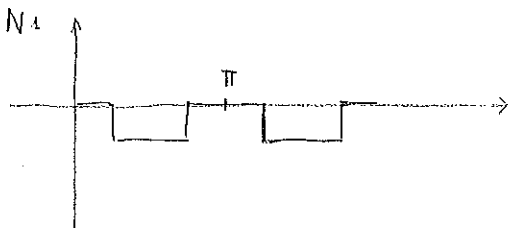
$${}^c \bar{\Psi}_0'(x, \lambda) = \bar{T}_p^T(\lambda) {}^c \bar{\Psi}_0(x) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{\bar{I}^T}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} {}^1 \Psi_0 \bar{\sigma}(px) \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} c(px - \lambda) \\ c(px - \lambda - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$${}^1 \Psi_0' \begin{bmatrix} c(px - \lambda) \\ s(px - \lambda) \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$${}^1 \Psi_0' \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$p=1 \Rightarrow \lambda=x$$



$$\bar{M}_0'(x, \lambda) = p^1 \psi_0' \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}'(\bar{\lambda}', x, px) = p \begin{bmatrix} (L_d - L_q) \lambda_q \\ L_d \lambda_d + {}^1\psi_0' - L_q \lambda_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\psi}'(\bar{\lambda}', x, px) = \begin{bmatrix} {}^2\psi_0' + L_d \lambda_d \\ L_q \lambda_q \\ L_z \lambda_z \end{bmatrix} \Rightarrow p \begin{bmatrix} L_d \lambda_q - \psi_q \\ \psi_d - L_q \lambda_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

29/03/2006

WWW.INGONLINE.BIZ

$$T_p(\lambda) \quad \bar{\psi}'(\bar{\lambda}', x, \lambda) = \bar{\psi}_0'(x, \lambda) + \bar{\psi}_I'(\bar{\lambda}', x, \lambda)$$

$$\bar{\psi}_0'(x, \lambda) = {}^1\psi_0' \begin{bmatrix} c(px - \lambda) \\ s(px - \lambda) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\psi}_0'(x) = {}^1\psi_0' \bar{\sigma}(px) \\ \bar{\psi}'(x, \lambda) = T_p^T(\lambda) \bar{\psi}(x)$$

$$\bar{L}'(x, \lambda) = \bar{L}_0' + \bar{L}_2'(x, \lambda)$$

$$\bar{L}_0' = \begin{bmatrix} L_{11} - L_{12} + \frac{3}{2} L_p \\ L_{11} - L_{12} + \frac{3}{2} L_p \\ L_{11} + 2L_{12} \end{bmatrix}$$

$$\bar{L}_2'(x, \lambda) = \frac{3}{2} {}^2L_p \begin{bmatrix} c_2(px - \lambda) & s_2(px - \lambda) & 0 \\ s_2(px - \lambda) & -c_2(px - \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\lambda(t) = px(t)$$

Eliminare accoppiamenti mut. e autoinduttanze indep. dal tempo (costanti)

$$\bar{H}(\bar{x}', x, \lambda) = \bar{H}_0(x, px) + \bar{H}_1(\bar{x}', x, px) = p \begin{bmatrix} L d\lambda q - \psi_q \\ \psi_d - L q d \\ 0 \end{bmatrix}$$

116

$$\bar{V}_E' = \bar{V}_{EL}' + \bar{V}_{EH}' = (\bar{V}_L' + \bar{V}_{AH}') + \bar{V}_{EH}' = L' \frac{d\bar{x}'}{dt} + A_H' \frac{d\lambda(x)}{d\bar{x}'} \frac{dx}{dt} + H' \frac{d\bar{x}}{dt}$$

$$= \left[L' \frac{d\bar{x}'}{dt} + \left(H' + A_H' \frac{\partial \lambda}{\partial \bar{x}'} \right) \bar{v} \right]$$

$$= \left[L' \frac{d\bar{x}'}{dt} + H_A' \frac{dx}{dt} \right]$$

$$\bar{A}_H'(\bar{x}', x, \lambda) = \left[L'(x, px) \quad T_p^T(px) \quad \frac{\partial T_p(\lambda)}{\partial \lambda} \right] \bar{x}'$$

$\lambda = px$

Si tratta di
1 vettore

$$T_p(\lambda) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda) & \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

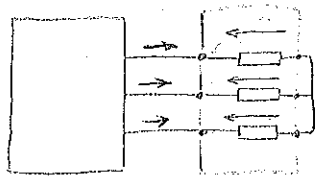
$$\left[\frac{dT_p(\lambda)}{d\lambda} \right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}'(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \bar{\sigma}'(\lambda + \pi) & 0 \end{bmatrix}$$

$$= L'(x, px) \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}'(\lambda) \\ \bar{\sigma}'(\lambda + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} * \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \bar{\sigma}(\lambda + \pi) & 0 \end{bmatrix} \bar{x}'$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \frac{2}{3} L'(x, px) \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}' =$$

$$\begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda q \\ \lambda d \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_d \lambda q \\ L_q \lambda d \\ 0 \end{bmatrix}$$



CON UN COLLEGAMENTO DELLA MACCHINA A STELLA →

Di fatto impongo somma correnti nulla

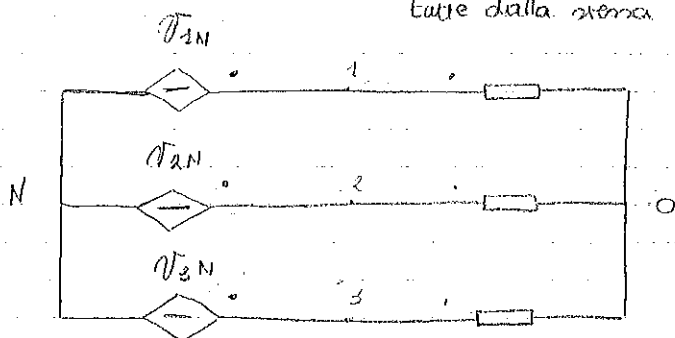
Imponiamo le 3 equazioni

⇒ CONSEQUENZA

$$1z(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{1}(t) = 0 \quad \forall t$$

$$0 = \bar{V}_0(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{V}(t)$$

imp. for
tutte dalla stessa parte



$$V_{10}(t) = V_{1N}(t) + V_{N0}(t)$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{V}_0(t) = \begin{bmatrix} V_{10}(t) \\ V_{20}(t) \\ V_{30}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1N}(t) + V_{N0}(t) \\ V_{2N}(t) + V_{N0}(t) \\ V_{3N}(t) + V_{N0}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1N} \\ V_{2N} \\ V_{3N} \end{bmatrix} + V_{N0}(t) \bar{1} =$$

$$\bar{V}_N(t) + V_{N0}(t) \bar{1}$$

$$\bar{1}^T \bar{V}_0(t) = 0 = \bar{1}^T \bar{V}_N(t) + \bar{1}^T \bar{1} V_{N0}(t)$$

$$V_{N0}(t) = -\frac{1}{3} \bar{1}^T \bar{V}_N(t)$$

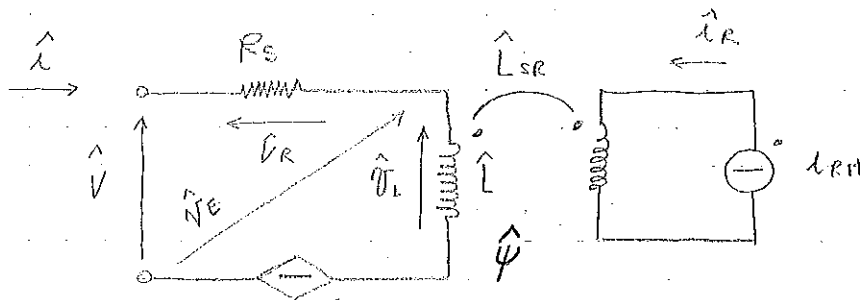
$$\Rightarrow \bar{V}_0(t) = \begin{bmatrix} \bar{V}_N(t) \\ -\frac{1}{3} \bar{1}^T \bar{V}_N(t) \end{bmatrix} = \left(I - \frac{1}{3} \bar{1} \bar{1}^T \right) \bar{V}_N(t)$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \bar{V}_N(t)$$

legame lineare diretto costante
da tutti i punti di vista

Valido in caso di
simmetria

Le componenti di 3 armonica sono in fase
x0 la loro ampiezza sono uguali
Non le ritrovo su questa matrice la
loro somma fa zero.



$$\hat{V}_{HA} = j\omega \hat{\psi}$$

$$\hat{\psi} = \hat{L} : \hat{\lambda} + \left[\psi_0' + j0 \right]$$

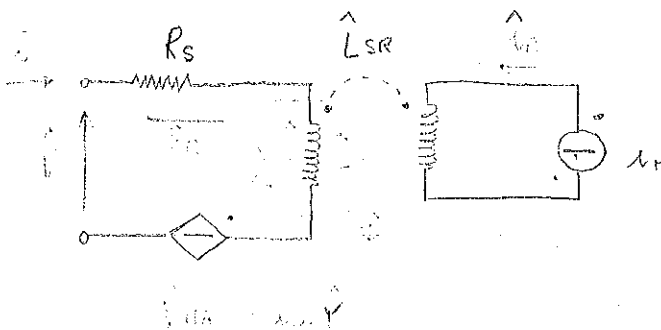
$$\hat{L}_{SR} = L_{SRd} + j0$$

$$\lambda_{RM} \cdot L_{SRd} = \psi_0'$$

$$\hat{\lambda}_R = \lambda_{RM} + j0$$

$$\hat{V}_{HA} = \hat{V}_H + \hat{V}_{AH}$$

31/08/2006



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\left. \begin{aligned} \hat{\lambda}_R &= \lambda_H + j0 \\ \hat{L}_{SR} &= L_{SRd} \end{aligned} \right\} L_{SRd} \lambda_H = \psi_0'$$

$$\hat{V}(t) = \hat{V}_R(t) + \hat{V}_L(t) + \hat{V}_{HA}(t) = R_s \hat{\lambda}_s(t) + \hat{L} : \frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} + j\omega \hat{\psi}(t)$$

Importanza del circuito Z - Quasi sempre lo possiamo non considerare

$$\hat{V}_{HA}(t) = \hat{V}_H(t) + \hat{V}_{AH}(t)$$

$$\hat{V}_H' = \left[\hat{H}'(\bar{\lambda}', x(t), p x(t)) \right] \eta = \left[\hat{H}'_0(x, p x) + \hat{H}'_I(\bar{\lambda}', x, p x) \right] \eta$$

$$\bar{V}_{AM}(t) = \bar{A}'(\bar{\lambda}'(t), x(t), p(x|t)) \cdot p \cdot \lambda(t)$$

$$= \omega(t) \cdot \begin{bmatrix} -L_d \lambda_q(t) \\ L_q \lambda_d(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{V}_{AM}(t) = \omega(t) [-L_d \lambda_q(t) + j L_q \lambda_d(t)] + j \omega(t) [L_q \lambda_d(t) + j L_d \lambda_q(t)]$$

$$j \hat{L} = \hat{\lambda}^* \quad (j L_d - L_q) : (\lambda_d - j \lambda_q) = -L_q \lambda_d - j L_d \lambda_q$$

Maxima isotropa $j \omega(t) \begin{bmatrix} L_d \\ L_q \end{bmatrix} (\hat{\lambda}(t))$

WWW.INGONLINE.BIZ

Determiniamo la coppia

$$K_0'(\bar{\lambda}', x, p(x)) = H'^T(\bar{\lambda}', x, p(x)) = \frac{\partial W_E'}{\partial \bar{\lambda}'^T}$$

$$W_E'(\bar{\lambda}', x, p(x)) = \int_0^{\lambda'} H'^T(\bar{\lambda}', x, p(x)) d\bar{\lambda}' =$$

$$\int_0^{\bar{\lambda}} H_0'^T(x, p(x)) d\bar{\lambda}' + \int_0^{\bar{\lambda}'} H_E'^T(\bar{\lambda}', x, p(x)) d\bar{\lambda}' =$$

$$\bar{\lambda}'^T H_0'(\bar{\lambda}', x, p(x)) + \left[\frac{1}{2} \bar{\lambda}'^T H_E'(\bar{\lambda}', x, p(x)) \right]_0^{\bar{\lambda}'} =$$

$$p^T \psi' \lambda_q + \frac{1}{2} p [L_d - L_q] (\lambda_q \lambda_d + \lambda_q \lambda_d) =$$

termini legato all'anisotropia

$$p [\psi' \lambda_q + (L_d - L_q) \lambda_d \lambda_q]$$

legato ai magneti
legame lineare legato alla sola componente $[q]$: legato a $\text{rel} \omega$, $\lambda \leftrightarrow x$

Espressione del Wrauch

121

Compongono solo le 2 componenti di esortante. Anche se $\lambda_0 \neq 0$ non da

1) luogo a coppia

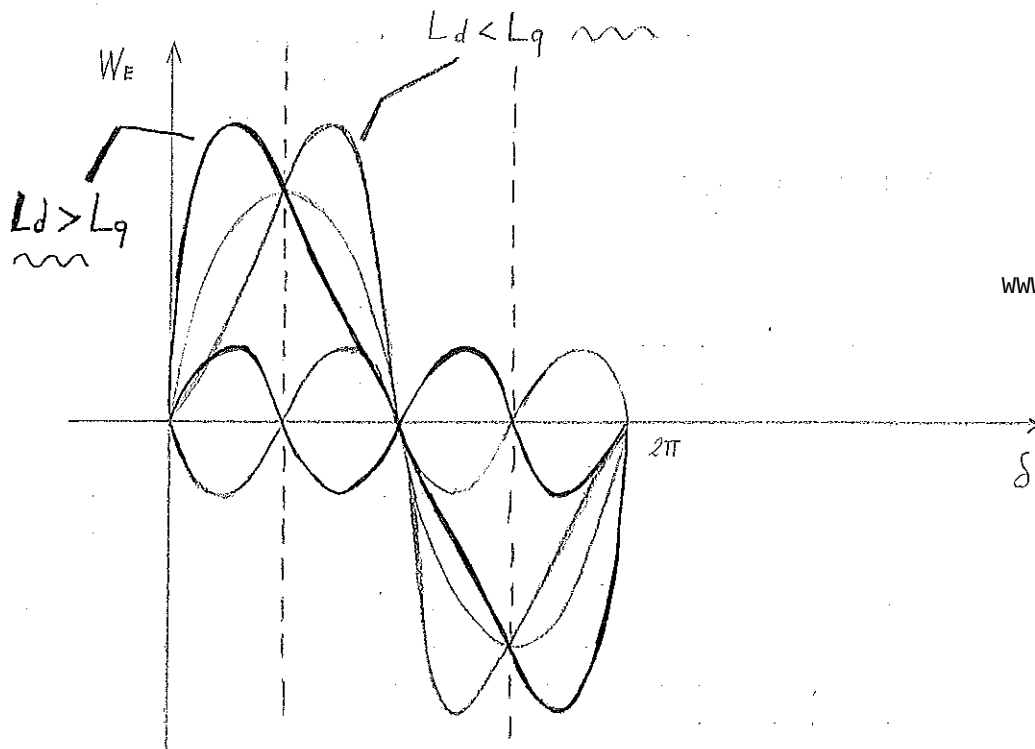
$$\hat{i} = |\hat{i}| e^{j \arg(\hat{i})} \quad \arg(\hat{i}) = \delta$$

$$i_d = |\hat{i}| \cos \delta, \quad i_q = |\hat{i}| \sin \delta$$

$$W_E(\hat{i}) = p |\hat{i}|^2 \psi_0' \sin \delta + p (L_d - L_q) |\hat{i}|^2 \sin \delta \cos \delta$$

$$= p \psi_0' |\hat{i}| \sin \delta + p \frac{(L_d - L_q)}{2} |\hat{i}|^2 \sin 2\delta$$

$\frac{3}{2} L_p$



WWW.INGONLINE.BIZ

VARIAZIONE DI coppia elevata - Risposta più rapida nel I intervallo

Corrente e velocità ω costanti, (variabili di stato). Posso determinare tutto l'andamento nella quale tutte le grandezze elettriche sono

costanti

$$\hat{i}(t) = \text{costante}$$

$$i(t) = \text{costante}$$

$$\rightarrow \omega(t) = p\Omega = \text{cost} \rightarrow \hat{\psi}(t) = \text{cost}$$

$$\hat{v}_R(t) = R_s \hat{i} = \text{cost}$$

$$\hat{v}_{HA}(t) = \int \omega \hat{\psi} = \text{cost}$$

$$\hat{v}_L(t) = 0 \quad \text{costante in particolare nulla}$$

Quanto valgono grandezze effettive.

Melli' ipotesi che $i_z(t) = 0 \rightarrow v_z(t) = 0 \Rightarrow \bar{\lambda}(t) = T_p(\lambda(t)) \bar{\lambda}'(t)$

$$x(t) = \Omega t + x_0, \quad \lambda(t) = p x(t) \Rightarrow$$

$$T_p(p\Omega t + p x_0) \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\bar{\sigma}(p\Omega t + p x_0) \quad \bar{\sigma}(p\Omega t + p x_0 + \frac{\pi}{2}) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\lambda_d \bar{\sigma}(p\Omega t + p x_0) + \lambda_q \bar{\sigma}(p\Omega t + p x_0 + \frac{\pi}{2}) \right] \quad \hat{\lambda} = |\hat{\lambda}| e^{j\theta}$$

Funzioni sinusoidali, stessa pulsazione $(p\Omega = \omega)$ sfasate $\frac{\pi}{2}$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{\lambda}| \left[\bar{\sigma}(\omega t + p x_0) \cos \delta + \bar{\sigma}(\omega t + p x_0 + \frac{\pi}{2}) \sin \delta \right] \cos(\delta - \frac{\pi}{2})$$

Le proprietà delle funzioni σ ci dicono che:

$$\bar{\sigma}(x+y) = \bar{\sigma}(x) \cos(y) + \bar{\sigma}(x + \frac{\pi}{2}) \cos(y + \frac{\pi}{2}) =$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{\lambda}| \bar{\sigma}(\omega t + p x_0 + \delta)$$

torna simmetrica di sequenza diretta se ω positiva

Se sono a regime i_d e i_q costanti $\Rightarrow$ totale

$$\hat{L} : \frac{d\hat{i}}{dt} \quad \text{non c'è} \quad L_d \frac{di_d}{dt} + L_q \frac{di_q}{dt}$$

Non sappiamo quanto valgono

Può essere di qualunque entità e comunque orientato

Dobbiamo vedere se la i_d e la i_q stanno aumentando, diminuendo e di quale intensità

Se imponiamo la $\hat{V}$ con un convertitore con è possibile determinare $\hat{V}_L$

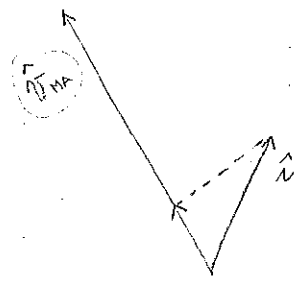
In riferimento alla figura (1) 2 situazioni:

i_q costante i_d cresce $\hat{V}_L$
 i_q costante i_d diminuisce $\hat{V}_L^*$

WWW.INGONLINE.BIZ

Attraverso $\hat{V}$ posso regolare la derivata $\left(\frac{di_d}{dt}\right) \left(\frac{di_q}{dt}\right)$

Ho la possibilità di regolare il W_e che però dipende da i_d e i_q



$$P_c = \text{Re} [\hat{V}_{HA}(t) \hat{i}^*(t)]$$

$$|\hat{V}_{HA}| \text{Re} \left[\frac{\hat{V}_{HA}}{|\hat{V}_{HA}|} \hat{i}^* \right]$$

$$\text{Re} [a b^*] = \text{Re} [|a| e^{j \arg(a)} \cdot |b| e^{-j \arg(b)}]$$

$$= |a| |b| \text{Re} [e^{j [\arg(a) - \arg(b)]}]$$

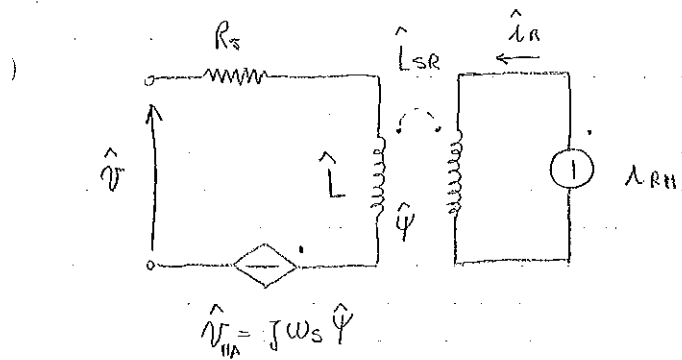
$$= |a| |b| \cos (\arg(a) - \arg(b))$$

Scegliere $\hat{V}$ significa far cadere le correnti nella maniera opportuna

ψ_0' rilevante e $L_d i_d L_q i_q$ piccoli in rapporto a ψ_0'

La componente utile della coppia è pari a $p \psi_0' i_q$

In fatti il primo termine $p [\psi_0' i_q(t) + (L_d - L_q) i_d i_q]$ predominante



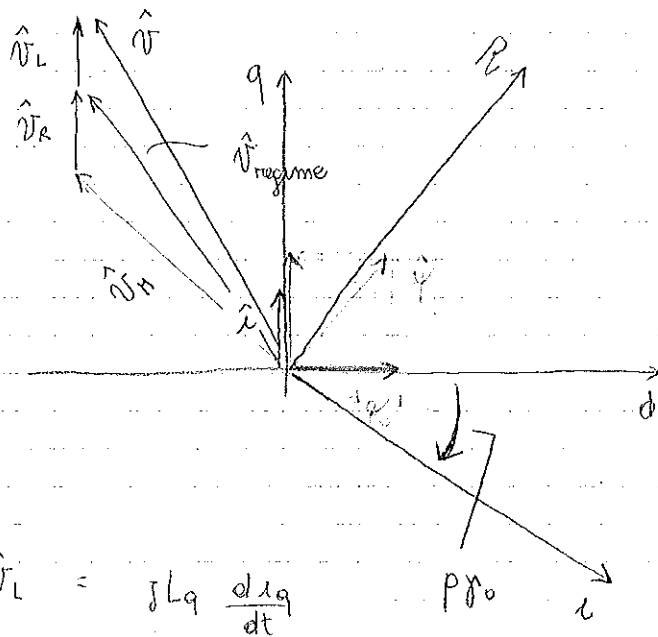
$$\hat{\psi} = \hat{\psi}_0 + \hat{L}_d \hat{i}_d + j\hat{L}_q \hat{i}_q$$

$$\hat{L} = \hat{L}_d + j\hat{L}_q$$

$$\hat{L}_{SR} = \hat{L}_{SRd} + j\hat{L}_{SRq}$$

$$\hat{L}_{SRd} \hat{i}_{RN} = \hat{\psi}_0$$

$$\hat{\psi} = \hat{L} \hat{i} + \hat{L}_{SR} \hat{i}_R$$



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\hat{v}_L = j\hat{L}_q \frac{d\hat{i}_q}{dt}$$

$$\hat{i} = |\hat{i}| e^{j\delta}$$

$$\rightarrow i(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{i}| \sigma \left(\frac{\lambda + \delta}{(t)} \right)$$

$$\hat{i}_z = 0$$

$$\lambda = p x = p x_0$$

$$y(t) = x_0 + \omega t$$

→

$$\bar{i}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{i}| \sigma \left(\frac{\omega}{p} t + p x_0 + \delta \right)$$

→

$$\bar{j}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{j}| \sigma \left(\frac{\omega}{p} t + p x_0 + \sigma y(\hat{j}) \right)$$

in genere
per una tensione
quasi statica

$$\dot{\hat{\psi}} = \frac{\hat{\psi}}{\sqrt{3}} e^{j p \gamma_0} = \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} [\hat{\psi}_R + \hat{\psi}_H] =$$

$$\frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} [R_s \hat{i} + j \omega_s \hat{\psi}] = R_s \underbrace{\left(\hat{i} \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} \right)}_{\hat{i}} + j \omega_s \underbrace{\left(\hat{\psi} \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} \right)}_{\hat{\psi}}$$

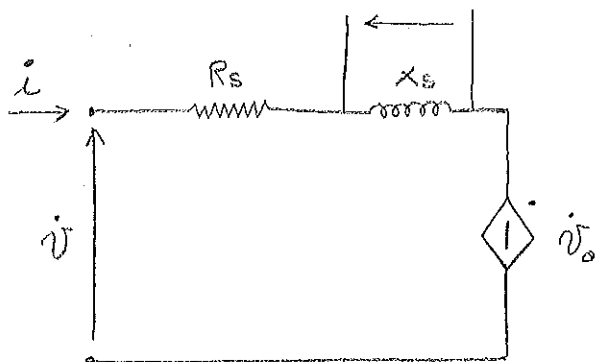
$$= R_s \hat{i} + j \omega_s \hat{\psi}$$

$$R_s \hat{i} + (j \omega_s (\psi_0' + L_d i_d + j L_q i_q)) \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} =$$

$$L_d = L_q$$

$$\rightarrow R_s \hat{i} + j \omega_s L_d \hat{i} \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} + j \omega_s \psi_0' \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} =$$

$$R_s \hat{i} + j X_s \hat{i} + j \omega_s \psi_0'$$



Modello Beneshumburg

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{v}_{EL}'(t) = \bar{v}_L'(t) + \bar{v}_{AH}'(t)$$

una parte della temone induttiva e in $j \omega \hat{\psi}$ (componente magnetica apparente)
 È formato una induttanza

Non è vero che la componente induttiva diventa nulla (a regime)
 $L_d \neq L_q$

$$R_s \hat{i} + j \omega_s \psi_0' + \underbrace{j(\omega_s L_d)}_{X_d} i_d \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}} + \underbrace{j(\omega_s L_q)}_{X_q} j i_q \frac{e^{j p \gamma_0}}{\sqrt{3}}$$

$$= (R_s \hat{i} + j \omega_s \psi_0' + j X_d i_d + j X_q i_q) \quad \left(\hat{i} = i_d + j i_q \right)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} (t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_s \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_s \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}}_{(A)} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} (t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}}_{(B)} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} (t) - \underbrace{\omega_s \psi_0}_{\bar{a}'} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

126

$$\det(A - sI) = \begin{vmatrix} s + \frac{R_s}{L_d} & -\omega_s \frac{L_q}{L_d} \\ \omega_s \frac{L_d}{L_q} & s + \frac{R_s}{L_q} \end{vmatrix} =$$

$$= \left(s + \frac{R_s}{L_d} \right) \left(s + \frac{R_s}{L_q} \right) + \omega_s^2$$

poli equibrio con la velocità

DEFINIAMO

$$\rightarrow \frac{L_d}{R_s} = \tau_d$$

$$\rightarrow \frac{L_q}{R_s} = \tau_q$$

$$\rightarrow \omega_o = \left(\frac{1}{\tau_d} + \frac{1}{\tau_q} \right) / 2$$

$$\rightarrow \omega_b = \left(\frac{1}{\tau_q} - \frac{1}{\tau_d} \right) / 2$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\left(s + \frac{1}{\tau_d} \right) \left(s + \frac{1}{\tau_q} \right) + \omega_s^2 = (s + \omega_o - \omega_b) (s + \omega_o + \omega_b) + \omega_s^2 =$$

$$(s + \omega_o)^2 - \omega_b^2 + \omega_s^2 = 0$$

$$s = -\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2 - \omega_s^2}$$

variabile

$$| \omega_s | < | \omega_o |$$

$$| \omega_s | > | \omega_o |$$

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}(s) = \begin{bmatrix} -L_d \lambda_d(0) \\ -L_q \lambda_q(0) + \frac{\omega_s \psi_{od}}{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s + sL_d & -\omega_s L_q \\ \omega_s L_d & R_s + sL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}(s)$$

129

$$= \bar{V}_0(s) + Z(s) \bar{I}(s) = \bar{V}(s)$$

$$Z(s) \bar{I}(s) = \bar{V}(s) - \bar{V}_0(s) \rightarrow \bar{I}(s) = Z(s)^{-1} [\bar{V}(s) - \bar{V}_0(s)]$$

se $\lambda_d(0)$ e $\lambda_q(0) = 0$

rimane solo termine $\frac{\omega_s \psi_{od}}{s} \rightarrow$ termine relativamente semplice da considerare

$$\bar{I}(s) = Z^{-1}(s) (\bar{V}(s) - \bar{V}_0(s)) = \bar{Z}^{-1}(s) \bar{V}'(s)$$

funzioni di trasferimento che ci danno l'influenza di ognuno degli ingressi sulle uscite IMPEDENZE OPERAZIONALI

$$Z(s) = \begin{bmatrix} R_s + sL_d & -\omega_s L_q \\ \omega_s L_d & R_s + sL_q \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$Z^{-1}(s) = \begin{bmatrix} R_s + sL_q & \omega_s L_q \\ -\omega_s L_d & R_s + sL_d \end{bmatrix}$$

$$(sL_d + R_s)(sL_q + R_s) + \omega_s^2 L_d L_q$$

$$|Z(s)| = s^2 L_d L_q + s R_s (L_d + L_q) + R_s^2 + \omega_s^2 L_d L_q = L_d L_q \left[s^2 + s \left(\frac{R_s}{L_q} + \frac{R_s}{L_d} \right) + \frac{R_s}{L_d} \frac{R_s}{L_q} + \omega_s^2 \right]$$

Quando $|w_s| = |w_0| \rightarrow$ soluzioni coincidenti

$$s = -w_0$$

128

Per $|w_s| > |w_0|$

diventano poli immaginari

parte immaginaria cresce indefinitamente
parte reale rimane sempre la stessa.

CONSIDERAZIONI:

Più alta è la velocità peggio è. Poli non più reali ma complessi coniugati.

w_s legato a p tramite la relazione: $w_s = p/\lambda$

$$|p/\lambda| > |w_0|$$

Macchine a più paio di poli sono più vivaci

Se la macchina è ISOTROPA i poli sono sempre complessi coniugati per $w_s \neq 0$

Da notare inoltre che $\rightarrow$

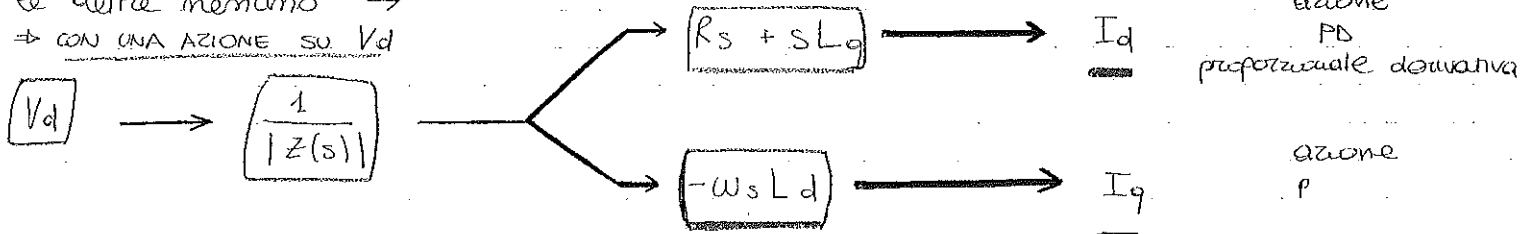
1) Ampiezza elementi sullo (spazio secondario) dipende da w_s

se $w_s = 0$ matrice diagonale

All'aumentare w_s accoppiamenti mutui

Dall'analisi delle diverse funzioni di trasferimento ci accorgiamo che hanno gli stessi poli, quelle sulla diagonale principale hanno uno zero

Le altre nessuno $\rightarrow$
 $\Rightarrow$ CON UNA AZIONE SU V_d



Attraverso V_d si agisce + velocemente su I_d
Agisce più velocemente su I_d

WWW.INGONLINE.BIZ

Mell' altro azo agisce + velocemente su I_q } AZIONE SU $V_q \Rightarrow$

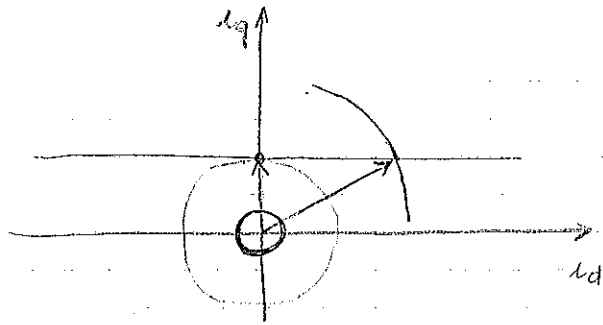
Possiamo agire separatamente su 2 canali

COSA ACCADE IN CASO DI CORTO CIRCUITO NELLA MACCHINA

cerchiamo $i(t) = 0 \rightarrow$ Imo nullo sia V_d che V_q consideriamo inoltre $i_d(0) = 0$

$$\begin{bmatrix} R_s + sL_g & w_s L_g \\ -w_s L_d & R_s + sL_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{w_s \psi_0}{s} \end{bmatrix}$$

$$\frac{(sL_d + R_s)(sL_g + R_s) + w_s^2 L_d L_g}{s} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{w_s \psi_0}{s} \end{bmatrix}$$



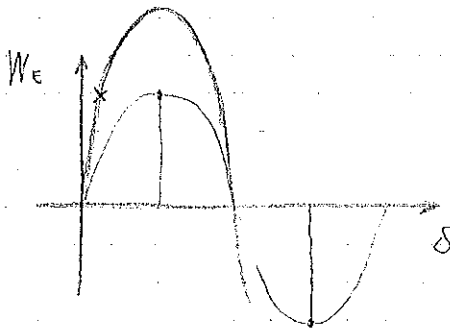
$$i_d = 0$$

scelta migliore $\rightarrow$ perdite per effetto Joule

$$P_e(t) = \boxed{\bar{\lambda}^T(t) V_R(t)} = \boxed{\bar{\lambda}^T T^T R T \bar{\lambda}} \\ = \boxed{R_s \|\bar{\lambda}\|^2} = \boxed{R_s [i_d^2 + i_q^2]} = \boxed{R_s \|\hat{\lambda}\|^2}$$

$$L_E = 0$$

Luogo piane tracciato da 1 cerchio $\rightarrow$ a cerchi di raggio via via crescente corrispondono perdite per effetto Joule sempre + elevate.



max della coppia nel caso isotropo e' proprio a $\delta = 90^\circ \quad \hat{\lambda} \equiv i_q$

scelta ottima $i_d = 0$

Nei a poniamo collocare in quel punto $\times K_e$ abbiamo un controllo attivo, potrebbe funzionare anche nel tratto di caratteristica INSTABILE

perdite nel rame $\rightarrow$ dipendono dalla corrente

(perdite nel ferro) $\rightarrow$ dipendono dalla frequenza

Sono più complicate da considerare

(ci sono anche altri limiti):

limiti termici
limiti meccanici (cinevetri vibrazioni) $\rightarrow$ macchina può funzionare fino ad una certa velocità (non è detto che sia quella nominale)

che può andare in saturazione - In condizioni di saturazione infatti

→ entrano in gioco fenomeni che non consideriamo, perdite eccentriche

1. Scelta dimensionamento della macchina

130

Limite tensione

→ in condizioni di funzionamento a regime

$$\begin{aligned} \hat{v} &= R_s \hat{i} + \frac{d\psi}{dt} + j\omega_s (\psi_{od} + L_d i_d + jL_q i_q) = \\ &= \underbrace{(R_s i_d - \omega_s L_q i_q)}_{X_q} + j \underbrace{(R_s i_q + \omega_s L_d i_d + \omega_s \psi_{od})}_{V_o} = \end{aligned}$$

$$\bar{v}(t) = V_M \sin(\omega t + \varphi)$$

$$V_M = \sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{v}|$$

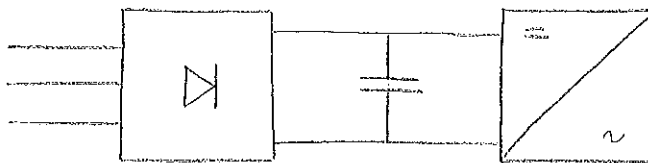
$$V_{ce} = \frac{V_M \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = |\hat{v}| \leq V_N$$

max (..)

VINCOLO

si interpreta direttamente in termini di V_d V_q .

Limite può essere imposto dal convertitore o rete a monte



limited di tensione a monte

WWW.INGONLINE.BIZ

$$|\hat{v}|^2 \leq V_N^2$$

$$V_d^2 + V_q^2 = (R_s i_d - X_q i_q)^2 + (R_s i_q + X_d i_d + V_o)^2 =$$

$$\begin{aligned} &= i_d^2 (R_s^2 + X_q^2) + i_q^2 (R_s^2 + X_q^2) + \\ &+ 2R_s (X_d - X_q) i_d i_q + 2R_s V_o i_q + (2X_d V_o i_d + V_o^2) = \end{aligned}$$

Calcola in 1 punto unico modo per far far zero $\omega_s \rightarrow \infty$

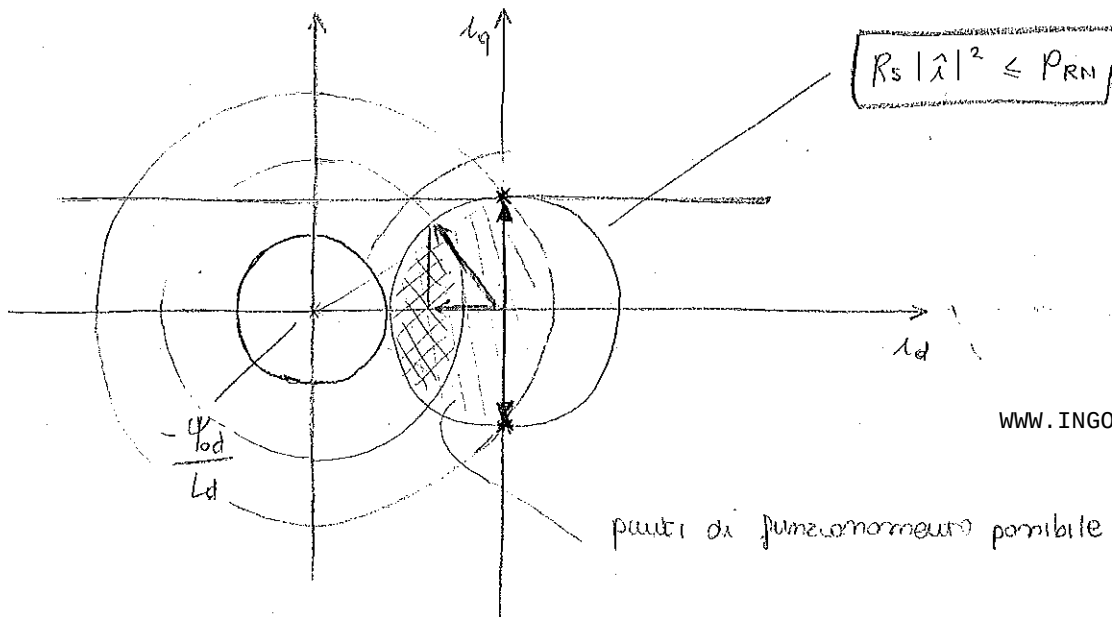
$$\omega_s^2 [(L_d i_d + \psi_{od})^2 + L_q^2 i_q^2] \leq V_N^2$$

131

$$i_d'^2 + \left(\frac{i_d^2}{V} \right)^2 \leq \frac{V_N^2}{x_q}$$

Combinazione con limite $R_s |\hat{i}|^2 \leq P_{RN}$

CASO di MACCHINA ISOTROPA



WWW.INGONLINE.BIZ

CASO ISOTROPO $\rightarrow$ dato W_e e dato $i_q(t) = \frac{W_e(t)}{P \psi_{od}}$, $\forall i_d$. Scelta $i_d = 0$

Proprietà ha fatto in modo

$\omega_s = \omega_{sN}$ cerchio che passa dai 2 punti in modo che $i_d = 0$ (*)

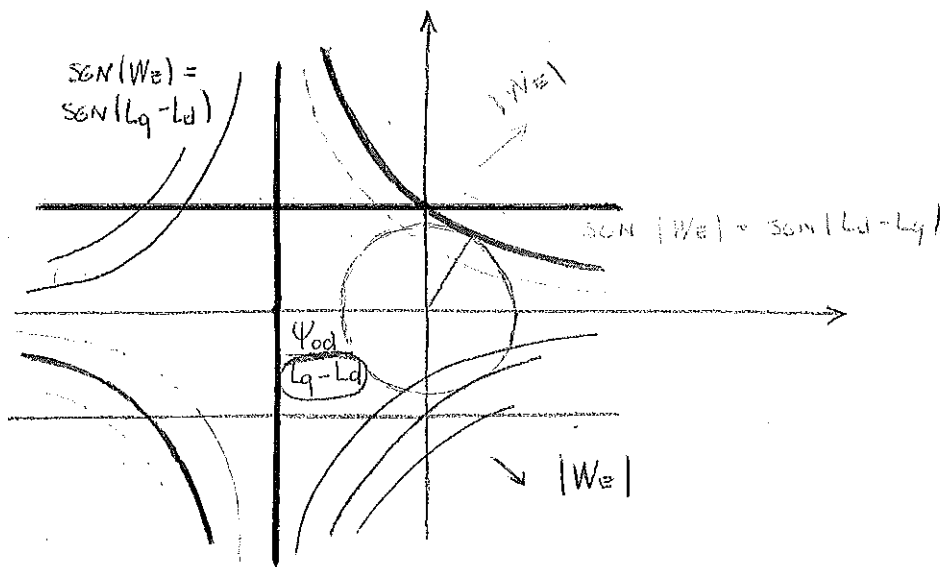
Se ω_s cresce $\rightarrow$ perdiamo possibilità di rendere coppia

potremmo avere o a coppia minore (se vogliamo anche le stesse perdite la coppia si riduce) o a coppia a perdite maggiore,

Con l'aumento della velocità aumentano le perdite ma aumenta anche quelle nel ferro (devo predisporre ventilazione)

* minimo di coppia corrispondente, alla i_q di intersezione

Per andare sopra velocità nominale devo (deformare macchina)



— iperbole equilatera a cui facciamo riferimento

Perdute minime $\rightarrow$ quelle individuate dal cerchio tangente all'iperbole

Correliamo con condizione isotropa $\rightarrow$ $\lambda_d = 0$ λ_q corrispondente al Wrench W_e in condizione isotropa

se $\lambda_d = \lambda_q$ 2 rette

$$\Psi_{0d} / (\lambda_q - \lambda_d) \rightarrow +\infty \quad \text{oppure} \quad \Psi_{0d} / (\lambda_q - \lambda_d) \rightarrow -\infty$$

Quante soluzioni ci sono $\rightarrow$

All'aumentare del raggio

$$W_e = [\Psi_{0d} + (\lambda_d - \lambda_q) \lambda_d] \lambda_q$$

$$\lambda_d^2 + \lambda_q^2 = I^2 = \lambda_d^2 + \frac{W_e^2}{[\Psi_{0d} + (\lambda_d - \lambda_q) \lambda_d]^2}$$

$$[\Psi_{0d} + (\lambda_d - \lambda_q) \lambda_d]^2 I^2 = \lambda_d^2 [\Psi_{0d} + (\lambda_d - \lambda_q) \lambda_d]^2 + W_e^2$$

WWW.INGONLINE.BIZ

I grande $\rightarrow$ (4 radici reali) (2 intersezioni con ✓ iperbole)

al diminuire di I (3 e poi 2 e 1)

diventano infine tutte radici complesse coniugate

NESSUNA
SOLUZIONE

$$(V_0 + X_d I_d)^2 + X_q^2 I_q^2 \leq V_N^2$$

Se $D = \frac{L_d}{L_q}$ COEFFICIENTE DI ANISOTROPIA

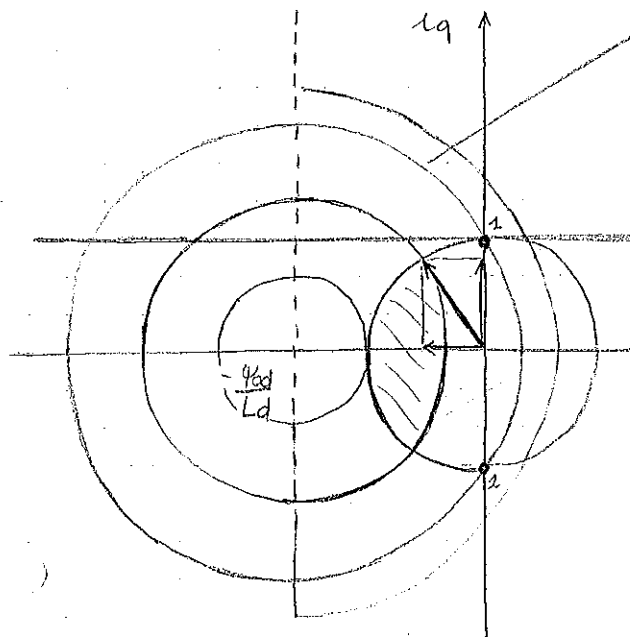
$$\left(\frac{\psi_{od}}{L_d} + I_d \right)^2 + \frac{I_q^2}{D^2} \leq \frac{V_d^2}{X_d^2}$$

$$I_d^2 + \frac{I_q^2}{D^2} \leq \frac{V_N^2}{X_d^2}$$

Dovrà essere zona di funzionamento nominale

Vediamo ora cosa accade al di sopra e al di sotto della velocità nominale

CASO MACCHINA ISOTROPA



costruttore fa in modo che a velocità nominale la macchina possa fornire la coppia nominale con le minime perdite

$$I_q = \frac{W_e}{p \psi_{od}}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

I 2 punti (1) (2) sono raggiungibili a velocità $\leq$ velocità nominale

a velocità minore si porta a cerchi di raggio + grande

Non avrebbe nessun senso andare a dare una $I_d \neq 0$ (positiva) coppia $<$

a velocità maggiore di quella nominale perdiamo possibilità di rendere coppia

Conviene andare a funzionare nel punto di intersezione tra 1 2

cerchi $\rightarrow$ in pratica si deflaziona la macchina andando ad

imporre una I_d negativa. Al punto di perdite per effetto facile la coppia

diminuisce

ha un angolo δ tra 0° e 90° se $L_d > L_q$.

134

Ellisse che rappresenta il limite di tensione magnetica dovrebbe passare da quel punto.

Se il segno di W_e cambia l'iperbole si trova nel II e IV quadrante.

Valpiano a serie considerazioni di prima sulle iperboli (13) (14)

NOTA: 3 punti corrispondenti a una data coppia che si trovano

nelle iperboli nel II e IV quadrante sono punti teorici

praticamente non raggiungibili.

WWW.INGONLINE.BIZ

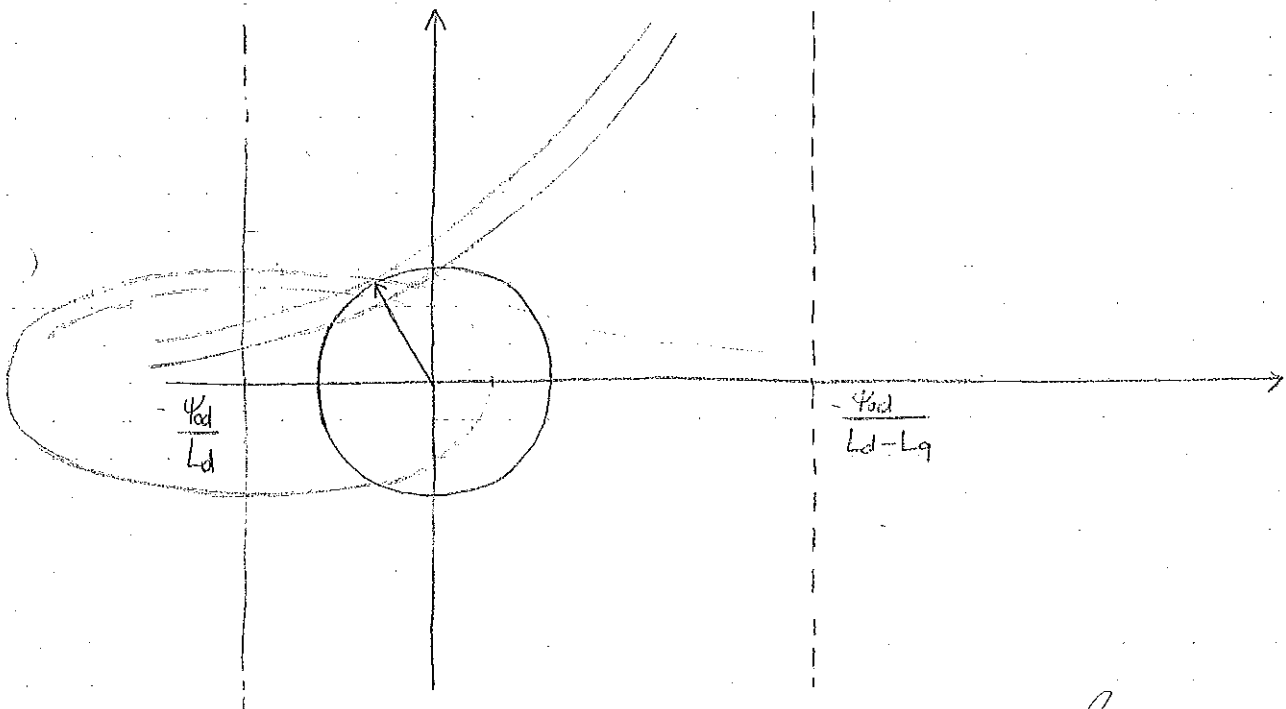
Se ora fissiamo L_d e facciamo aumentare L_q

$$\left(-\frac{\Psi_{od}}{L_d - L_q} \right) \rightarrow -\infty \quad \text{ritorna da} \quad +\infty$$

per un dato valore $[L_d - L_q < 0]$ asintoto iperboli si sposta nel

I IV quadrante

vediamo condizione $L_q > L_d$ simmetrica rispetto a prima

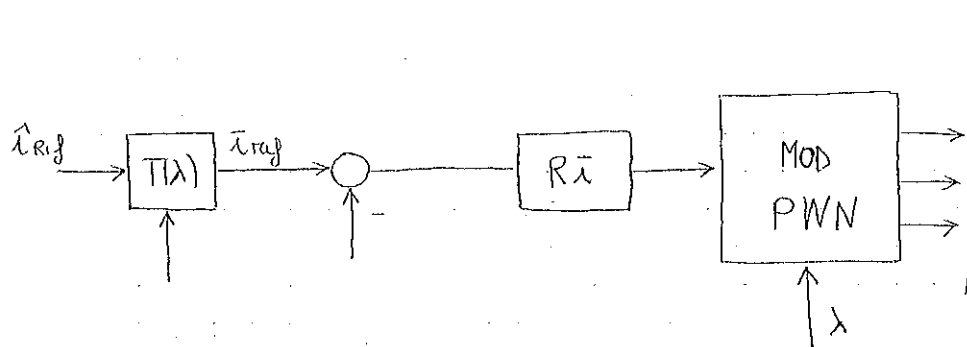


Con es. zero valore di coppia magnetica = elevata

In pratica costruttivamente non è possibile variare L_q senza variare le altre caratteristiche della macchina

Inoltre ci sono 3 grandezze non linearmente indipendenti (fornisco
 $\times$ sostituendo le une con le altre)

135

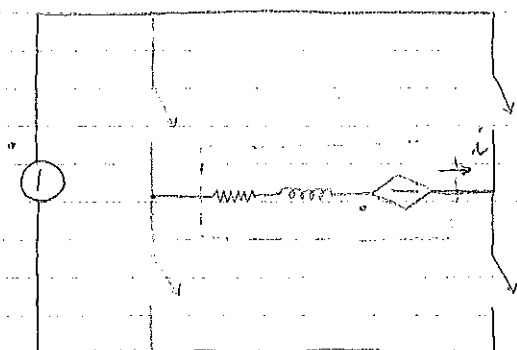


03/05/2006

la soluzione più ovvia $\rightarrow$

$\rightarrow$ IN VARIABILI BASE

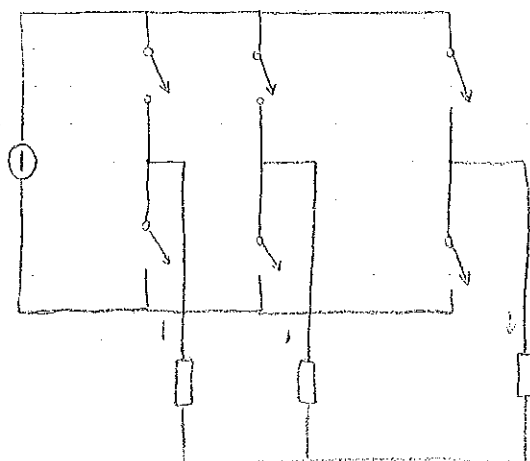
Inverter monofase



(1*)

WWW.INGONLINE.BIZ

In teoria 3 inverter mono fase - 1 V fase. Soluzione un po' complicata



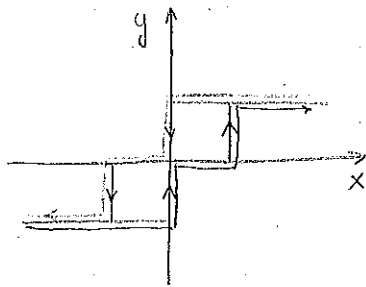
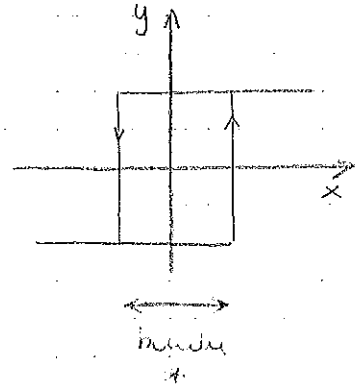
Altra possibilità

Prima di scattare al valore buono aspetto che m_p sia arrivato a soglia e prima di scattare al valore altro aspetto che sia arrivato a soglia superiore.

In uscita o valore altro o valore buono.

Nella zona centrale rimane al valore in cui è.

E' la possibilità anche di avere 3 valori in uscita.



Utilizzabile ad esempio proprio nel caso di figura

(1*) Tensioni applicabili sono proprio $+V -V$ o

Errore crescente $\rightarrow$

- 1 errore negativo $\rightarrow$ tensione negativa
- 2 errore positivo $\rightarrow$ tens. positiva
- 3 errore nullo $\rightarrow$ tens. nulla

WWW.INGONLINE.BIZ

Da notare che $\rightarrow$

Se non ci riesce questo non ci riesce nessun altre regolatori

In termini praticità non ce la fa neppure un regolatore

normale.

E' da stare attenti a ampiezza di banda l'che lui è dentro non regolare, (attenuazione alla banda *)

V_c scappare. Tiene conto in modo intrinseco del fatto che conv. può dare un num. finito di valori.

Sistema con memoria ma la sua memoria è 1 posto

1) In qualsiasi ist. tempo continuo risponde di tutto quello che è successo nella sua storia precedente

Ottimizzazione armonica

134

Parametri determinati in modo da ottimizzare lo spettro

1) Metodi Esatti, PARZIALI

teorema $\rightarrow$

Approssimazione in ogni intervallo

Si sceglie la funzione approssimante e si sviluppa in serie di Fourier. Sia la funzione approssimante che quella reale

Si considera in ogni intervallo una

componente armonica e si considera una funzione che dia un errore rispetto a quella componente armonica di un infinitesimo > 1 rispetto alla lunghezza dell'intervallo.

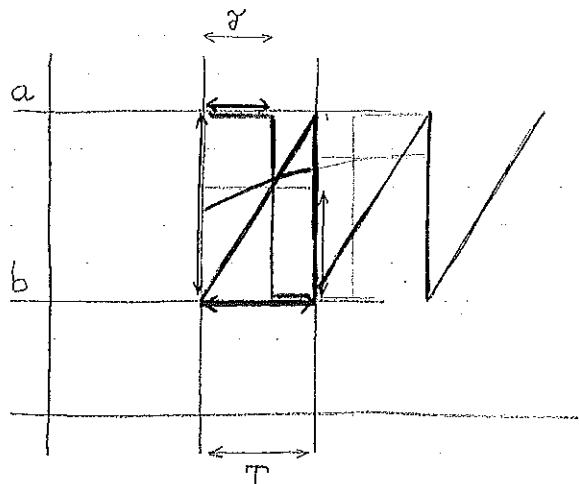
La funzione che si ottiene $\rightarrow$ ha un errore spettrale rispetto alla armonica intera che tende a zero al diminuire della lunghezza dell'intervallo ($\times$ una qualunque armonica)

A parità di errori Più vogliamo ripulire lo spettro più gli intervalli devono essere piccoli

Come focus a lavorare sull'equivalenza dei (valori medi)

$\rightarrow$ eguale una armonica, non è detto che sia periodico lo posso

replecare



= VALORI MEDI USUALI

WWW.INGONLINE.BIZ

$$f(t) \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{1}{T} \int_T f(t) dt}$$

$$\frac{1}{T_p} \int_T f(t) dt = \frac{1}{T_p} \int_T f(t) dt$$

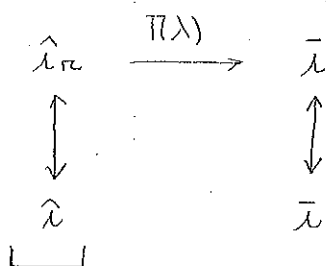
$$\boxed{ax + b(T-x)} = \boxed{Tf_0}$$

$$\frac{x}{T} = \frac{Tf_0 - bT}{a-b} = \frac{T(f_0 - b)}{a-b}$$

$$\frac{x}{T} = \frac{f_0 - b}{a-b}$$

situazione analoga a trapezi simili

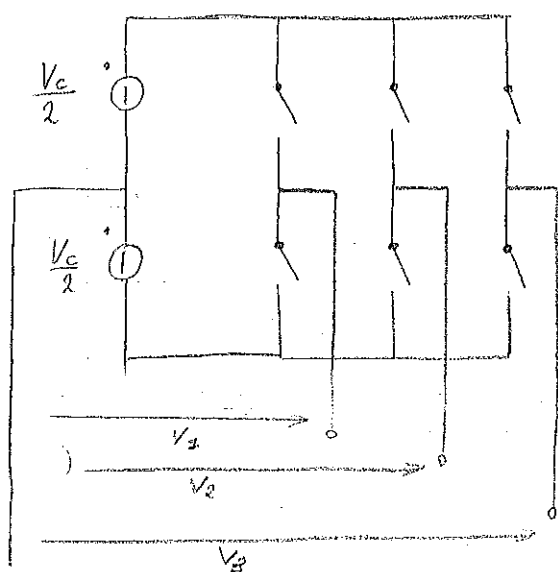
SPECE VECTOR MODULATOR



→ se questo rapporto è buono anche l'altro è buono

04/06/2006

WWW.INGONLINE.BIZ



$$\boxed{\bar{v}(t)} = \frac{V_c}{2} \bar{p}(t)$$

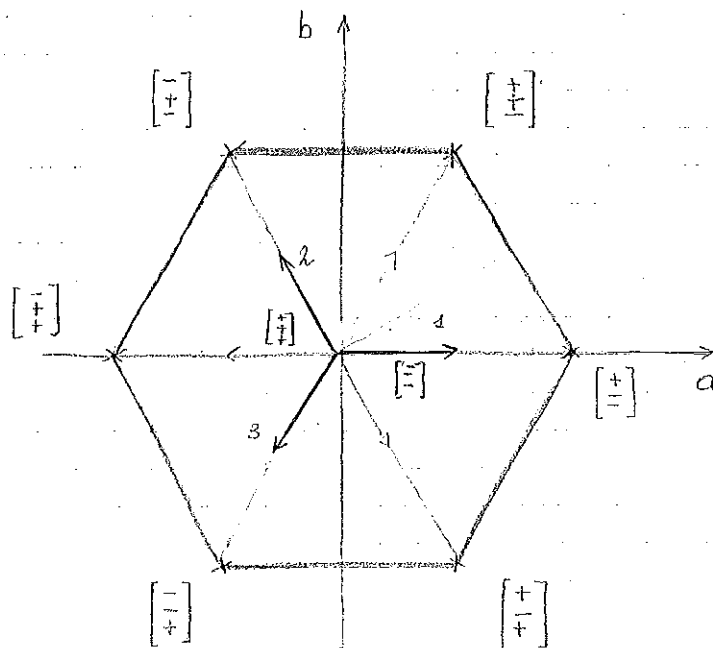
$$\bar{p}(t) = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

$$p_k \in \{1, -1\}$$

chiusura switch superiore

chiusura switch inferiore

Vertici di 1 cubo con centro origine degli assi e lunghezza dello spigolo V_c



Sull' piano di Clarke

$$T_c = T_p(0) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{v}(0) & \bar{v}(\frac{\pi}{2}) & \bar{v}(\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$T_c^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{v}' = T_c^T \bar{v} = \frac{V_c}{2} T_c^T \bar{p}$$

$$y_0 + y_1 + y_2 = T$$

Da notare però che

non posso ottenere valori negativi

→ X considerate
in modo ≠ queste 2
considerazioni

$$y_0 = (1 - v_{12}) T$$

$$y_1 + y_2 = T - y_0 = v_{12} T$$

$$v_{12} \in [0, 1]$$

$$v_1 = \frac{y_1}{y_1 + y_2}$$

$$v_2 = \frac{y_2}{y_1 + y_2}$$

$$y_1 = v_1 (y_1 + y_2) = v_1 v_{12} T$$

$$y_2 = v_2 (y_1 + y_2) = v_2 v_{12} T$$

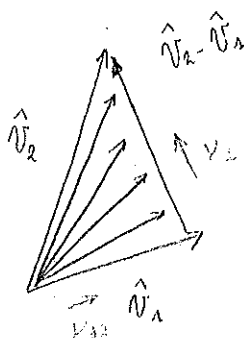
$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 1 \\ v_1, v_2 \in [0, 1] \end{cases}$$

Quali sono i valori di $\hat{v}_0$ che riesco ad ottenere

$$\begin{aligned} \hat{v}_0 &= \frac{y_1}{T} \hat{v}_1 + \frac{y_2}{T} \hat{v}_2 = \underbrace{(1 - v_2) v_{12} \frac{T}{T}}_{v_{12}} \hat{v}_1 + \underbrace{\frac{v_2 v_{12} T}{T}}_{v_2 v_{12}} \hat{v}_2 \\ &= v_{12} [\hat{v}_1 + v_2 [\hat{v}_2 - \hat{v}_1]] \end{aligned}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Geometricamente



Punti raggiungibili sono i punti
interni
all'area compresa tra
 $\hat{v}_1$ e $\hat{v}_2$

Non aveva grande senso prendere
spiegare



Punti raggiungibili su un

$$\frac{\gamma_1}{T} = \frac{\text{Im}(\hat{v}_{r0} \hat{v}_2^*)}{\text{Im}[\hat{v}_1 \hat{v}_2^*]}$$

Analogamente

$$\frac{\gamma_2}{T} = \frac{\text{Im}(\hat{v}_{r0} \hat{v}_1^*)}{\text{Im}(\hat{v}_2 \hat{v}_1^*)}$$

Se $\hat{v}_1$ e $\hat{v}_2$ fossero paralleli non avremmo potuto usare quella espressione denominatore nullo

tra 1 e 2 cambia il segno xkè $\hat{v}_1 \hat{v}_2^* = (\hat{v}_2 \hat{v}_1^*)^T$

$$\frac{\gamma_0}{T} = 1 - \frac{\gamma_1}{T} - \frac{\gamma_2}{T}$$

Nota:

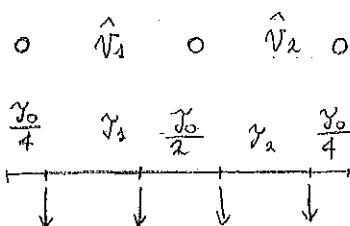
Non è imp. l'ordine in cui metto

$$\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2$$

Potrei anche dividere γ_0 e metterlo un po' all'inizio e un

po' un fondo

Esempio unificato:



↓ commutazione

WWW.INGONLINE.BIZ

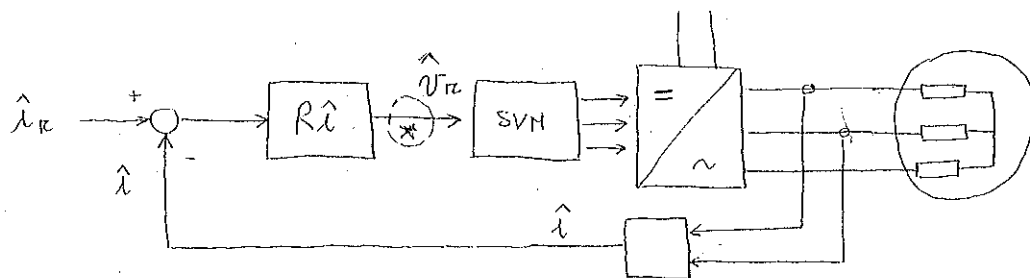
transizioni potrebbero essere + delei,

Potrei cercare di minimizzare la sollecitazione meccanica

→ logica alternare che scegli tra $\begin{bmatrix} + \\ + \\ + \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} - \\ - \\ - \end{bmatrix}$

SVN

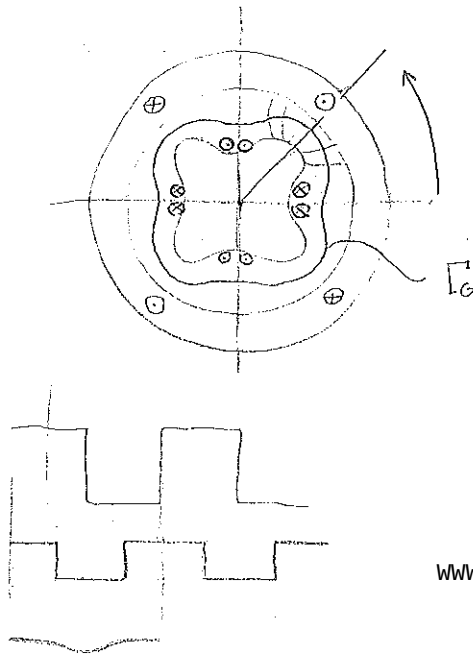
space vector modulation



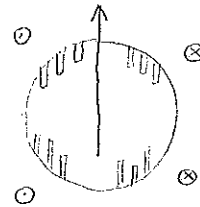
regolatore potrà essere digitale generare direttamente $\hat{v}_{r0}$

Motchina sincrona

→ Atava di avvolgimento smarratori, leueomale anisotropia m:
ipoten linearita' moquerca

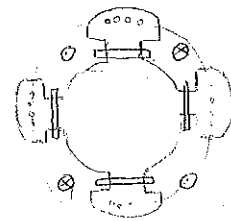


Rotore liscio (fino a 2 paia di poli)



diavino modesto

Rotore poli salienti



WWW.INGONLINE.BIZ

anche sulle macchine piccole usate tipicamente in anisotropia la pabbia smarratrice

$$m_e = 3 + 1 = 4$$
 sullo statore
 sul rotore

Abbiamo assunto che l'asse di simmetria passi per il centro e sia $\theta = 0$ ($\gamma = 0$)

$$N_k(\alpha, \gamma) = N_s + N_s \cos p(\alpha - \alpha_k)$$

$$\alpha_k = \frac{k-1}{3} \frac{2\pi}{p}$$
 ESATTAMENTE come nel Brushless

Avvolgimento di rotore, resp. anisotropia non e' meno a caso

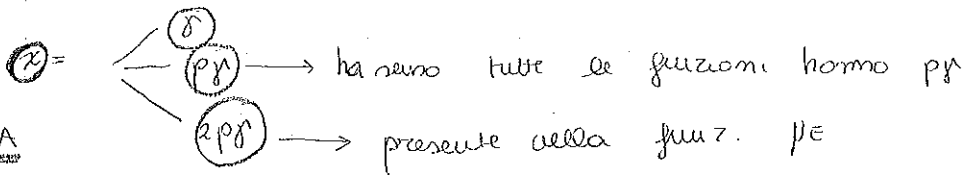
Asse di simmetria pari dell'avvolgimento di rotore (evidente e' quello di $\theta = 0$) in una determinata posizione rispetto all'anisotropia rotore.

Linee di campo si addensano sui poli

1. Curva Γ_0 indipendente dalle coordinate. Consideriamo condizione più semplice → allineiamo solo rotore
 $\theta_s(\alpha, \gamma) = \alpha - \gamma + \theta_0$
 $d_0(\theta, \gamma) = d_0(\theta, 0) + \gamma$

PARAMETRIZZAZIONE curva Γ_0 solidale al rotore ma con riferimento allo statore

SCELTA
DELLA
VARIABILE
LAGRANGIANA



142

Corrispondono rispettivamente all' ANGOLO ELETTRICO (θ) MECANICO (p_θ) e un multiplo

Assumiamo come del brushless $x = \theta$

Fermo a vuoto e' nullo

$$\bar{\psi}(\bar{x}, x) = \bar{\psi}_I(\bar{x}, x) = L_I(\bar{x}, x) \bar{x}$$

$$L(x) = L_I = L_0 \text{ SIMMETRICA} \rightarrow \text{maghericouente lineare}$$

Fermo a vuoto non c'e'

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_p + \bar{\psi}_L$$

$$\bar{\psi}_p = L_p(x) \bar{x}$$

$$\bar{\psi}_L = L_L \bar{x}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$L_p(x) = \pi l^2 N_K^2 N_h \left[\frac{1}{2} \cos p \left(\begin{matrix} \theta_K \\ x \end{matrix} \right) \begin{matrix} \theta_h \\ x \end{matrix} \right] + \frac{p_e}{2} \cos 2p \left(\begin{matrix} \theta_E(x) \\ x \end{matrix} \right) \frac{\theta_K + \theta_h}{2}$$

$$L^T = L(x) = \begin{bmatrix} L_{ss}(x) & L_{sr}(x) \\ L_{rs}(x) & L_{rr}(x) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_{ss} &\in \mathbb{R}^{3 \times 3} \\ L_{sr} &\in \mathbb{R}^{3 \times 4} \\ L_{rs} &\in \mathbb{R}^{1 \times 3} \\ L_{rr} &\in \mathbb{R}^{1 \times 1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} L_{ss}^T & L_{rs}^T \\ L_{sr}^T & L_{rr}^T \end{bmatrix}$$

$$L_{sr}^T = L_{rs}$$

$L_{rr}^T = L_{rr}$ HA TANTO E' 1 scalare

Brushless

Dobbiamo calcolare rispetto a prima $L_{sr}(x)$ $L_{rr}(x)$

$$L_{ss}(x) = L_{ss0} + L_{ss2} =$$

$$L_{ss0} = L_{sl1} + L_{sl0}$$

$$L_{ss0} = \left(L_s \left[\bar{\sigma}(0) \quad \bar{\sigma}\left(\frac{2}{3}\pi\right) \quad \bar{\sigma}\left(\frac{4}{3}\pi\right) \right] + (L_{sl1} - L_{sl2}) u_3 + \right.$$

$$\begin{bmatrix} L_{sl1} \\ L_{sl2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_{s1} & L_{s2} & x \\ x & L_{s1} & L_{s2} \\ L_{s2} & x & L_{s1} \end{bmatrix}$$

x la simmetria

$$L_{sl2} \bar{1} \bar{1}^T$$

Sono impareggiabile

143

$$^0 L_s = \pi l^4 N_s^2 \cdot \psi_E$$

$$^2 L_s = \pi l^4 N_s^2 \frac{\psi_E}{2}$$

$$^1 L_{SR} = \pi l^2 N_s^4 N_R \left(\frac{\psi_E}{2} + \frac{\psi_E}{2} \right)$$

$$^0 L_{RR} = \pi l^4 N_R^2 \left[\frac{\psi_E}{2} + \frac{\psi_E}{2} \right]$$

$$\frac{L_{RR}}{N_R} = \frac{L_{SR}}{N_s}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{SS} & T_{SR} \\ T_{RS} & T_{RR} \end{bmatrix}$$

consideriamo una matrice di trasformazione a blocchi

Vediamo se alcune scelte su questa matrice (T) possono portare a semplificazioni nella trasformazione

$$L' = T^T L T$$

Consideriamo
matrice T
proseguo

$$\begin{cases} T_{SR} = 0 \\ T_{RS} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{SR} = 0 \\ T_{RS} = 0 \end{cases}$$

FACCIAMO LA TRASFORMAZIONE

$$L' = T^T L T = \begin{bmatrix} T_{SS}^T & 0 \\ 0 & T_{RR}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{SS} & L_{SR} \\ L_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{SS} & 0 \\ 0 & T_{RR} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} T_{SS}^T L_{SS} T_{SS} & T_{SS}^T L_{SR} T_{RR} \\ T_{RR}^T L_{RS} T_{SS} & T_{RR}^T L_{RR} T_{RR} \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

blocchi fuori della diagonale ^{principale} sono misti

uno il trasposto dell'altro
Data la simmetria

$$L_{SR} = L_{RS}^T \text{ sono uguali}$$

Si tratta in modo quasi indep. L'ovvero ^{rotore} ^{statore}

Scegliamo che valga per la matrice L possibile scelta, x le 2 matrici

$$\begin{bmatrix} T_{SS} \\ T_{RR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_p(\lambda) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T(\lambda) = \begin{bmatrix} T_p(\lambda) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\psi(\bar{\lambda}, x)} = \underline{L(x) \bar{\lambda}} + \cancel{\psi_0(x)}$$

$$\underline{L(x)} = \begin{bmatrix} \underline{L_{SS}(x)} & \underline{L_{SR}(x)} \\ \underline{L_{RS}(x)} & \underline{L_{RR}(x)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L_{SS}(x)} = \underline{L_{SS0}} + \underline{L_{SS2}(x)}$$

$$\underline{L_{SS0}} = \underline{L_{SL}} + \underline{L_{SPO}}$$

$$\underline{L_{SL}} = \underline{L_{SL1} - L_{SL2}} \underline{U} + \underline{L_{SL2}} \underline{11}^T$$

$$\underline{L_{SPO}} = {}^0 L_{sp} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(0) & \bar{\sigma}(\frac{2}{3}\pi) & \bar{\sigma}(\frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$\underline{{}^0 L_{sp}} = \pi \ell^2 N_s^2 {}^0 p_e$$

$$\underline{L_{SS2}(x)} = {}^2 L_{sp} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(2px) & \bar{\sigma}(2px - 2/3\pi) & \bar{\sigma}(2px - 4/3\pi) \end{bmatrix} \quad \underline{{}^2 L_{sp}} = \frac{\pi}{2} \ell^2 N_s^2 {}^2 p_e$$

$$\underline{L_{RR}} = \underline{L_{RL}} + \underline{L_{RP}}$$

$$\underline{L_{RP}} = \pi \ell^2 N_R^2 \left({}^0 p_e + \frac{{}^2 p_e}{2} \right)$$

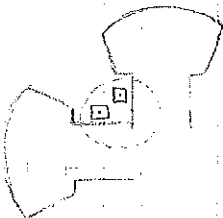
$$\underline{L_{SR}(x)} \stackrel{(*)}{=} \underline{L_{SR}^T(x)} = \pi \ell^2 N_s^2 N_R \left({}^0 p_e + \frac{{}^2 p_e}{2} \right) \bar{\sigma}(px) = \underline{{}^1 L_{SR}} \bar{\sigma}(px)$$

se la macchina è
meccanicamente lineare

$$\boxed{L_I = L_D}$$

SIMMETRICA

* L_{RL}



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{T(\bar{\lambda})} = \begin{bmatrix} T_{SS} & T_{SR} \\ T_{RS} & T_{RR} \end{bmatrix}$$

In generale una $\underline{T(\bar{\lambda})}$ di questo tipo dovrebbe essere ad una matrice $\underline{L'(x, \lambda)}$ del tipo:

$$\boxed{L_{SR}^{-1}(x, \lambda)} = \underbrace{T_p^T(\lambda) L_{SR}(x)}_{\substack{\text{Lavoro} \\ \text{di} \\ \text{traslazione}}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda + \pi/2) \\ \bar{I}^T/\sqrt{2} \end{bmatrix}^T L_{SR} \bar{\sigma}(px) =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}}^T L_{SR} \begin{bmatrix} c(px - \lambda) \\ c(px - \lambda - \frac{\pi}{2}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(px - \lambda) \\ s(px - \lambda) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{L_{RR}^{-1}} = 1^T L_{RR} = L_{RR}$$

$$\boxed{L_{SS}^{-1}(x, \lambda)} = \begin{bmatrix} L_{SL1} - L_{SL2} + 3/2^0 L_{Sp} & 0 & 0 \\ 0 & L_{SL1} - L_{SL2} + 3/2^0 L_{Sp} & 0 \\ 0 & 0 & L_{SL1} + 2 L_{SL2} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{3}{2}^2 L_{Sp} \begin{bmatrix} c(2px - 2\lambda) & s(2px - 2\lambda) & 0 \\ s(2px - 2\lambda) & -c(2px - 2\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macchina costruttivamente simmetrica,

$$\boxed{\bar{U}_R^{-1}} = \bar{U}^T R^T \bar{U}^{-1}$$

$$\boxed{R} = \begin{bmatrix} R_{SU3} & \bar{0} \\ \bar{0} & R_R \end{bmatrix}$$

$$\underline{R'} = \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda) & \bar{0} \\ \bar{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{SU3} & \bar{0} \\ \bar{0} & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_p(\lambda) & \bar{0} \\ \bar{0} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda) T_p(\lambda) R_S & \bar{0} \\ \bar{0} & R_R \end{bmatrix} = \boxed{R}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{\bar{M}'(\bar{x}', x, \lambda)} = \frac{\partial \bar{\Psi}'(\bar{x}', x, \lambda)}{\partial x}$$

$$L'(x, px) = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & 0 & \textcircled{1L_{SR}} \\ 0 & L_{sq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{sz} & 0 \\ \textcircled{1L_{SR}} & 0 & 0 & L_{rd} \end{bmatrix}$$

$$L_{sd} = L_{SL1} + L_{SL2} + \frac{3}{2} L_{sp} + \frac{3}{2} L_{sq}$$

$$L_{sq} = L_{SL1} + L_{SL2} + \frac{3}{2} L_{sp} - \frac{3}{2} L_{sq}$$

$$L_{sz} = L_{SL1} + 2L_{SL2}$$

116

accoppiamento magnetico tra avvolgimento di statore e rotore

$$= \frac{p}{2} \begin{bmatrix} (L_{sd} - L_{sq}) \lambda_{sq} \\ (L_{sd} - L_{sq}) \lambda_{sd} + \textcircled{1L_{SR}} \lambda_{rd} \\ 0 \\ \textcircled{1L_{SR}} \lambda_{sq} \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\left(W_E'(\bar{\lambda}', x, \lambda) \right) = \int_0^{\bar{\lambda}'} \bar{H}'(\bar{\lambda}', x, \lambda) d\bar{\lambda}' = \int_0^{\bar{\lambda}'} \left[\frac{\partial L'(x, \lambda)}{\partial x} \bar{\lambda}' \right]^T d\bar{\lambda}' =$$

$$= \left[\frac{1}{2} \bar{\lambda}'^T \frac{\partial L'(x, \lambda)}{\partial x} \bar{\lambda}' \right]_0^{\bar{\lambda}'}$$

$$= \frac{1}{2} \bar{\lambda}'^T \bar{H}'(\bar{\lambda}', x, \lambda) \Big|_{\lambda=px} = \frac{p}{2} \left[(L_{sd} - L_{sq}) 2 \lambda_{sd} \lambda_{sq} + \textcircled{1L_{SR}} \lambda_{rd} \lambda_{sq} \right]$$

$$\frac{p}{2} \left[(L_{sd} - L_{sq}) (\lambda_{sq} \lambda_{sd} + \lambda_{sd} \lambda_{sq}) + \textcircled{1L_{SR}} (\lambda_{rd} \lambda_{sq} + \lambda_{sq} \lambda_{rd}) \right] =$$

$$p \left[(L_{sd} - L_{sq}) \lambda_{sq} \lambda_{sd} + \textcircled{1L_{SR}} \lambda_{rd} \lambda_{sq} \right]$$

Se rappresentiamo (W_E) $\hat{\lambda}_s = \lambda_{sd} + j \lambda_{sq}$ $|\hat{\lambda}_s| e^{j\delta}$ $\delta = \arg(\hat{\lambda}_s)$

$$= p \left[|L_{sd} - L_{sq}| |\hat{\lambda}_s|^2 \cos \delta + \textcircled{1L_{SR}} \lambda_{rd} |\hat{\lambda}_s| \sin \delta \right]$$

Analoga con il Brushless
→ somma di 2 sinusoidi

$$A'(\bar{\lambda}', x, \lambda) = \frac{\partial \Psi'(\bar{\lambda}', x, \lambda)}{\partial \lambda} = \bar{A}' + \bar{A}'_H$$

147

$$\bar{A}'_H(\bar{\lambda}', x, \lambda) = \left(L'(\bar{\lambda}', x, \lambda) T^T(\lambda) \frac{\partial T(\lambda)}{\partial \lambda^T} \Delta[\bar{\lambda}'] \right)$$

$$T = \begin{bmatrix} T_p(\lambda) & \bar{0} \\ \bar{0} & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial \lambda} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_p(\lambda)}{\partial \lambda} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$L'(x, px) \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda) & \bar{0} \\ \bar{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T_p(\lambda)}{\partial \lambda} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} \end{bmatrix} \bar{\lambda}' =$$

$$\left(L'(x, px) \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda) \frac{\partial T_p(\lambda)}{\partial \lambda} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}'_s \\ \bar{\lambda}'_R \end{bmatrix} \right) = \left(\left(\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \right)^* \right. \\ \left. * \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}(\lambda + \frac{\pi}{2}) & \bar{\sigma}(\lambda + \pi) & 0 \end{bmatrix} \right) \right) \\ = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sq} \\ \lambda_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_{sq} \\ \lambda_{sd} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left(\begin{matrix} \lambda = px \\ L'_{SR} [1 \ 0 \ 0] \end{matrix} \right) \left(L'_{RS} \begin{bmatrix} -\lambda_{sq} \\ \lambda_{sd} \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -\lambda_{sd} \lambda_{sq} \\ \lambda_{sq} \lambda_{sd} \\ 0 \\ -L'_{SR} \lambda_{sq} \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{A}'_H \frac{\partial \lambda}{\partial x} = p \begin{bmatrix} -\lambda_{sd} \lambda_{sq} \\ \lambda_{sq} \lambda_{sd} \\ 0 \\ -L'_{SR} \lambda_{sq} \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}'_A(\bar{\lambda}', x, px) = \bar{M}'(\bar{\lambda}', x, px) + \bar{A}'_H(\bar{\lambda}', x, px) \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} \\ = p \begin{bmatrix} -\lambda_{sq} \lambda_{sd} \\ \lambda_{sd} \lambda_{sd} + L'_{SR} \lambda_{sd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4 eventi equivalenti

148

breve [Z] solitamente nei intervalli. Se collegamento è a stella corrente

$$I_{sz} = 0 \quad V_{sz} = 0$$

$$\hat{I}_s = I_{sd} + j I_{sq}$$

$$\hat{I}_R = I_{Rd} + j 0$$

$$\hat{L}_s = L_{sd} + j L_{sq}$$

$$\hat{L}_{SR} = L_{srd} + j 0$$

~~Macchina a 4 poli~~

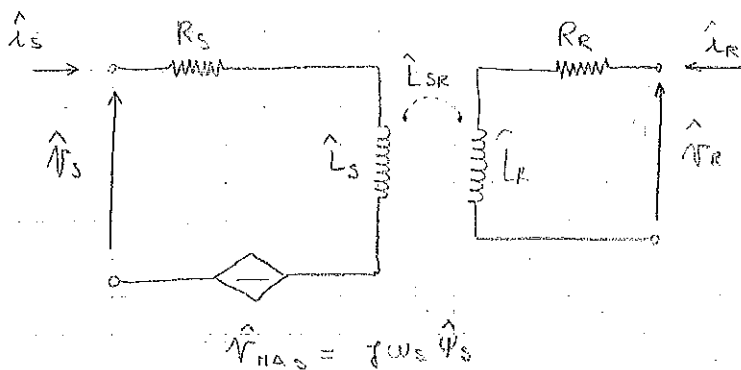
$$\hat{V}_s = V_{sd} + j V_{sq} = R_s (I_{sd} + j I_{sq}) + \left(L_{sd} \frac{dI_{sd}}{dt} + j L_{sq} \frac{dI_{sq}}{dt} \right) + \left(L_{srd} \frac{dI_{Rd}}{dt} + j 0 \frac{dI_{Rd}}{dt} \right) + \omega_s (-\psi_{sq} + j \psi_{sd})$$

$$= R_s \hat{I}_s + \hat{L}_s : \frac{d\hat{I}_s}{dt} + \hat{L}_{SR} : \frac{d\hat{I}_R}{dt} + j \omega_s \hat{\psi}_s$$

Rappresentazione equivalente

$\hat{V}_R$

$$\hat{V}_{Rd} + j 0 = (R_R I_{Rd} + j 0) + \left(L_{Rd} \frac{dI_{Rd}}{dt} + j 0 \right) + \left(L_{srd} \frac{dI_{sd}}{dt} + j 0 \frac{dI_{sq}}{dt} \right) = R_R \hat{I}_R + \hat{L}_R : \frac{d\hat{I}_R}{dt} + \hat{L}_{SR} : \frac{d\hat{I}_s}{dt}$$



WWW.INGONLINE.BIZ

Se appelliamo k_{em} cost = al brushless

- a cosa ovviamente misurare
- anche mettendo un generatore di corrente, il valore si può regolare in

$$\omega_s = p\Omega$$

$$\lambda = p\alpha = p\gamma = p\gamma_0 + p\alpha t = p\gamma_0 + \omega_s t$$

149

$$\gamma(t) = \gamma_0 + \Omega t$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\hat{\lambda}| \bar{\sigma} (\omega_s t + p\gamma_0 + \delta) \right)$$

$$\hat{V}_s = R_s \hat{\lambda}_s + j\omega_s (L_{sd} \lambda_{sq} + L_{srd} \lambda_{rd} + jL_{sq} \lambda_{sq}) = (X_{sd} + jX_{sq}) \hat{\lambda}_s$$

$$R_s \hat{\lambda}_s + jX_{sd} \lambda_{sd} - X_{sq} \lambda_{sq} + j\omega_s L_{srd} \lambda_{rd} = R_s \hat{\lambda}_s + j(X_{sd} \hat{\lambda}_s : \hat{\lambda}_s) + \hat{V}_0 (\lambda_{rd})$$

X_{srd}

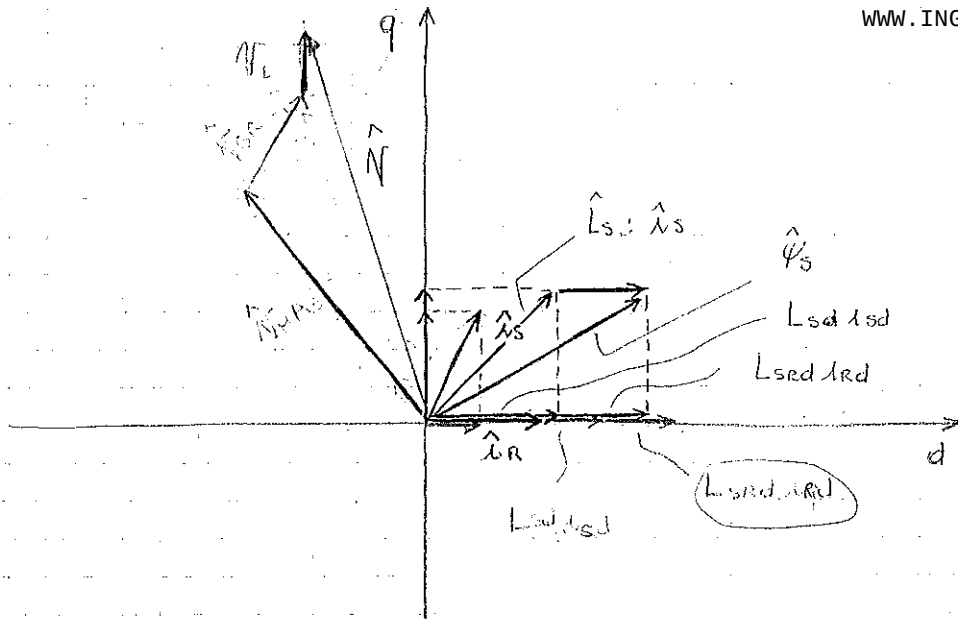
Modello a doppia reattanza (linearizzazione di Blondel)

$$L_{sd} = L_{sq}$$

modello di Beuhesceuburg

$$\hat{V}_s = R_s \hat{\lambda}_s + jX_s \hat{\lambda}_s + \hat{V}_0 (\lambda_{rd})$$

WWW.INGONLINE.BIZ



Dato $L_{sd} \geq L_{sq}$

NOTA : di solito termine $L_{srd} \lambda_{rd} > L_{sd} \lambda_{sd}$

Se imponiamo dall'esterno con un convertitore la $\hat{V}$

Se la $\hat{V}$ è quella di figura $\Rightarrow$ L_{sq} aumenta CRESCE

$V_{sd} = 0$ ma non so quanto vale λ_{sd} (e' contributo λ_{rd})

Per opere sulla coppia sono opere anche sull'ecartazione

(D. fatto poi le costanti di tempo del sistema di ecartazione sono maggiori)

$$^1\mu_e = 0$$

$$\mu_e = \mu_0 \frac{\rho_0}{\epsilon \epsilon_0} = \cos \alpha$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_e \end{bmatrix}$$

$$^2\mu_e = 0$$

$$^c \bar{\psi}(\bar{x}, y) = \cancel{^c \bar{\psi}_0(y)} + ^c \bar{\psi}_I(\bar{x}, y) = \boxed{^c L(p|\bar{x})}$$

→ nell'ip. linearizzata inalterata

$$\boxed{L(y)} = L_L + L_P(y)$$

$$\boxed{L} = \begin{bmatrix} \boxed{L_{SSL}} & 0 \\ 0 & \boxed{L_{RRL}} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{L_P(y)} = \begin{bmatrix} L_{SSP}(y) & L_{SRP}(y) \\ L_{RSP}(y) & L_{RRP}(y) \end{bmatrix} = \boxed{L_P^T}$$

$$L_{SSP} = L_{SS}^T P$$

$$L_{RRP} = L_{RR}^T P$$

$$L_{SRP} = L_{RS}^T P$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\boxed{L_{SSL}} = \begin{bmatrix} L_{SL1} & L_{SL2} & L_{SL2} \\ L_{SL2} & L_{SL1} & L_{SL2} \\ L_{SL2} & L_{SL2} & L_{SL1} \end{bmatrix} = \boxed{(L_{SL1} - L_{SL2}) U + L_{SL2} \bar{1} \bar{1}^T}$$

$$\boxed{L_{RRL}} = \boxed{(L_{RL1} - L_{RL2}) U + L_{RL2} \bar{1} \bar{1}^T}$$

NOTA → non c'è il termine $^2\mu_e$ xkè la macchina è isotropa

$$\boxed{L_{ssp}}$$

$$\boxed{L_{pkh}} = \pi e^2 N_s^2 \mu_e \cos p (\theta_k - \theta_h) \approx \in [1, 2, 3]$$

$$^0 L_{sp} \cos p \left(\frac{k-1}{3} \frac{2\pi}{p} - \frac{h-1}{3} \frac{2\pi}{p} \right) =$$

$$L_{ssp} = ^0 L_{sp} \begin{bmatrix} \delta(0) & \delta\left(\frac{2}{3}\pi\right) & \delta\left(\frac{4}{3}\pi\right) \end{bmatrix}$$

$$\boxed{L_{pkh}}_{\in \{4,6\}} = \pi e^2 N_{R0}^2 \mu_e \cos p \left(\frac{(h-3)-1}{3} \frac{2\pi}{p} - \frac{(k-3)-1}{3} \frac{2\pi}{p} \right)$$

FUNZIONE SIGMA su 3 colonne

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} T_{SS} & 0 \\ 0 & T_{RR} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L}' = \underline{T}^T \underline{L} \underline{T} = \begin{bmatrix} T_{SS}^T L_{SS} T_{SS} & T_{SS}^T L_{SR} T_{RR} \\ T_{RR}^T L_{RS} T_{SS} & T_{RR}^T L_{RR} T_{RR} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \underline{T}_{SS} = \underline{T}_P(\lambda_S)$$

$$\rightarrow \underline{T}_{RR} = \underline{T}_P(\lambda_R)$$

$$\underline{L}_{SR}'(\alpha, \bar{\lambda}) = \underline{T}_P^T(\lambda_S) \underline{L}_{SR}(\alpha) \underline{T}_P(\lambda_R) =$$

$$\bar{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_S \\ \lambda_R \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda_S) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda_S + \frac{\pi}{2}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} {}^4 L_{SRP} \left[\bar{\sigma}(\alpha) \quad \bar{\sigma}(\alpha + \frac{2}{3}\pi) \quad \bar{\sigma}(\alpha + \frac{4}{3}\pi) \right] \underline{T}_P(\lambda_R)$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{3}{2} {}^4 L_{SRP} \begin{bmatrix} \frac{c(\lambda_S - \alpha)}{0} & \frac{c(\lambda_S - \alpha - \frac{2}{3}\pi)}{0} & \frac{c(\lambda_S - \alpha - \frac{4}{3}\pi)}{0} \\ \frac{c(\lambda_S + \frac{\pi}{2} - \alpha)}{0} & \frac{c(\lambda_S + \frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{2}{3}\pi)}{0} & \frac{c(\lambda_S + \frac{\pi}{2} - \alpha - \frac{4}{3}\pi)}{0} \end{bmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} {}^4 L_{SRP} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}^T(\lambda_S - \alpha) \\ \bar{\sigma}^T(\lambda_S + \frac{\pi}{2} - \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \left[\bar{\sigma}(\lambda_R) \quad \bar{\sigma}(\lambda_R + \frac{\pi}{2}) \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \right]$$

$$= \frac{3}{2} {}^4 L_{SRP} \begin{bmatrix} c(\lambda_S - \lambda_R - \alpha) & s(\lambda_S - \lambda_R - \alpha) & 0 \\ -s(\lambda_S - \lambda_R - \alpha) & c(\lambda_S - \lambda_R - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{L_{RR}} = \begin{bmatrix} \textcircled{L_{Rd}} & 0 & 0 \\ 0 & \textcircled{L_{Rq}} & 0 \\ 0 & 0 & \textcircled{L_{Rz}} \end{bmatrix} =$$

$$\underline{L_{Rz}} = \underline{L_{RL1}} + 2 \underline{L_{RL2}}$$

152

$$\underline{L_{Rd}} = \underline{L_{Rq}} = \underline{L_{RL1} - L_{RL2} + \frac{3}{2} L_{Rp}}$$

17/05/2006

$$L(x) = \begin{bmatrix} L_{ss} & L_{sr}(x) \\ L_{rs}(x) & L_{rr} \end{bmatrix}$$

$$x = p\gamma$$

$$T(\bar{\lambda}) = \begin{bmatrix} T_p(\lambda_s) & 0 \\ 0 & T_p(\lambda_R) \end{bmatrix}$$

$$L'(x, \bar{\lambda}) = \begin{bmatrix} L_{ss}'(x) & L_{sr}'(x, \bar{\lambda}) \\ L_{rs}'(x, \bar{\lambda}) & L_{rr}'(\bar{\lambda}) \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\underline{L_{ss}'} = \begin{bmatrix} L_{sd} & & \\ & L_{sq} & \\ & & L_{sz} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L_{rr}'} = \begin{bmatrix} L_{rd} & & \\ & L_{rq} & \\ & & L_{rz} \end{bmatrix}$$

$$\underline{L_{sd}} = \underline{L_{sL1} - L_{sL2} + \frac{3}{2} L_{sp}}$$

$$\underline{L_{sd}} = \underline{L_{sq}}$$

$$\underline{L_{sz}} = \underline{L_{sL1} + 2 L_{sL2}}$$

$$\underline{L_{rd}} = \underline{L_{RL1} - L_{RL2} + \frac{3}{2} L_{Rp}}$$

$$\underline{L_{rd}} = \underline{L_{rq}}$$

$$\underline{L_{rz}} = \underline{L_{RL1} + 2 L_{RL2}}$$

$$\underline{L_{srp}(x)} = \frac{1}{\sqrt{3}} L_{srp} \left[\vec{\sigma}(x) \quad \vec{\sigma}\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) \quad \vec{\sigma}\left(x + \frac{4}{3}\pi\right) \right]$$

$$\underline{L_{sr}'}(x, \bar{\lambda}) = \underline{T_p^T(\lambda_s) L_{sr}(x) T_p(\lambda_R)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{1}{\sqrt{3}} L_{srp} \begin{bmatrix} c(\lambda_s - \pi) & \dots & \\ c\left(\lambda_s + \frac{\pi}{2} - x\right) & \dots & \\ 0 & & \end{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{3} T_p(\lambda_R)$$

$$= \frac{\partial L'(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial x} \bigg|_{(\bar{x}', \bar{\lambda}')} \quad \bar{\lambda}' =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} L_{ss}' & L_{sr}'(x, \lambda) \\ L_{rs}'(x, \lambda) & L_{rr}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_s' \\ \bar{\lambda}_r' \end{bmatrix} =$$

$(\bar{x}', \bar{\lambda}')$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial L_{sr}'(x, \bar{\lambda})}{\partial x} \\ \frac{\partial L_{rs}'(x, \bar{\lambda})}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_s' \\ \bar{\lambda}_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{sr}'(x, \bar{\lambda})}{\partial x} \bigg|_{(x, \bar{\lambda}')} \bar{\lambda}_r' \\ \frac{\partial L_{rs}'(x, \bar{\lambda})}{\partial x} \bigg|_{(x, \bar{\lambda}')} \bar{\lambda}_s' \end{bmatrix}$$

$(x, \bar{\lambda}')$

$$\frac{\partial}{\partial x} L_{sr}'(x, \bar{\lambda}) \bigg|_{(x, \bar{\lambda}')} = L_{srd} \begin{bmatrix} \frac{s(\lambda_s - \lambda_r - x)}{c(\lambda_s - \lambda_r - x)} & \frac{-c(\lambda_s - \lambda_r - x)}{s(\lambda_s - \lambda_r - x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_s' \\ \bar{\lambda}_r' \end{bmatrix}$$

$$L_{srd} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(Note: The matrix is circled with a minus sign and a plus sign in the original image)

-(T)

WWW.INGONLINE.BIZ

$$M'(\bar{\lambda}', x, \bar{\lambda}') = \begin{bmatrix} L_{srd} & \begin{bmatrix} -\lambda_{rq} \\ \lambda_{rd} \\ 0 \\ \lambda_{sq} \\ -\lambda_{sd} \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$A_n'(\bar{\lambda}', x, \bar{\lambda}') = L'(\bar{x}, \bar{\lambda}') T^T(\bar{\lambda}') \frac{\partial T(\lambda)}{\partial \lambda^T} \bigg|_{(\bar{\lambda}')} \Delta[\bar{\lambda}']$$

$$\begin{aligned} T^T(\lambda) \frac{\partial T(\bar{\lambda})}{\partial \lambda^T} &= \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda_s) & 0 \\ 0 & T_p^T(\lambda_r) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{\partial T_p(\lambda_s)}{\partial \lambda_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T_p^T(\lambda_s) \frac{\partial T_p(\lambda_s)}{\partial \lambda_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ T_p^T(\lambda_r) \frac{\partial T_p(\lambda_r)}{\partial \lambda_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$