

DINAMICA DELLE MACCHINE ELETTRICHE E AZIONAMENTI ELETTRICI 2

Prof. Enrico Bolzoni

Libri consigliati: Francesco Angeli "Macchine Elettriche"
 Moham traduz. italiana "Elettromagnetismo"

Modellazione del DISPOSITIVO ELETTROMAGNETOMECCANICO

Sistema fisico all'interno del quale avvengono fenomeni riconducibili ad aspetti meccanici ed elettromagnetici. In particolare con riferimento ai fenomeni in bassa frequenza. Considereremo trascurabili i

fenomeni elettrostatici [questa condizione non sarebbe necessaria ma questo comporterebbe complicazione e inoltre è da tener presente che

le macchine elettriche sfruttano fenomeni elettromagnetici (un es. di applicazione in cui si considerano aspetti elettrostatici è l'HEM micromotori per biomedicina)]

Le forze elettromagnetiche var. prop. al quadrato distanza. Quando si considerano solo aspetti statici, si trascurano gli effetti dinamici.

Cosa c'è dentro?

WWW.INGONLINE.BIZ

Costituiti da: → ELEMENTI CONDUTTORI
 → ISOLANTI
 → MATERIALI MAGNETICI (permeabilità > vuoto, magneti perman.)

IPOTESI:

- Correnti scorrono soltanto all'interno delle parti conduttrici, trascuriamo le correnti parassite.
- Considereremo che i materiali magnetici abbiano egom campo-induzione univoco, non considereremo fenomeni di isteresi (Ad ogni valore di H corrisponde un solo valore di B).

Sarebbe possibile fare un'analisi con approccio campistico: rigorosa con equazioni di Maxwell ma molto complicata - concettualmente importante ma analiticamente non utilizzabile. Non si usa (si usa nella simulazione).

⇒ si usa un approccio diverso,

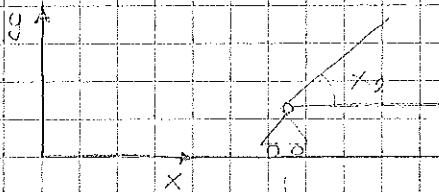
Per tener conto aspetti meccanici

Come è fatta la macchina da 1 punto di vista geometrico

VARIABILI LAGRANGIANE

Modello fatto di corpi rigidi che si muovono e interagiscono tra loro
 Caratteristica geometrica

La posizione di tutti i punti materiali è (descrivibile univocamente) da
 un insieme di variabili



y_k sono definiti in

maniera univoca da un insieme
 di variabili (VARIABILI LAGRANGIANE)

$$\bar{x} \in \mathbb{R}^{m_H}$$

$$\bar{y}_K(t) = Y_K(\bar{x}(t)) \quad \forall K \in 1, \dots, m_P \quad (m_P \in \mathbb{N})$$

WWW.INGONLINE.BIZ

→ QUESTO SIGNIFICA CHE C'È UN LEGAME BIUNIVOCO

Legame biunivoco (Matematicamente almeno localmente invertibile)

$$\bar{Y}(\bar{x}) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{m_P} \end{bmatrix}(\bar{x})$$

$$\bar{Y}: \mathbb{R}^{m_H} \rightarrow \mathbb{R}^{(m_P)}$$

Funzione che descrive
 geometricamente
 l'intero sistema

$$\bar{x}_0 < \begin{bmatrix} d\bar{x}_A \\ d\bar{x}_B \end{bmatrix}$$

se $[d\bar{x}_A \neq d\bar{x}_B]$

$$\Rightarrow \bar{Y}(\bar{x}_0 + d\bar{x}_A) \neq \bar{Y}(\bar{x}_0 + d\bar{x}_B)$$

Se la funzione $\bar{Y}$ è regolare

$$\bar{f}: \mathbb{R}^a \rightarrow \mathbb{R}^b$$

J MATRICE GIACOBIANA

$$J[\bar{f}(\bar{x})]_{(\bar{x})} = \frac{\partial \bar{f}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = \left[\frac{\partial \bar{f}(\bar{x})}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \bar{f}(\bar{x})}{\partial x_m} \right]$$

$$F \in \mathbb{R}^{b \times a}$$

NOSTRA NOTAZIONE

$$\bar{Y}(\bar{x}_0 + d\bar{x}) \approx \bar{Y}(\bar{x}_0) + \sum_{k=1}^{m_H} \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial x_k} \bigg|_{\bar{x}_0} d\bar{x}_k = \left[\bar{Y}(\bar{x}_0) + \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \bigg|_{\bar{x}_0} d\bar{x} \right]$$

$$\dot{\bar{y}}(t) = \left. \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right|_{\bar{x}(t)} \bar{\eta}(t)$$

LEGAME velocità - velocità general
è LINEARE

3

$$\ddot{\bar{y}}(t) = \frac{d\dot{\bar{y}}(t)}{dt} = \left\{ \frac{d}{dt} \left[\left. \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right|_{\bar{x}(t)} \right] \bar{\eta}(t) \right\} + \left. \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right|_{\bar{x}(t)} \ddot{\bar{\eta}}(t)$$

↑
termine proporzionale a $\bar{\eta}(t)$ non a $\ddot{\bar{\eta}}(t)$

$$m_K \ddot{y}_K(t) = F_K(t)$$

28/09/2005

WWW.INGONLINE.BIZ

Dal punto di vista energetico, dispositivo E.H.H. da m_p punti

le cui coordinate sono $\{ \bar{y}_K(t) \} \in \mathbb{R}^{3m_p}$

la loro posiz. rapp. da coordinate generalizzate, variabili lagrangiane in modo biunivoco $\{ \bar{x} \in \mathbb{R}^{m_n} \}$

Perché ciò abbia senso $|m_n| \leq 3m_p$

$$\bar{y}(t) = \bar{Y}(\bar{x}(t))$$

$\bar{y}(t)$ dove si trovano tutti i punti dell'istante t biunivocamente rapp. da valori $\bar{x}(t)$

$$\dot{\bar{y}}(t) = \frac{d\bar{Y}(\bar{x}(t))}{dt} = \left. \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right|_{\bar{x}(t)} \bar{\eta}(t)$$

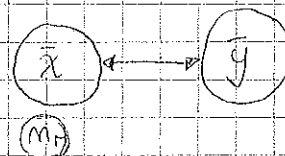
si esprime fatto che a partire da $\bar{x}(t)$ siamo in grado di sapere posiz. di tutti i punti

$\bar{x}(t)$ determinato in modo univoco / la posiz. geom. dei punti

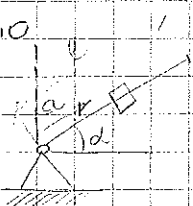
In teoria esistono infiniti $\bar{x}(t)$ che rapp. univocamente sist. Tutti quelli

per cui $\text{RANK} \left[\left. \frac{\partial \bar{Y}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right] = m_n$

Coordinate lagrangiane $\Rightarrow$ corrisp. biunivoca



esempio

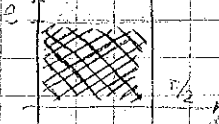


esempio biunivoco

tra $\{x\}$ e punti piano a 3 dimensioni

se α è l'angolo $\frac{\pi}{2}$ e α varia lungo l ha un dominio

rettangolare



COORDINATE GENERAL: mi permettono di determinare la posizione di V punto del

sistema coordinato biunivoca tra realtà fisica e quello spazio

Abbiamo di poter esprimere secondo membro in variabili lagrangiane x e per quindi ritrovare velocità $\dot{m}$

Se consideriamo $A = m$ $B = \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{x}}$

A, B

$A = A^T$

(elementi tutti reali positivi)

A definita positiva

$$|\bar{x}^T A \bar{x}| > 0$$

$$\forall \bar{x} \neq 0$$

vale sicuramente

$$\bar{x}^T m \bar{x} = \sum_k m_{p(k)} x_k^2$$

$$p(k) = \text{INT} \left(\frac{k-1}{3} \right) + 1$$

B

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial x^T}$$

ha rango pieno per colonne

$$|B\bar{x} \neq \bar{0}| \quad \forall \bar{x} \neq \bar{0}$$

$$B^T A B$$

$\exists \bar{x} : (B^T A B) \bar{x} = 0$? Rango $B^T A B$ è max ?

Se esiste anche

$$|\bar{x}^T (B^T A B) \bar{x}| = 0 \Rightarrow (B\bar{x})^T A (B\bar{x}) = 0$$

WWW.INGONLINE.BIZ

se A definita positiva $\Rightarrow$

per ottenere il vettore nullo è necessario che il vettore per cui andiamo a moltiplicare

sia nullo $\Rightarrow B\bar{x} = \bar{0}$

ma $|B\bar{x} = \bar{0}|$ solo se $|\bar{x} = \bar{0}| \Rightarrow |\bar{x} = \bar{0}|$

Quindi dal momento che :

l'unico vettore che fa 0 è il vettore nullo $\Rightarrow$

$B^T A B$ ha rango PIENO

$$\frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} m \frac{\partial \bar{y}}{\partial x^T} m$$

$$= \frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} \bar{F}_E - \frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} \bar{F}_H - \frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} \bar{F}_A - \frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} \bar{F}_c$$

MATRICE DI INERZIA GENERALIZZATA

$$\frac{\partial \bar{y}^T}{\partial x} m \frac{\partial \bar{y}}{\partial x^T} = (J(\bar{x}))$$

Per l'energia cinetica

5

$$E_c(t) = \sum_K^{m_p} \frac{1}{2} m_K \|\dot{\bar{y}}_K\|^2 = \sum_{K=1}^{m_p} \frac{1}{2} \dot{\bar{y}}_K^T m_K U_3 \dot{\bar{y}}_K =$$

$$= \frac{1}{2} \dot{\bar{y}}^T m \dot{\bar{y}} = \left(\frac{1}{2} \eta^T \left(\frac{\partial \bar{y}^T}{\partial \bar{x}} m \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}^T} \right) \eta \right) = \left(\frac{1}{2} \eta_{(t)}^T J(\bar{x}(t)) \eta_{(t)} \right)$$

Abbiamo considerato un sistema da un numero di punti ora dobbiamo considerare corpi continui. Equazioni dinamiche in numero continuo sono pari ai gradi di libertà

$$J(\bar{x}) = \frac{\partial \bar{y}^T}{\partial \bar{x}} m \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{x}^T}$$

$$J(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{y}_1^T}{\partial \bar{x}} & \dots & \frac{\partial \bar{y}_{m_p}^T}{\partial \bar{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 U_3 \\ \vdots \\ m_{m_p} U_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{y}_1}{\partial \bar{x}^T} \\ \vdots \\ \frac{\partial \bar{y}_{m_p}}{\partial \bar{x}^T} \end{bmatrix}$$

$$= \left[\sum_{K=1}^{m_p} \frac{\partial \bar{y}_K^T}{\partial \bar{x}} m_K U_3 \frac{\partial \bar{y}_K}{\partial \bar{x}^T} \right] = \sum_{K=1}^{m_p} \frac{\partial \bar{y}_K^T}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \bar{y}_K}{\partial \bar{x}^T} m_K$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Dominio tridimensionale - Set di parametri che all'interno spazio

R^3 e rappresenta tutti i punti

Funzione $\tilde{y}(\bar{x}, \bar{s})$

funzione che ci dà le coordinate di un

punto qualunque nel volume del tempo (per quanto

riguardo $\bar{x}$ e con una certa indicizzazione $\bar{s}$)

Parametri $\bar{s}$ i quali spaziano all'interno di un dominio di R^3

es. punto $\bar{x}(a, b) = \begin{bmatrix} a \bar{c}_1 + b \bar{c}_2 + \bar{c}_0 \end{bmatrix}$ se lo voglio

curvatura es. punto b e faccio variare a

$$\bar{J}(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} = \bar{W}_E = \bar{W}_e - \bar{W}_h - \bar{W}_A - \bar{W}_c$$

$$\bar{W}_E = \frac{\partial \bar{Y}^T}{\partial \bar{x}} \bar{F}_0$$

$$\bar{J}(\bar{x}) = \frac{\partial \bar{Y}^T}{\partial \bar{x}} m \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \bar{x}^T}$$

intesa fatto da infiniti punti materiali mm m_p

$$\begin{aligned} m_p \rightarrow \infty \\ \boxed{\bar{Y}_K | \bar{x}} \rightarrow \bar{Y}(\bar{s}, \bar{x}) \quad \boxed{R^{3 \times m_N}} \rightarrow R^3 \end{aligned}$$

variabili
velocità di
dimensione 3 Parametri che
determinano volume occupati dal corpo

Una volta finito s

K non è + discreto ma continuo $K \rightarrow \bar{s}$ (è equivalente di K e s)

1/7

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\sum_{K=1}^{m_p} m_K \frac{\partial \bar{Y}_K^T}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \bar{Y}_K}{\partial \bar{x}^T}$$

$$\rightarrow \int_V \frac{\partial \bar{Y}^T(\bar{s}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \bar{Y}(\bar{s}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \rho(\bar{s}) dV(\bar{s})$$

$m'' \rightarrow 3$

dominio variabile

s che è p.e.

volume del nostro corpo

proprietà puntuali del nostro sistema

come punti e masse erano insieme

$$\boxed{\bar{W}_G} = \sum_{K=1}^{m_p} \frac{\partial \bar{Y}_K^T}{\partial \bar{x}} \bar{F}_{GK}$$

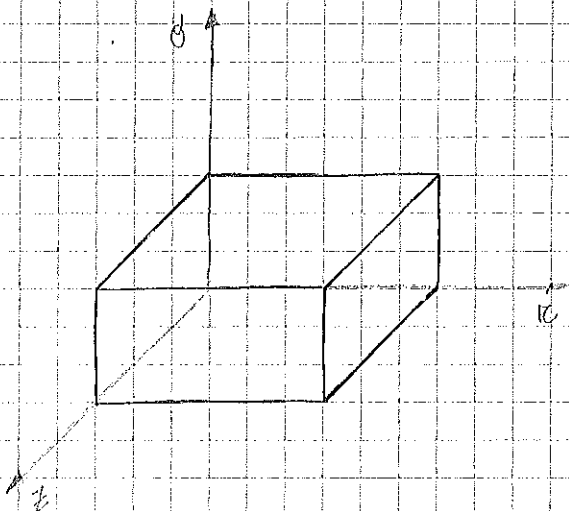
$m_N \times 3$

O abbiamo a che fare con forze di tipo concentrate $\rightarrow$ forze applicate

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \theta \\ \varphi \\ z \end{bmatrix} \in \Gamma$$

$$\Gamma: \begin{cases} \theta \in [0, R] \\ \varphi \in [0, 2\pi) \\ z \in [0, \ell] \end{cases}$$

parallelepipedo nel sistema di riferimento con assi θ , φ e z



NOTAZIONE

$\varphi \rightarrow$ coseno

$s \rightarrow$ seno

$$\underline{\tilde{Y}}(\underline{\tilde{s}}, \underline{\tilde{x}}) = \begin{bmatrix} \frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} \\ \frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} \\ z + x_2 \end{bmatrix}$$

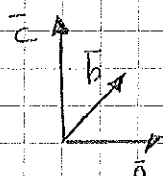
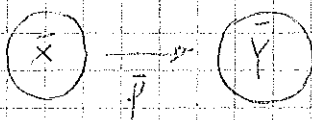
WWW.INGONLINE.BIZ

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial \tilde{x}_1} \\ \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial \tilde{x}_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & 0 \\ \frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{Y}_1}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \tilde{Y}_1}{\partial \tilde{x}_2} \\ \frac{\partial \tilde{Y}_2}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \tilde{Y}_2}{\partial \tilde{x}_2} \\ \frac{\partial \tilde{Y}_3}{\partial \tilde{x}_1} & \frac{\partial \tilde{Y}_3}{\partial \tilde{x}_2} \end{bmatrix}$$

Esmpo 2 OK!

$$\underline{J}(\underline{x}) = \int \begin{bmatrix} -\frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & \frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & 0 \\ \frac{\rho c(\theta + x_1)}{\rho s(\theta + x_1)} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rho^* dV(s)$$

* come espriamo $dV(s)$



$$|\underline{\bar{a}} \wedge \underline{\bar{b}} \cdot \underline{\bar{c}}| = |\det[\underline{\bar{a}} \underline{\bar{b}} \underline{\bar{c}}]|$$

valore assoluto del determinante $\underline{\bar{a}} \underline{\bar{b}} \underline{\bar{c}}$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} m R^2 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} m R^2 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad 8$$

diagonale 2 movimenti di X completamente slegate

quella sopra è proprio il momento di inerzia $\frac{1}{2} m R^2$

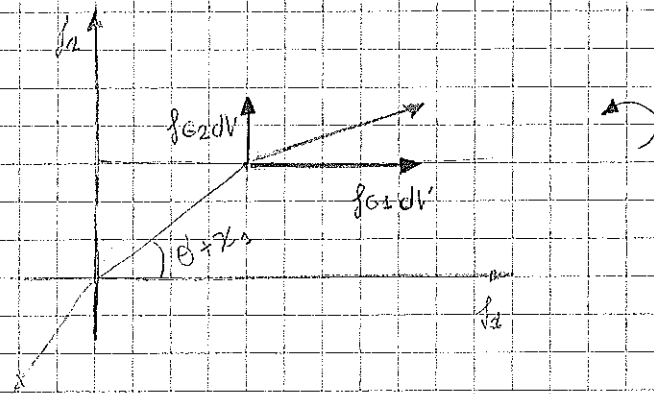
Per il WRENCH

$$\int \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \bar{x}} \bar{f}_0 dV(\bar{s}) =$$

$$\int \bar{f} \begin{bmatrix} -R \sin(\theta + x_1) \bar{f}_{01} + R \cos(\theta + x_1) \bar{f}_{02} \\ \bar{f}_{03} \end{bmatrix} dV(\bar{s})$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Il termine $-R \sin(\theta + x_1) \bar{f}_{01} + R \cos(\theta + x_1) \bar{f}_{02}$ rappresenta il momento delle forze risultante infatti:



$$\bar{W}_c$$

$$\ddot{\bar{Y}}_{(x)} = \left(\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \dot{\bar{x}}^T} \right) \bar{\eta} + \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \bar{x}^T} \ddot{\bar{\eta}} \right)$$

$$\bar{W}_c = \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \dot{\bar{x}}^T} m \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \dot{\bar{x}}^T} \right) \bar{\eta}$$

$$\left(\frac{d}{dt} \left(\bar{F}(\bar{x}(t)) \right) \right) \bar{p} = \left(\sum_k \frac{\partial F(\bar{x})}{\partial \dot{x}_k} \bar{\eta}(t) \frac{d\dot{x}_k}{dt} \right) \bar{p} =$$

derivata di funzione di funzione

[Per in realtà il risultato ottenuto può essere generalizzato anche al caso $m > 1$ (non uno xcolo) in alcuni casi.]

13/10/2005

IPOTESI

Analisi che dovrebbe portare a dei modelli ragionevolmente semplici (non si può tener conto di ciò che succede in $\forall$ singolo punto con analisi attraverso approccio empirico)

Modelli un giusto compromesso tra avere possibilità reale di essere esecuti e un modello troppo complicato (tra decripto e utilizzabile)

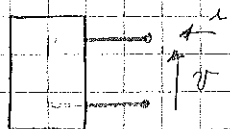
A partire dai esempi andremo a studiare dispositivo con un

MODELLO CIRCUITALE

Non è detto che sia applicabile

Dispositivo deve avere delle date elettrostatiche

Modelli con bipoli o multipoli in particolare in forma minimale con un BIPOLO



WWW.INGONLINE.BIZ

Da un punto di vista elettromagnetico dovremmo poter parlare di correnti e tensione V . Dobbiamo a dare essere sufficiente della corrente

Correnti e tensioni all'interno $x(t)$ devo poter parlare in maniera univoca di questa tensione

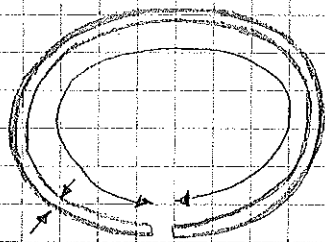
Facciamo ipotesi preponderanti considereremo tre tipi di interazioni

elettrostatiche Dobbiamo P.E.M. ovvero:

- portati elettrostatici 1-
- portati magnetici 2-
- sotto forma di onde o nel vuoto, indotti 3-

Come se i due terminali non stessero dentro la macchina ma fuori
(come recettore e' alla momentanea)
)

Ragionamento vale su linee dimensioni nulle $\rightarrow$ struttura degli avvolgimenti e [filiforme] (sufficientemente piccolo in diametro rispetto alla lunghezza del conduttore) [Poniamo trasversale] quello che avviene nella sezione rispetto allo sviluppo longitudinale

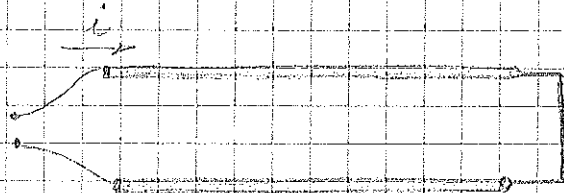


Approccio analogo usato con scatola quando dimensione trasv non e' trasv

Per la corrente

Corrente che entra nel bipolo e' uguale alla corrente che esce dal bipolo. Corrente in tutti i punti non e' detto che sia la stessa in qualsiasi

WWW.INGONLINE.BIZ



Linea molto lunga in c.a. a sono effetti capacitivi, oppure in c.c.

Dimensioni fisiche e frequenze in gioco

X poter dire che il circuito in 1 punto dovrebbe ipotizzare che corrente di spostamento nulla (non ha effetti capacitivi)

2 - MATERIALI FERROMAGNETICI

1.1

Not. ferromagnetici caratterizzati dal fenomeno isteresi. Feno determin.

) da ragioni fisiche che si spiega nel ferro che a parità di

H potremo trovare valori diversi di campo B a seconda di quello che è successo prima dell'ist. che stiamo considerando dal punto di vista elettromagnetico.

Non univocità della espressione costitutiva del materiale

$$\vec{B} = \vec{f}(\vec{H})$$

legge valida in termini istantanei

$$\vec{B}(t) = \vec{f}(\vec{H}(t))$$

Equazione costitutiva, valida in
il punto.

Risposta del materiale alla sollecitazione deve per avere un certo tempo. Il nostro modello è dinamico (non dipende rusp. solo dall'ingresso ma anche da ciò che è accaduto prima) non algebrico.

Supporremo che materiali ferromagnetici abbiano eguale $\vec{B}$ $\vec{H}$ univoco

Corrente magnetica invariante nel tempo

WWW.INGONLINE.BIZ

3 - ISOLANTI

Nessuna ipotesi. Buoni isolanti elettrici (ovvi, veri)

PARA o DIAHAGNETICI

Dal punto di vista meccanico deve essere possibile analizzarlo con un numero finito di gradi di libertà a cui sono associate variabili

Espressione

corrente sono misurabili direttamente (anche ψ con sensori a effetto Hall)

oppure eledore ψ e indotta integrare e ottenere il flusso una volta noto il flusso allo stato iniziale ma il flusso deve variare nel tempo)

Considerare le correnti per comodità ma i 2 effetti ψ e x sarebbero contemporanei (più vicino alla visione nostra di corrente come causa e flusso come effetto)

$$\begin{bmatrix} F \\ I \end{bmatrix} : \mathbb{R}^{m \times m} \rightarrow \mathbb{R}^m \quad \bar{x}(t) = F \bar{x}(\bar{\psi}(t), x(t)) \quad \forall t$$

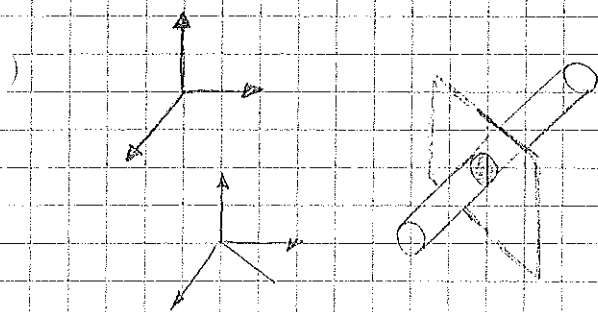
Approccio come ψ come variabile di stato poi in fondo è semplice, non è applicabile però in tutti i casi

Se la funzione non è invertibile $\Rightarrow$ non è applicabile

Utilizzabile a livello di simulazione

17/10/2005

Se fatto che non ci sono accumuli stazionari di coriche permette di parlare con unità della corrente (ipotometro coriche nello spazio)



$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} d\bar{x} \\ dt \end{bmatrix}$$

diversamente
la sup. a cui
siamo facendo
inferimento

WWW.INGONLINE.BIZ

Se diamo x sappiamo che questo è l'unico sist. ref. dk!
ma se conosciamo altri sist. ref. che si muovono rispetto al I

Sist. ref. in movimento e definire corrente unico non sarebbe conciliabile in modo assoluto. Se non c'è e' obbed. coriche x_0 e e' dist. coriche segue opposto che ho densità di corica



quella del reticolo

δ^+

quella degli e^- di valenza

δ^-

13

$\vec{v}^+(t)$

velocità del reticolo atomico
rapp. al rife. base

$\vec{v}_R^-(t)$

velocità degli e^- di valenza
rispetto al reticolo atomico

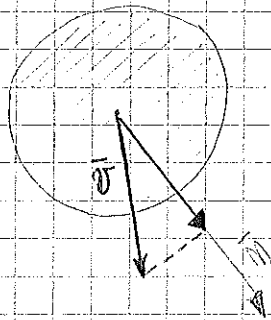
VELOCITÀ ASSOLUTA



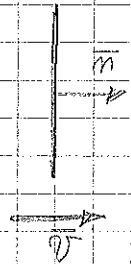
$$\vec{v}^-(t) = \vec{v}^+(t) + \vec{v}_R^-(t)$$

$$dq^+ = dS \left(|\vec{v}^+| dt \right) \delta^+$$

superficie ferma rispetto al sistema di riferimento



$$\vec{v} \cdot \vec{n}$$



$$dq^+ = \vec{v}^+ \cdot \vec{n} dt dS \delta^+$$

$$dq^- = \vec{v}^- \cdot \vec{n} dS \delta^- dt$$

$$d\lambda^+(t) = \frac{dq^+}{dt} = \left[\delta^+ \vec{v}^+ \cdot \vec{n} dS \right]$$

$$d\lambda^-(t) = \frac{dq^-}{dt} = \left[\delta^- \vec{v}^- \cdot \vec{n} dS \right]$$

WWW.INGONLINE.BIZ

la corrente risultante è la somma delle 2

$$\begin{aligned} d\lambda(t) &= [d\lambda^+(t) + d\lambda^-(t)] = \delta [\vec{v}^+ \cdot \vec{n} - \vec{v}^- \cdot \vec{n}] dS = \\ &= \left[\delta (\vec{v}^+(t) - \vec{v}^-(t)) \cdot \vec{n} dS \right] = -\delta \vec{v}_R(t) \cdot \vec{n} dS \end{aligned}$$

Corrente di valenza solida $\vec{v}_R$ e e^- $\vec{v}_R$ e non dipende dal rife.

$$\{\bar{x} \quad \bar{u}\}$$

definiscono un modo univoco e mappa di tempo

$$\bar{B}(\bar{x}, t)$$

$$\rightarrow \bar{\Psi}(t)$$

$$\exists \bar{\Psi}: \mathbb{R}^{m \times m_H} \rightarrow \mathbb{R}^{N_C}$$

$$\bar{\Psi}(t) = \bar{\Psi}(\bar{x}(t), \bar{u}(t))$$

$$\forall \bar{x}(t), \bar{u}(t)$$

se invertibile

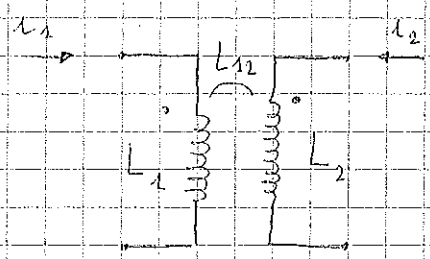
$$F_{\bar{x}}: \mathbb{R}^{m \times m_H} \rightarrow \mathbb{R}^{N_C}$$

$$\bar{x}(t) = F_{\bar{x}}(\bar{\Psi}(t), \bar{u}(t)), \quad V(\bar{\Psi}(t), \bar{u}(t))$$

$$\bar{\Psi} = \bar{\Psi}(F_{\bar{x}}(\bar{\Psi}, \bar{x}), \bar{x})$$

$$\bar{x} = F_{\bar{x}}(\bar{\Psi}(\bar{x}, \bar{x}), \bar{x})$$

CONSIDERAZIONE 2 INDUTTORI MUTUAMENTE ACCOPPIATI



WWW.INGONLINE.BIZ

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \\ L_{12} i_1 + L_{22} i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \bar{\Psi}(\bar{x})$$

$$\Psi = L i$$

$$i = L^{-1} \Psi$$

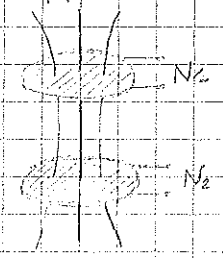
se L invertibile $\Rightarrow$

non dipende da $\bar{x}$ perché non dipende dal tempo

$$\text{Det } L = (L_{11} L_{22} - (L_{12})^2) \neq 0$$

se è accoppiamento

è perfetto $\Rightarrow$ non è invertibile



tutte le linee di forza in S_1 e S_2

Se $m \neq 1$
secolare

$${}^c L_I(u, x) = \frac{{}^c \Psi_I(u, x)}{x}$$

①

15

Se già prima il legame era lineare (se non avevo accopp
perfetti)

②

$${}^c \Psi_I(i, \bar{x}) = [Q \bar{x}] = L_I(\bar{x}, \bar{x}) \bar{x}$$

$$[Q - {}^c L_I(\bar{x}, \bar{x})] \bar{x} = 0 \quad \forall \bar{x}$$

Nell'esempio di prima

$${}^c \Psi_0(x) = 0$$

$${}^c \Psi_I(\bar{x}) = [L \bar{x}] = [{}^c L_I(\bar{x}) \bar{x}]$$

ci cerchiamo
mai

che l'analisi
effettiva di dispositivo

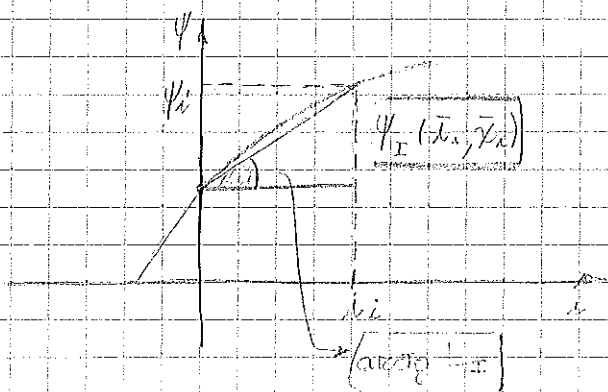
$${}^c L_I(\bar{x}) = \begin{bmatrix} L_{11} + K_{12} & L_{12} - K_{11} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix}$$

Non è definita universalmente (a meno che)

→ ci sia un solo accoppiamento

WWW.INGONLINE.BIZ

→ la matrice L non dipenda da i



$$② \Rightarrow F(\bar{x}) \left[\dots \frac{\partial \bar{p}(\bar{x})}{\partial x_k} \dots \right]$$

16

$$① \Rightarrow \left[\dots \frac{\partial F(\bar{x})}{\partial x_k} \dots \right] = \frac{\partial F(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

$$A = [A_1 \dots A_m]$$

$$B = [A_1 b_1 \dots A_m b_m]$$

$$= [A_1 \dots A_m] \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

In generale se $b_1, \dots, b_m$ sono diversi. Nel nostro caso tutti uguali a b

$$\Rightarrow F(\bar{x}) \left[\dots \frac{\partial \bar{p}(\bar{x})}{\partial x_k} \dots \right] + \left[\dots \frac{\partial F(\bar{x})}{\partial x_k} \dots \right] \begin{bmatrix} \bar{p}(\bar{x}) \\ \vdots \\ \bar{p}(\bar{x}) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{F(\bar{x}) \frac{\partial \bar{p}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T}} + \boxed{\frac{\partial F(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{p}(\bar{x})]}$$

$$* = \boxed{L_I(\bar{x}, \bar{x})} \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}^T} \right) + \boxed{\frac{\partial L_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T}} \underline{D[\bar{x}]}$$

(U)

(MATRICE IDENTICA)

es. 1° riga

$\frac{\partial x_1}{\partial x_1}$

$$\frac{\partial x_1}{\partial x_2} = 0 \dots$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$L_I(\bar{x}, \bar{x}) = \boxed{L_A(\bar{x}, \bar{x})} + \boxed{L_C(\bar{x}, \bar{x})}$$

$$\boxed{L_C(\bar{x}, \bar{x})} = \boxed{- \frac{\partial L_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{x}]}$$

$$= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left[\frac{\partial L_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \bar{x} \right] = \frac{\partial L_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial L_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \cdot \mathbf{I}^N$$

matrice nulla
 $\times \mathbb{R}^N$ e 2 variabili $(\bar{x}, \bar{x})$ sono
indipendenti

Questa è definita in modo univoco anche se L_I non è definita
in modo univoco e prodotto per $(D[\bar{x}])$ è definita univocamente.
È la differenza di due quantità definite in modo univoco.

$$\bar{V}(t) \in \mathbb{R}^{NE}$$

Queste tensioni da cosa dipendono

Fenomeno elettromagnetico espresso dalla Legge Faraday e Legge di Ohm

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_R(t) + \bar{V}_E(t)$$

$$\bar{V}_R(t) = \bar{V}_{R0}(t) + \bar{V}_{RI}(t)$$

$$\bar{V}_{RI}(t) = \mathbf{R}(\bar{x}(t), \bar{x}(t)) \bar{x}$$

24/10/2005

$$\bar{V}(t) = \begin{bmatrix} \bar{V}_R(t) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\bar{V}(t) \in \mathbb{R}^{NE}$$

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_R(t) + \bar{V}_E(t)$$

WWW.INGONLINE.BIZ

In prima battuta esclusi fenomeni elettrochimici termoelettrici ...

Dipenderanno dagli effetti elettromagnetici e resistivi

$$\bar{V}_R(t) = \bar{V}_{R0}(t) + \bar{V}_{RI}(t)$$

in presenza correnti

in assenza di correnti, quasi sempre carica nulla

$$P_R(t) = \sum_{k=1}^{m=1} \bar{v}_{Rk}(t) \lambda_k(t) = \bar{\lambda}^T(t) \bar{v}_R(t) = \bar{\lambda}^T(t) R(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t)) \bar{\lambda}(t)$$

se $R(\bar{\lambda}, \bar{x})$ è simmetrica $\Rightarrow$

poniamo dire che è definita positiva

fenomeno NON È REVERSIBILE

$$\bar{v}_E(t) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \psi_k(t) \\ \vdots \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dt} \bar{\psi}(t) \right) = \frac{d}{dt} \psi(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t)) =$$

$$= \underbrace{\frac{\partial^c \bar{\psi}(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}^T} \bigg|_{(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t))}}_{\text{}} \frac{d\bar{\lambda}(t)}{dt} + \underbrace{\frac{\partial^c \bar{\psi}(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \bigg|_{(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t))}}_{\text{}} \frac{d\bar{x}(t)}{dt}$$

$$= \bar{v}_{EL}(t) + \bar{v}_{EH}(t) \quad \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$$

TENSIONE ELETROMAGNETICA DI ORIGINE INDUTTIVA

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{v}_{EL}(t) = \left[\frac{d}{dt} \bar{L}_D(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t)) \right]$$

tens. elettromagnetica di origine induttiva

$$\bar{v}_{EH}(t) = \left[\frac{d}{dt} \bar{M}(\bar{\lambda}(t), \bar{x}(t)) \right]$$

tens. elettromagnetica di origine mozionale

TENSIONE ELETROMAGNETICA DI ORIGINE MOZIONALE

ATTENZIONE! Queste espressioni non fanno riferimento (come potrebbe sembrare) a

Movimento relativo esclusivo o sempre

Corrente anemantica (chiusa per il punto nello spazio) $\rightarrow$ movimento conduttore

Per il campo $\rightarrow$ quando il porta velocità del campo in alcuni casi ha senso in altri no

Campo nel complesso visto come un'onda $\rightarrow$ nel caso del campo costante, ma è un caso molto particolare

Es. se B è costante se lo muovo non sono in grado di capire oppure se m'attorno a esso e non posso sapere cosa è la velocità sempre

Di B non sono in grado di definire la velocità. In generale la

$$\frac{d}{dt} \bar{x}''(t) = \frac{d}{dt} \bar{f}(\bar{x}'(t)) = \left. \frac{\partial \bar{f}(\bar{x}')}{\partial \bar{x}'^T} \right|_{(\bar{x}'(t))} \frac{d\bar{x}'}{dt}$$

$$\bar{m}_L''(t) = \frac{\left. \frac{\partial \bar{f}(\bar{x}')}{\partial \bar{x}'^T} \right|_{(\bar{x}'(t))}}{\left. \frac{\partial \bar{f}(\bar{x}')}{\partial \bar{x}'^T} \right|_{(\bar{x}'(t))}} \bar{m}'(t)$$

$$\boxed{\bar{v}_{EH}(t)} = {}^c H(\bar{x}(t), \bar{x}'(t)) \quad \bar{m}''(t) = \left[{}^c H''(\bar{x}(t), \bar{f}(\bar{x}'(t))) \left. \frac{\partial \bar{f}(\bar{x}')}{\partial \bar{x}'^T} \right|_{(\bar{x}'(t))} \right]$$

$$\cdot \left[\left. \frac{\partial \bar{f}(\bar{x}')}{\partial \bar{x}'^T} \right|_{(\bar{x}'(t))} \right]^{-1} \bar{m}_L''(t) =$$

$$= {}^c H''(\bar{x}(t), \underbrace{\bar{f}(\bar{x}'(t))}_{\bar{x}''(t)}) \bar{m}_L''(t)$$

$$= \boxed{{}^c H''(\bar{x}, \bar{x}''(t))} \bar{m}_L''(t) = \boxed{\bar{v}_{EH}''(t)} = \boxed{\bar{v}_{EH}'(t)}$$

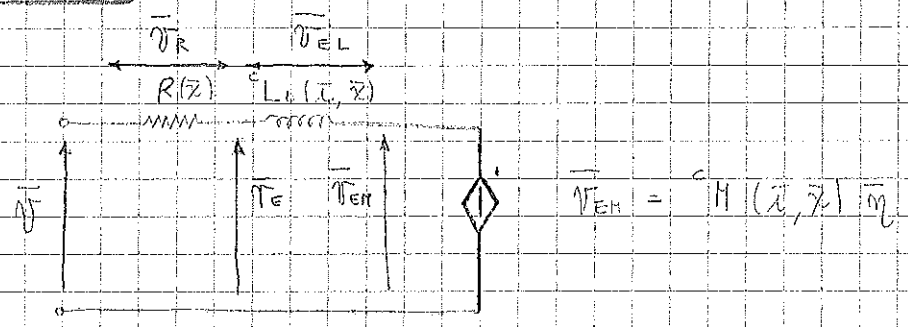
WWW.INGONLINE.BIZ

Se $\boxed{\bar{x}'}$ e $\boxed{\bar{x}''}$ sono entrambi veloci $\Rightarrow \left| \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}'^T} \right| \neq 0$

x questo è stato possibile invertire la matrice

La tensione elett. ind. e $\boxed{\text{moz}}$ sono indep. dell'energia

Schema equivalente



$$P_c(t) = \underbrace{\bar{M}^T \bar{V}_e(t)}_{\text{legato alle azioni elettromagnetiche}} \bar{M}(t)$$

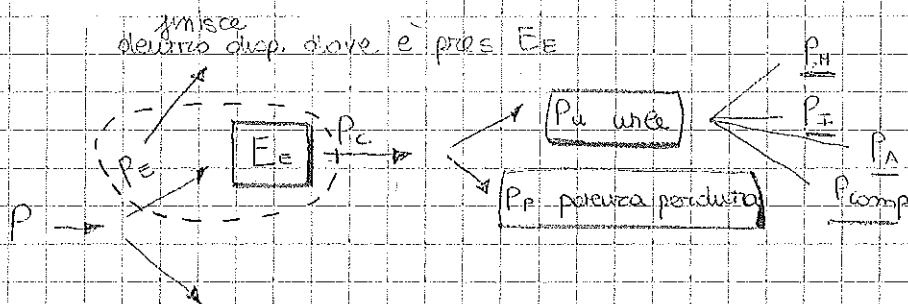
legato alle azioni elettromagnetiche

Sul Wrench poniamo due ha tutte le esosti di 1 funzione di stato
I eoe

$$\bar{W}_e(t) = {}^c \bar{W}_e(\bar{x}(t), \bar{x}(t))$$

$${}^c W_e \quad \begin{pmatrix} R^{N \times M} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} R^{M \times M} \end{pmatrix}$$

Diagramma di flusso



WWW.INGONLINE.BIZ

Poi quella che a interna è esprimare

Sistema considerato

$$P_e(t) = P_c(t) + \frac{d}{dt} E_e(t)$$

variazione energia interna

$$E_e = {}^c E_e(\bar{x}(t), \bar{x}(t))$$

$$\bar{x}(t), \bar{x}(t)$$

funzione di stato

$$P_e = \bar{x}^T(t) \bar{V}_e(t) = \bar{x}^T(t) \bar{V}_{eL}(t) + \bar{x}^T(t) \bar{V}_{eH}(t) =$$

Tutti i termini a destra

21

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\left[\frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} - \bar{x}^T L_D(\bar{x}, \bar{x}) \right]}_{\substack{\text{①} \\ N_e(\mu_{ga})}} \frac{d\bar{x}}{dt} + \\
 & + \underbrace{\left[W_e^T(\bar{x}, \bar{x}) + \frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} - \bar{x}^T M(\bar{x}, \bar{x}) \right]}_{\substack{\text{②} \\ M_H(\mu_{ga})}} \frac{d\bar{x}}{dt} = 0
 \end{aligned}$$

$$F(\bar{z}) \frac{d\bar{z}}{dt} = 0$$

Deve essere nullo $\forall \frac{d\bar{z}}{dt} \Rightarrow$

$F(\bar{z})$ deve essere nullo $\Rightarrow$ le 2 parentesi sopra 1 2 devono essere entrambe nulle

26-10-2005

WWW.INGONLINE.BIZ

$$P_E(t) = \left[\frac{d}{dt} E_e(t) + P_c(t) \right] = P_e \rightarrow E_e \rightarrow P_c$$

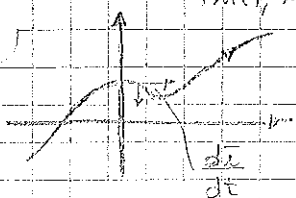
= anche a $\bar{x}^T(t) \bar{U}_{EL}(t) + \bar{x}^T(t) \bar{U}_{EH}(t)$

$$\bar{x}^T(t) L_D(\bar{x}(t), \bar{x}(t)) \frac{d\bar{x}(t)}{dt} + \bar{x}^T(t) M(\bar{x}(t), \bar{x}(t)) \bar{m}(t) = \frac{d}{dt} E_e(t) + P_c(t)$$

$$\left[\frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \frac{d\bar{x}}{dt} + \frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \frac{d\bar{x}}{dt} + W_e^T(\bar{x}(t), \bar{x}(t)) \bar{m}(t) \right]$$

Non dipende dal tempo in modo esplicito ma interviene $\times$ dove quando vogliamo le variabili di stato $\Rightarrow$ mette le variabili di stato e calcola su 1 tratto

$$\begin{aligned}
 & \left[\bar{x}^T L_D(\bar{x}, \bar{x}) - \frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right] \frac{d\bar{x}}{dt} + \left[\bar{x}^T M(\bar{x}, \bar{x}) - \frac{\partial^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right] \bar{m} = 0 \\
 & \left[W_e^T(\bar{x}, \bar{x}) \right] \frac{d\bar{x}}{dt} = 0
 \end{aligned}$$

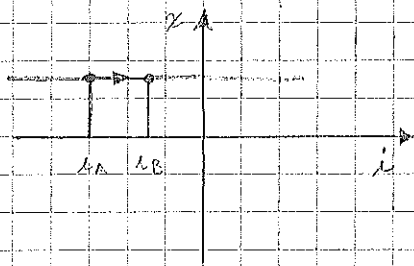


$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} \frac{\partial {}^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} d\bar{x} = {}^c E_e(\bar{x}_B, \bar{x}) - {}^c E_e(\bar{x}_A, \bar{x}) =$$

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} \bar{x}^T {}^c L_0(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

Abbiamo ottenuto una VARIAZIONE DI ENERGIA

per 2 stati che differenziano $\times$ corrente e sono uguali nelle $[x]$



WWW.INGONLINE.BIZ

Se fissa un valore e per forze variabile l'altro su tutti i possibili valori ottengo variaz. energia rispetto ad un punto

Energia quantità che esprime sempre con manifestazioni legate alla sua variazione, la sua entità assoluta non ha manifestazione visibile $\Rightarrow$ giusto che ci sia venuta una variazione

Fenomeni che sono in grado di osservare sono quelli dovuti a

1. VARIAZIONE DI ENERGIA

Interessante trovare punto che ci permetta di spostarsi non solo orizzontalmente ma anche verticalmente (sulle x) - lo vedremo

$$\left(\frac{\partial {}^c E_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} - \bar{x}^T \frac{\partial {}^c \Psi(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right) = 0$$

perché

$$\frac{\partial}{\partial x^T} \left(\bar{f}(x) \cdot \bar{g}(x) \right) = \bar{f}(x) \frac{\partial \bar{g}(x)}{\partial x^T} + \bar{g}(x) \frac{\partial \bar{f}(x)}{\partial x^T}$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left(\bar{x}^T {}^c \Psi(\bar{x}, \bar{x}) \right) = \bar{x}^T \frac{\partial {}^c \Psi(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + {}^c \Psi(\bar{x}, \bar{x}) \frac{\partial \bar{x}^T}{\partial \bar{x}^T}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{\bar{\lambda}_A}^{\bar{\lambda}_B} \frac{\partial {}^c C_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}^T} d\bar{\lambda} = \left[{}^c C_E(\bar{\lambda}_B, \bar{x}) \right] - \left[{}^c C_E(\bar{\lambda}_A, \bar{x}) \right] = \\
 & = \int_{\bar{\lambda}_A}^{\bar{\lambda}_B} {}^c \bar{\Psi}^T(\bar{\lambda}, \bar{x}) d\bar{\lambda} = \int_{\bar{\lambda}_A}^{\bar{\lambda}_B} \left({}^c \Psi_0(\bar{x}) + {}^c L_I(\bar{\lambda}, \bar{x} | \bar{\lambda}) \right)^T d\bar{\lambda} \\
 & = \left[{}^c \Psi_0^T(\bar{x}) (\bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_A) \right] + \left[\int_{\bar{\lambda}_A}^{\bar{\lambda}_B} \bar{\lambda}^T {}^c L_I(\bar{\lambda}, \bar{x}) d\bar{\lambda} \right] \quad \text{costo lineare}
 \end{aligned}$$

Anche la coenergia ha manifestazione solo in termini di variabili, non in termini assoluti come l'energia.

Noi poi dovremo scegliere punto in cui dare il valore zero sia a x e l'energia che coenergia.

SECONDO VINCOLO

$${}^c W_E^T(\bar{\lambda}, \bar{x}) = \bar{\lambda}^T {}^c H(\bar{\lambda}, \bar{x}) - \frac{\partial {}^c E_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} =$$

$$\left[\bar{\lambda}^T \frac{\partial {}^c \Psi(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} - \frac{\partial {}^c E_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right] = \text{WWW.INGONLINE.BIZ}$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left[\bar{\lambda}^T {}^c \bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}) \right] - \frac{\partial {}^c E_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = {}^c \bar{\Psi}^T(\bar{\lambda}, \bar{x}) \left(\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}^T} \right)$$

$\bar{\lambda}$ e $\bar{x}$ sono indipendenti
 $\Rightarrow$ ZERO
 matrice nulla

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left[\bar{\lambda}^T {}^c \bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}) - {}^c E_E(\bar{\lambda}, \bar{x}) \right] = {}^c W_E^T(\bar{\lambda}, \bar{x})$$

COENERGIA

La funzione coenergia non solo è (potenziale scalare) per Ψ_0 ma anche per W se si fa prodotto rispetto alle x .

$${}^c \bar{W}_{EI}(\bar{x}, \bar{x}) = {}^c K_I(\bar{x}, \bar{x}) \bar{x}$$

$$[{}^c K_I] = R^{m_E \times m_H} \rightarrow R^{m_H \times m_E}$$

${}^c K_I \rightarrow$ matrice dei coefficienti di Wrench incrementali

${}^c K_I$ MATRICE DEI COEFFICIENTI DEI WRENCH INCREMENTALI

$[K_I]$ non è univocamente definita

m_E componenti e matrice $[m_E \times m_H]$ componenti la meno del zero ed è esp. sia qua lineare di per se

Introduciamo le derivate del Wrench nelle variabili di stato

$$[{}^c K_D(\bar{x}, \bar{x})] = \frac{\partial {}^c W_{EI}(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

riga per riga, dove Wrench diviso $[A] =$ per tutte le righe possono cambiare da riga a riga

Ampere

MATRICE DEI COEFFICIENTI DEL WRENCH DIFFERENZIALI
definito in modo univoco

${}^c K_D$ MATRICE DEI COEFFICIENTI DEL WRENCH DIFFERENZIALI

WWW.INGONLINE.BIZ

$$= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left[{}^c W_{E0}(\bar{x}) + {}^c K_I(\bar{x}, \bar{x}) \bar{x} \right] = \frac{\partial {}^c W_{EI}(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

$$({}^c K_I(\bar{x}, \bar{x}) \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}^T}) + \frac{\partial K_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{x}] =$$

$$({}^c K_I(\bar{x}, \bar{x}) - {}^c K_C(\bar{x}, \bar{x}))$$

matrice dei coefficienti di Wrench complementari

$$[{}^c K_C(\bar{x}, \bar{x})] = \left(- \frac{\partial {}^c K_I(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{x}] \right)$$

${}^c K_C$ MATRICE DEI COEFFICIENTI DEI WRENCH COMPLEMENTARI

$$) \quad {}^c W_e(\bar{x}, \bar{x}) = \left(\frac{\partial {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} \right) = \left[{}^c \bar{W}_{e,0}(\bar{x}), {}^c [K_e(\bar{x}, \bar{x})] \bar{x} \right]$$

$$[K_e(\bar{x}, \bar{x})] = \left(\frac{\partial {}^c \bar{W}_{e,0}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right)$$

MATRICE DEI COEFFICIENTI DEI WRENCH DIFFERENZIALI

$$[S_D(\bar{x}, \bar{x})] = \left(\frac{\partial {}^c \bar{W}_{e,0}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right)$$

MATRICE DEI COEFFICIENTI DI RIGIDEZZA ELETTROMECCANICA

$$[K_D(\bar{x}, \bar{x})] = \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left(\frac{\partial {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} \right) = \left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{x}} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial x_h \partial x_k} \right) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$[S_D(\bar{x}, \bar{x})] = \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \left(\frac{\partial {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} \right) = \left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{x}} \right)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \vdots \\ \left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial x_h \partial x_k} \right) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^c S_D^T(\bar{x}, \bar{x}) \\ \text{Matrice} \\ \text{SIMMETRICA} \end{bmatrix}$$

se la funzione energia
è regolare $\Rightarrow$ simmetrica

$$) \quad {}^c \bar{\Psi}_e(\bar{x}) = \left(\frac{\partial {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}} \right)$$

$$\left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x} \partial \bar{x}^T} \right) = \left(\frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{x}} \right)^T = {}^c K_D(\bar{x}, \bar{x})$$

per le
ipotesi di
Diracdelta

Le 4 matrici differenziali, ottenute derivando funzioni di stato ψ W rispetto alle variabili di stato (posizioni generalizzate $\bar{x}$ e momenti $\bar{p}$)

sono esprimibili come derivate seconde della [energia]

Le derivate non miste sono simmetriche $[S_0(\bar{x}, \bar{x})]$, $[L_0(\bar{x}, \bar{x})]$,
le altre sono l'una la trasposta dell'altra $[K_0(\bar{x}, \bar{x})]$, $[H(\bar{x}, \bar{x})]$

Hermitiana matrice quadrata, ottenuta facendo le derivate seconde $[{}^c C_e]$

$${}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$H[{}^c C_e(\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{bmatrix})]$$

matrice divisa
in 4 sotto-matrici

$$= \frac{\partial^2 {}^c C_e(\bar{x}, \bar{x})}{\partial \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{bmatrix}^T \partial \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{bmatrix}}$$

↑
derivate dei
gradienti

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 {}^c C_e}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{x}} & \frac{\partial^2 {}^c C_e}{\partial \bar{x}^T \partial \bar{p}} \\ \frac{\partial^2 {}^c C_e}{\partial \bar{p}^T \partial \bar{x}} & \frac{\partial^2 {}^c C_e}{\partial \bar{p}^T \partial \bar{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [{}^c L_0(\bar{x}, \bar{x})] & [{}^c H(\bar{x}, \bar{x})] \\ [{}^c K_0(\bar{x}, \bar{x})] & [{}^c S_0(\bar{x}, \bar{x})] \end{bmatrix}$$

Se esprimiamo ${}^c C_e$ e ${}^c K_D$ simmetriche ricorriamo i legami di prima

$$H^T[{}^c C_e(\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{p} \end{bmatrix})] = \begin{bmatrix} [{}^c L_0^T(\bar{x}, \bar{x})] & [{}^c K_0^T(\bar{x}, \bar{x})] \\ [{}^c H^T(\bar{x}, \bar{x})] & [{}^c S_0(\bar{x}, \bar{x})] \end{bmatrix}$$

imponendo
l'uguaglianza
trovo i legami
di prima

legami fra $\bar{p}$ e $\bar{x}$ e della (polarità) delle funzioni

Interazioni elettromagnetiche sono nulle se B è nullo
 (in un'azione $B=0 \Rightarrow$ interazioni nulle $\forall$ nullo)
 quando $\lambda=0$

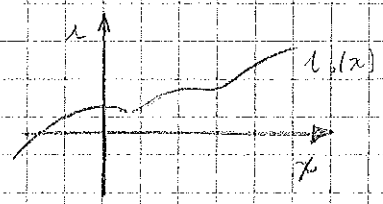
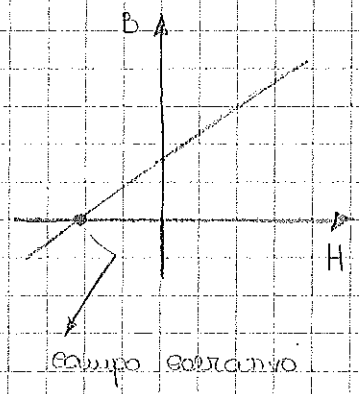
Supponiamo che λ sia fissato in modo tale che

$$1) \exists \lambda_0(\bar{x}) : B(\bar{y}, \lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) = 0 \quad \forall \bar{y}, \forall \bar{x}$$

posizione generica

⇓

$$\begin{aligned} {}^c W_E(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) &= 0 \quad \forall \bar{x} \\ {}^c \Psi(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) &= 0 \end{aligned}$$



$${}^c W_E(\bar{\lambda}, \bar{x}) = {}^c W_E(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) + \int_{\lambda_0(\bar{x})}^{\bar{\lambda}} {}^c H^T(\bar{\lambda}, \bar{x}) d\bar{\lambda}$$

$$\int_{\lambda_0(\bar{x})}^{\bar{\lambda}} {}^c H^T(\bar{\lambda}, \bar{x}) d\bar{\lambda}$$

non è un problema che dipenda da $\bar{x}$
 è un parametro

WWW.INGONLINE.BIZ

$\lambda_0(\bar{x})$ è la stessa variabile di stato rispetto ad altre per es.
 in termini di energia

$$\frac{d}{{d\bar{x}^T}} {}^c C_E(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x})$$

$$= \frac{\partial {}^c C_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}^T} \bigg|_{(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x})} \frac{\partial \lambda_0(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + {}^c W_E(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x})$$

$$\frac{\partial {}^c C_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \bigg|_{(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x})} = \Psi^T(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) \frac{\partial \lambda_0(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + {}^c W_E(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x})$$

1) Come posso ricavare $\lambda_0(\bar{x})$

$${}^c\psi(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) = {}^c\psi_0(\bar{x}) + {}^cL_T(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) \lambda_0(\bar{x}) = 0$$

se è lineare L_T non dipende da $\lambda_0(\bar{x})$

CASO LINEARE

$$[{}^cL_T(\bar{x})] \lambda_0(\bar{x}) = -{}^c\psi_0(\bar{x})$$

se $[{}^cL_T(\bar{x})] \neq 0$

$$\Rightarrow \lambda_0(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -1 \\ -L_T \end{bmatrix} {}^c\psi_0(\bar{x})$$

Il fatto che nona nulla ${}^c\psi(\lambda_0(\bar{x}), \bar{x}) = 0$ non assicura che

λ_0 sia nulla e B sia nulla

$\Rightarrow$ questa λ_0 è una candidata ma deve verificare che

B sia nulla mappa di indizione nulla

7/11/2005

WWW.INGONLINE.BIZ

Situazioni nelle quali riusciremo a priori guardando la

macchina e basta $\times$ correnza nulla

$$\left(\frac{\partial}{\partial \lambda} = 0 \right) \Rightarrow \left[{}^cE \in (0, \bar{x}) = \text{costante} \right]$$

Energia e Coenergia come grandezze microscopiche

E tot misera come mt. volum E volumetrico è costante

X ora energia e coenergia grandezze microscopiche. Dipendente

come entra elementi. Si può mt. prop. energia

come sono delle em. ecc. nel suo punti.

Integrali volumetriche di grandezze volumetriche.

$${}^c W_e^T(\bar{o}, \bar{x}) = 0$$

Se guardando la macchina mi occorre che energia e coenergia (non cambiano al variare della posizione) -

Asimmetria → campo si annulla e anche coenergia cost. ⇒ coppia nulla

Brushless → campo non si annulla x coenergia nulla ma energia

coenergia costante coppia nulla a coenergia nulla

Pomo-pomo → campo non si annulla x coenergia nulla e energia e coenergia non sono costanti a coenergia nulla

$${}^c W_e(\bar{x}, \bar{x}) = \int_{\bar{o}}^{\bar{x}} {}^c H^T(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

↑
poniamo
utilizzare
zero come estremo

Analogoamente

WWW.INGONLINE.BIZ

$${}^c C_e(\bar{x}, \bar{x}) = \int_{\bar{o}}^{\bar{x}} {}^c \bar{\psi}^T(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

SCELTA:

a coenergia nulla

coenergia nulla e quindi anche
energia nulla

$${}^c C_e(\bar{o}, \bar{x}) = {}^c E_e(\bar{o}, \bar{x}) = 0$$

$${}^c E_e(\bar{x}, \bar{x}) = \int_{\bar{o}}^{\bar{x}} \bar{x}^T L_o(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

$$\underbrace{\int (\bar{x}(t)) \frac{d\bar{\eta}(t)}{dt}}_{\text{Ingressi}} = \underbrace{\bar{W}_E(t)}_{\text{non è un}} - \underbrace{\bar{W}_H(t)}_{\text{mp in senso stretto}} - \underbrace{\bar{W}_C(t)}_{\text{dipende dalla}} - \underbrace{\bar{W}_A(t)}_{\text{dinamica}} \quad \text{anche lui}$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{x} \\ \bar{\eta} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} m_E \\ m_H \\ m_H \end{matrix}$$

$$\boxed{m_E + 2m_H} \quad \text{variabili di stato}$$

In teoria dei sistemi sistema $\boxed{m_E + 2m_H}$ ordine

$\boxed{W_H}$ potere utile e perdite (potrebbero essere funz. delle variabili del sistema) Anche emo a rapore potrebbe non essere un ingresso esterno. Se punto è un ingresso $\rightarrow$ quello che viene scambiato con l'ambiente esterno ($\underline{W_{utree}}$)

$\bar{V}(t) \rightarrow$ Ingresso. È il mondo esterno che impone a lui la tensione

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{w}_a \\ \vdots \end{bmatrix}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\bar{V}(t) = \boxed{R_{\lambda}(t)} + \boxed{{}^c L_{\lambda}(\bar{x}(t), \bar{x}(t)) \frac{d\bar{x}}{dt}} + \boxed{{}^c H_{\lambda}(t, \bar{x}(t)) \bar{\eta}(t)}$$

se $\det [{}^c L_{\lambda}(\bar{x}, \bar{x})] \neq 0, \quad \forall \bar{x}, \bar{x}$

$$\Rightarrow \frac{d\bar{x}}{dt} = {}^{-1} L_{\lambda}(\lambda(t), \bar{x}(t)) [\bar{V}(t) - R_{\lambda}(t) - {}^c H_{\lambda}(t, \bar{x}(t)) \bar{\eta}(t)]$$

CASO LINEARE $\rightarrow$ matrice L indipendente da $\bar{x}$

$$\Psi(\bar{x}, \bar{x}) = \Psi_0(\bar{x}) + L(\bar{x}) \bar{x}$$

$$L = L_0$$

poniamo di uguagliare
siamo noi che lo
imponiamo

$$L_c = 0$$

Cosa succede nel calcolo del Wreath

$$M(\bar{x}, \bar{x}) = M_0(\bar{x}) + M_1(\bar{x}, \bar{x})$$

$$M_0(\bar{x}) = \frac{\partial \Psi_0(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

$m_e \times m_H$

$$M_1(\bar{x}, \bar{x}) = \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{x}] + L(\bar{x}) \frac{\partial \bar{x}}{\partial \bar{x}^T}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

m_H

$$\bar{W}_E(\bar{x}, \bar{x}) = \int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} K_0(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x} = \int_{\bar{x}_0}^{\bar{x}} M^T(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

Poniamo $\bar{x}_0 = 0$
ipersuperficie in cui mappa di induzione è nulla $\lambda_0(k)$

Conviene mettere una elica λ_0 che pa ∇ ematematicamente e' altro cosa

$$= \int_{\bar{x}_0(\bar{x})}^{\bar{x}} \left(M_0^T(\bar{x}) + \left(\frac{\partial L(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} D[\bar{x}] \right)^T \right) d\bar{x} =$$

$$= \begin{bmatrix} M_0^T(\bar{x}) \bar{x} \\ \bar{x}_0(\bar{x}) \end{bmatrix} + \dots$$

matrice diagonale
 m_H blocchi

$$m_e \times m_H \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \vdots \\ \bar{x} \end{bmatrix}$$

$m_e \times m_H$

$$\bar{g}(\bar{x}) = \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \bar{\lambda}$$

$$\bar{g}(x) = \frac{\partial L(x)}{\partial x_k} \bar{\lambda}$$

$$\bar{h}(x) = \bar{\lambda}$$

$$\bar{x} = \underline{\lambda}$$

secondo termine

$$\bar{h}^T(\bar{x}) \frac{\partial \bar{g}(\bar{x})}{\partial \bar{x}} = \bar{\lambda}^T \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} \left[\frac{\partial L^T(x)}{\partial x_k} \bar{\lambda} \right] =$$

$$\frac{\partial F(\bar{x}) \bar{g}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = F(\bar{x}) \frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{x}^T} + \frac{\partial F(x)}{\partial \bar{x}^T} \Delta[\bar{x}]$$

$$= \bar{\lambda}^T \left[\frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{\lambda}^T} + \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \Delta[\bar{\lambda}] \right] = \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k}$$

quindi ogni altro
termine è
nulla

$$\frac{\partial g}{\partial \bar{x}^T} = \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} \left(2 \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \bar{\lambda} \right) = \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \bar{\lambda}$$

$$g'(\bar{x}) = \left[\frac{1}{2} \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \bar{\lambda} \right]$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\Rightarrow H_0^T(x) \left[\lambda - \lambda_0(x) \right] + \int_{\lambda_0(x)}^{\bar{\lambda}} \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^T} \left(\frac{1}{2} \bar{\lambda}^T \frac{\partial L(\bar{x})}{\partial x_k} \bar{\lambda} \right) d\bar{\lambda}$$

La dipendenza Wrench dalle errori è esprimibile in una forma di ordine 2. Dipende poi dalla situazione specifica.

Se $\lambda_0 = 0$ (termine costante sparisce)

Se non ho magneti permanenti: mappo indur. nulle, le auto e le mutue non dipendono dalla posizione e cambiano le mutue statorie relative che determinano il Wrench.

(Nel Brushless rimane ${}^c M_0^T(\bar{x})$)

Già da qui si vede che controllare anisotropo è più difficile che controllare un Brushless $\rightarrow$ risposta quadratica / e risposta lineare.

Pam - poma ha tutti e 3 i termini.

In generale macchine a doppia anisotropia hanno tutti e 3 i termini.

$${}^c C_e(\bar{x}, \bar{x}) = \int_{\bar{x}_0(x)}^{\bar{x}} {}^c \bar{\psi}^T(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x} = \int_{\bar{x}_0(x)}^{\bar{x}} {}^c \bar{\psi}_0^T(\bar{x}) + \bar{x}^T L(\bar{x}) d\bar{x}$$

$$= {}^c \bar{\psi}_0^T(\bar{x}) [\bar{x} - \bar{x}_0(\bar{x})] + \left[\frac{1}{2} \bar{x}^T L(\bar{x}) \bar{x} \right]_{\bar{x}_0(\bar{x})}^{\bar{x}}$$

$$= - \left[{}^c \bar{\psi}_0^T(\bar{x}) \bar{x}_0(\bar{x}) + \frac{1}{2} \bar{x}_0^T(\bar{x}) L(\bar{x}) \bar{x}_0(\bar{x}) \right] + {}^c \bar{\psi}_0^T(\bar{x}) \bar{x} + \frac{1}{2} \bar{x}^T L(\bar{x}) \bar{x}$$

$${}^c \bar{\psi}(\bar{x}_0(\bar{x}), \bar{x}) = 0 = {}^c \bar{\psi}_0(\bar{x}) + L(\bar{x}) \bar{x}_0(\bar{x}) \quad {}^c \bar{\psi}_0(\bar{x}) = -L(\bar{x}) \bar{x}_0(\bar{x})$$

Anche lo coenergia ha dipendenza polinomiale delle errori del secondo ordine.

Termini del secondo ordine quasi sempre, se non a zero magneti.

per a

$$\frac{1}{2} \bar{x}^T L(\bar{x}) \bar{x}$$

35

14/11/2005

Scegliamo come variabili di stato e' 1 possibile scelta

Scegliamo 1 FLUSSI

Non e' sempre possibile. Basta che ci siano accoppiamenti perfetti e non e' piu' possibile una rappresentazione con variabili di stato flussi

$\bar{x}$

$\bar{\psi}$

Se non ci sono accoppiamenti perfetti $\Rightarrow$ ok!

$$f_{\lambda} : \mathbb{R}^{n_e \times n_m} \rightarrow \mathbb{R}^{m_e}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Analizziamo come causa i flussi e come effetti le correnti

Dal nostro punto di vista flussi e correnti sono fenomeni simultanei, dipende dal punto di vista,

$$\bar{x}(t) = f_{\lambda}(\bar{\psi}(t), \bar{x}(t))$$

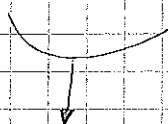
descrizione del
dispositivo e sue
caratteristiche costruttive

stato dal punto di
vista geometrico

stato dal punto di
vista elettromagnetico

$$f_{\lambda}(\bar{\psi}, \bar{x}) = \underbrace{f_{\lambda}(\bar{0}, \bar{x})}_{f_{\lambda_0}(\bar{x})} + \underbrace{[f_{\lambda}(\bar{\lambda}, \bar{x}) - f_{\lambda}(\bar{0}, \bar{x})]}_{f_{\lambda_1}(\bar{\psi}, \bar{x})} =$$

$$= f_{\lambda_0}(\bar{x}) + f_{\lambda_1}(\bar{\psi}, \bar{x})$$



possibile
candidata per essere una equazione di integrazione se si annulla
la mappa di campo

$$\bar{L}(\bar{\Psi}, \bar{x}) = L_0(\bar{x}) + L_1(\bar{\Psi}, \bar{x})$$

$$\boxed{\bar{L}_0} = \boxed{\frac{\partial \bar{L}(\bar{\Psi}, \bar{x})}{\partial \bar{\Psi}^T}}$$

$$\bar{L}(\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}), \bar{x}) = \bar{\lambda} \quad \forall \bar{\lambda}, \bar{x}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda^T} \bar{L}(\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}), \bar{x}) = \frac{\partial \bar{L}(\bar{\Psi}, \bar{x})}{\partial \bar{\Psi}^T} \left| \frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \lambda^T} \right|$$

$$= \boxed{\bar{L}_0(\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}), \bar{x})} \boxed{L_1(\bar{\lambda}, \bar{x})} = \boxed{\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \lambda^T}} = \boxed{U}$$

$$\boxed{\bar{L}_0(\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}), \bar{x})} = \boxed{L_1^{-1}(\bar{\lambda}, \bar{x})}$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Se parto dall'altra espressione ottengo lo stesso risultato

$$\frac{\partial}{\partial \Psi^T} \bar{L}(\bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}), \bar{x}) = \frac{\partial \bar{\Psi}(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}^T} \left| \frac{\partial \bar{L}(\bar{\Psi}, \bar{x})}{\partial \bar{\Psi}^T} \right|$$

$$= \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial \Psi^T} = \boxed{0}$$

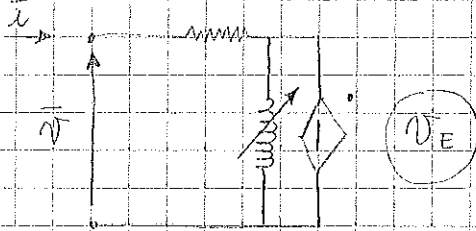
$$\boxed{\bar{L}_0(\bar{\Psi}, \bar{x})} = \boxed{L_1^{-1}(\bar{L}(\bar{\Psi}, \bar{x}), \bar{x})}$$

Rimpiazzando le variabili con le funzioni che ci danno e
me in funzione delle altre.

$$\bar{V}_E(t) = \frac{\partial \bar{\Psi}(t)}{\partial t}$$

prima derivavamo funzioni che erano funzioni delle variabili di stato, ora direttamente le variabili di stato

$\bar{V}_E(t)$ molto più semplice



Tensione elettromagnetica è rappresentabile anche come un induttore dipendente dalle posizioni - Induttore variabile

Molto semplice, ma non si evolvono alcune cose importanti

WWW.INGONLINE.BIZ

Vediamo Wreuch

Sviluppa Wreuch

Anche gli altri definiscono in maniera univoca il Wreuch

$$\bar{W}_E(t) = {}^F \bar{W}_E(\bar{\Psi}(t), \bar{x}(t))$$

$${}^F \bar{W}_E : \mathbb{R}^{m_E \times m_H} \rightarrow \mathbb{R}^{m_H}$$

Wreuch che lo guarda da una parte o dall'altra dovrà dare lo stesso risultato

$$\begin{aligned} {}^C \bar{W}_E(\bar{x}, \bar{x}) &= {}^F \bar{W}_E({}^C \bar{\Psi}(\bar{x}, \bar{x}), \bar{x}) \\ {}^F \bar{W}_E(\bar{\Psi}, \bar{x}) &= {}^C \bar{W}_E({}^F \bar{x}(\bar{\Psi}, \bar{x}), \bar{x}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^F W_E(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T}$$

$$= \frac{\partial}{\partial \bar{x}^T} \bar{W}_E(\bar{\lambda}(\bar{\psi}, \bar{x}), \bar{x}) =$$

$$\underbrace{\left[\frac{\partial \bar{W}_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}^T} \right]_{\bar{\lambda}(\bar{\psi}, \bar{x})}}_{K_D(\cdot)} \cdot \frac{\partial^F \bar{\lambda}(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + \underbrace{\left[\frac{\partial \bar{W}_E(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} \right]_{\bar{\lambda}(\bar{\psi}, \bar{x})}}_{S_D(\cdot)}$$

Fluxi non sono misurabili esternamente alla macchina,

l'unica ragione è nelle tensioni. Da un punto di vista di approccio a la risoluzione qualche problema c'è.

Sistema adesso è completamente analizzabile.

In termini di simulazione se si ammette di conoscere tutto modello più bello, il programma è più veloce.

$$= \bar{\lambda}^T (\psi(t), \bar{x}(t)) \frac{d\bar{\psi}(t)}{dt}$$

39

1) termini sono funzioni di stato su una traiettoria

$$\left[\frac{\frac{\partial E_c(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{\psi}^T} \quad \bar{\lambda}^T (\bar{\psi}, \bar{x}) \right] \frac{d\bar{\psi}(t)}{dt} + \left[\frac{\frac{\partial E_c(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} + W_c^T(\bar{\psi}, \bar{x}) \right] \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = 0$$

(ψ(t), x̄(t))

Deve valere sempre

$$\forall \begin{bmatrix} \psi(t) \\ x(t) \end{bmatrix} = \bar{z}$$

$$\Rightarrow \left[\bar{F}^T(\bar{z}) \frac{d\bar{z}(t)}{dt} \right] = 0 \quad \forall \bar{z}$$

per un punto qualunque e da quel punto con $\forall$ velocità

$$\Rightarrow \bar{F}^T(\bar{z})|_{\bar{z}} = 0$$

WWW.INGONLINE.BIZ

Va posto uguale zero le 2 parentesi separatamente

1) Annullamento delle 2 parentesi come funzioni di stato

$$\bar{\lambda}^T (\bar{\psi}, \bar{x}) = \frac{\partial E_c(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{\psi}}$$

Analogamente $\bar{\psi}(\bar{\lambda}, \bar{x}) = \frac{\partial C_c(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{x}}$

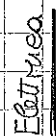
Ottendiamo il risultato analogo senza altre grandezze

dover introdurre

$$W_c(\bar{\psi}, \bar{x}) = - \frac{\partial E_c(\bar{\psi}, \bar{x})}{\partial \bar{x}}$$

Analogamente $W_c(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \frac{\partial C_c(\bar{\lambda}, \bar{x})}{\partial \bar{\lambda}}$

Non c'è e nessun bisogno di introdurre la coenergia



$$\frac{d\psi}{dt}$$

Non c'è più bisogno di avere $\bar{m}_j$ x k e abbiamo già la variabile di stato giunti

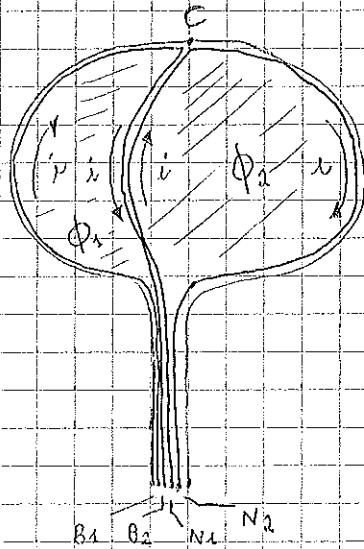
La prima c'era Ora non c'è. Così come non compare il M equivalente di M

Modello con variabili di stato esterne e più completo

Formulae

Potrei immaginare di modificarla in modo che con avvolgimenti diversi si ottenga la stessa $\mathcal{C}\Psi$. Posso dare così una forma più semplice agli avvolgimenti.

Vediamo se equivalente avvolgimenti può essere realizzato



$$\mathcal{C}\Psi(\vec{x}, \vec{x})$$

Obiettivo in realtà (dovrebbe essere quello di fare in modo che quell'avvolgimento percorso da una data corrente dia la stessa mappa di campo). Anche i flussi corrono lo stesso.

WWW.INGONLINE.BIZ

Devo tener conto di 2 cose:

1. Effetto che questo determina sul sistema

2. Effetto del sistema sull'avvolgimento

2 terminali in prossimità terminali. Considero un avvolgimento coincidente con il primo.

2 avvolgimenti $(B_1 \rightarrow B_2) \rightarrow (N_1 \rightarrow N_2)$

ble $\rightarrow$ tratto $B_1 \rightarrow C$ esattamente equivalente

3 tratti $(C \rightarrow B_2)$ e $(C \rightarrow N_1)$ sono percorsi da 2 correnti

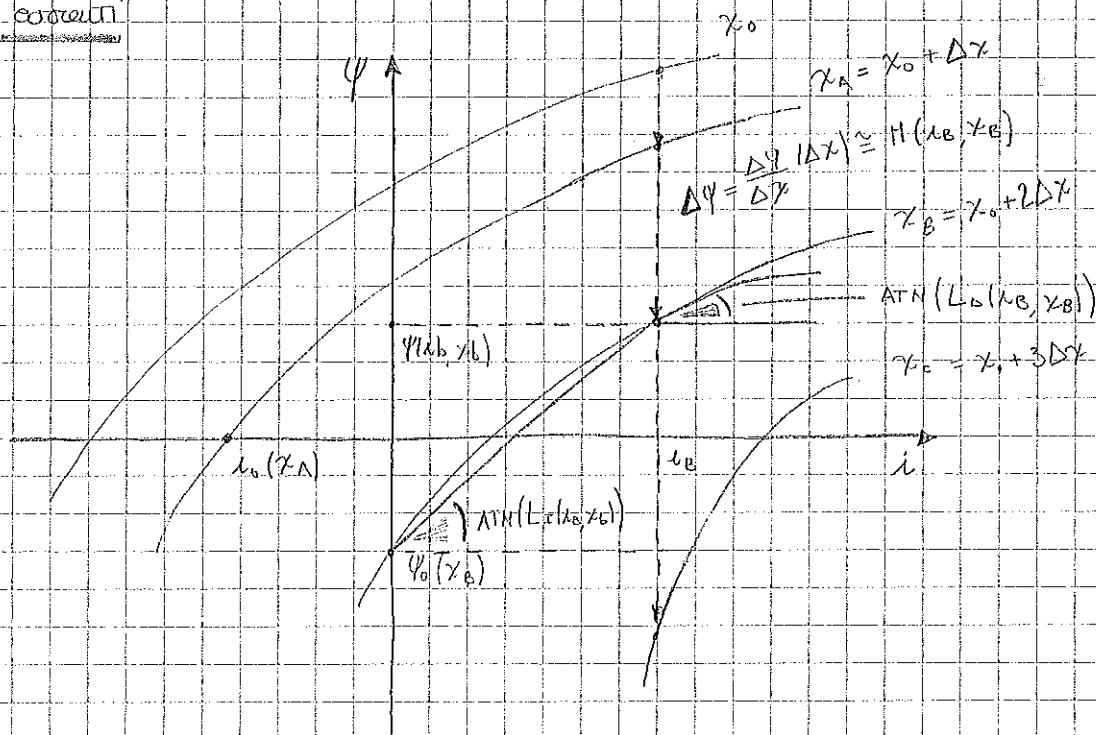
uguali e opposte. Perché il 2 avvolg. è come se fossero sovrapposti.

23/11/2005

42

) $M_E = M_H = 1$

variabile di stato corrente



una curva coerente flusso per $\Delta \bar{x}$

WWW.INGONLINE.BIZ

Ora possiamo introdurre altre cose

) $M = \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{x}^2} \rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \approx \frac{\Delta^2 \psi}{\Delta x^2} \Big|_{i \text{ cost}}$

Se immaginiamo di avere coppie formata di curve tutte separate dalla stessa

Δx

Per valutare M si deve vedere la distanza tra le varie curve.

Aumenta in modulo (ma è negativo)

Possiamo anche individuare la i_0 cui il flusso si annulla

guardando le intersezioni con l'asse delle ascisse. Poi dove

verificare che si annulla la mappa di induzione

Quando si passa da curva x_A e x_B il dispositivo si muove 43

Curva $x(t)$

1) Evolve nel tempo da stati successivi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$t_A \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$$

$$t_B \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$$

condizioni di equilibrio (ipotesi di lavorare in buona frequenza) Le nostre

ipotesi qui ci hanno portato a condizioni che sono di equilibrio

1) SEMPRE IN CONDIZIONI DI STATO DI EQUILIBRIO SUCCESSIVO

Dispositivo scambia energia dalla potenza elettrica e meccanica

Restituiamoci a schema

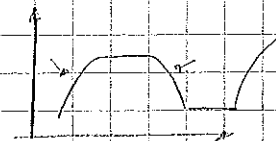
WWW.INGONLINE.BIZ



$$P_e(t) = \bar{x}^T(t) \bar{v}_e = \bar{x}^T(t) \left(- \frac{d\psi(t)}{dt} \right)$$

$\psi(t)$

dato essere continua x e $\dot{x}$ determinati si avrebbe una ψ in funzione continua non invertibile



$$\int_{t_A}^{t_B} P_e(t) dt = - \int_{t_A}^{t_B} \lambda(t) \frac{d\psi}{dt} dt$$

seppur ψ in forma biunivoca Se $\psi(t)$ è invertibile posso fare una sostituzione di variabili

$$\psi(t) \rightarrow \tilde{\psi}(\psi)$$

$\Rightarrow$

$$\int_{t_A}^{t_B} \lambda(\tilde{t}(\psi(t))) \frac{d\psi(t)}{dt} dt =$$

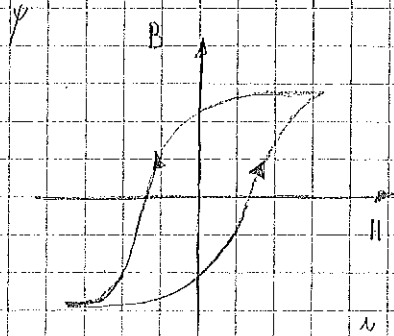
$$\int_{\psi_A}^{\psi_B} \tilde{\lambda}(\psi) d\psi$$

$=$

una parte e' ha tenuta dentro e l'altra parte e' ha tenuta all'esterno.

) Univocata corrente-flux e' una moneta ipotesi $\rightarrow$

E' vero che non e' invertibile nella curva di interiori, ma
nulla e' vera di applicare quello fatto a tratti separatamente
In piccolo, su intervalli finiti e' invertibile



Risultati applicabili separatamente
a 2 tratti.

E' come se disponiamo x come
modificato quando passiamo da
una curva a un'altra

Facciamo diverso da quello elettromagnetico che e' la variazione di x
di cui ha tenuto conto l'ora il cambiamento sopra lo
puo' vedere allo stesso modo.

$$P_E = \frac{dE_E}{dt}$$

In forma microscopica

$$\Delta E_E = E_E(t_B) - E_E(t_A) = \int_{t_A}^{t_B} P_E(t) dt$$

$$\Psi_E(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt}$$

$$\Psi(t) = N \phi(t) = NA B(t) = NA \int |H(t)| dt$$

inteso come
module

$$= NA \int \left| \frac{N}{e} \lambda(t) \right| dt$$

$$= NA \int \left| \frac{N}{e} \lambda \right| \lambda(t) dt$$

$$\Psi(\lambda) = NA \int \left| \frac{N}{e} \lambda \right| dt$$

WWW.INGONLINE.BIZ

$$\Psi_E(t) = NA \frac{d}{dt} \int \left| \frac{N}{e} \lambda(t) \right| dt = \left(NA \frac{N}{e} \frac{d}{dt} \int |H(t)| dt \right) \frac{d\lambda}{dt}$$

$$\Delta E_E = \int_{t_A}^{t_B} \left[NA \frac{d}{dt} \int |H(t)| dt \right] \left(\frac{N}{e} \lambda(t) \right) dt =$$

$$= \int_{t_A}^{t_B} NA \frac{d}{dt} \int |H(t)| dt \left(\frac{N \lambda(t)}{e} \right) \frac{d\lambda}{dt} dt =$$

$$|H(t)| = \frac{N}{e} \lambda(t)$$

$$\Delta E_E = \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} \bar{x}^T L_D(\bar{x}, \bar{x}) d\bar{x}$$

$$\psi(L) = NA \int \left(\frac{N}{e} \bar{x} \right)$$

$$L_D(\bar{x}) = NA \frac{df(H)}{dH} \left(\frac{N}{e} \bar{x} \right)$$

$$\Rightarrow \int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} \bar{x} NA \frac{df(H)}{dH} \left(\frac{N}{e} \bar{x} \right) d\bar{x} =$$

$$\int_{\bar{x}_A}^{\bar{x}_B} NA \frac{df}{dH} \left(\frac{N}{e} \bar{x} \right) H(\bar{x}) d\bar{x} = \int_{H_A}^{H_B} NA \frac{df(H)}{dH} H \frac{e}{N} dH =$$

$$H = \frac{Ne}{e}$$

$$= Ae \int_{H_A}^{H_B} H \frac{df(H)}{dH} dH$$

(Esattamente come prima)

WWW.INGONLINE.BIZ

Energia in ingresso in parte immagazzinata in parte ceduta esterno

In questo caso tutto finisce in forma di energia interna

Interpretazione tenetelo ottenuto dall'area integrale come somma energia

volumetrica E' ragionevole immaginare quantita' sotto integrale come

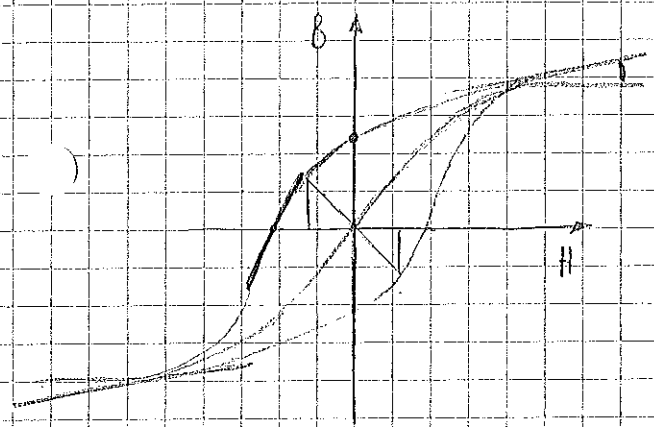
densita' volumetrica di energia

All' interno di questa interpretazione si espone

1) come brush entra nell' ip in cui E e' costante a

corrente nulla - Vista dal rotore mapa di comp e' esattamente la

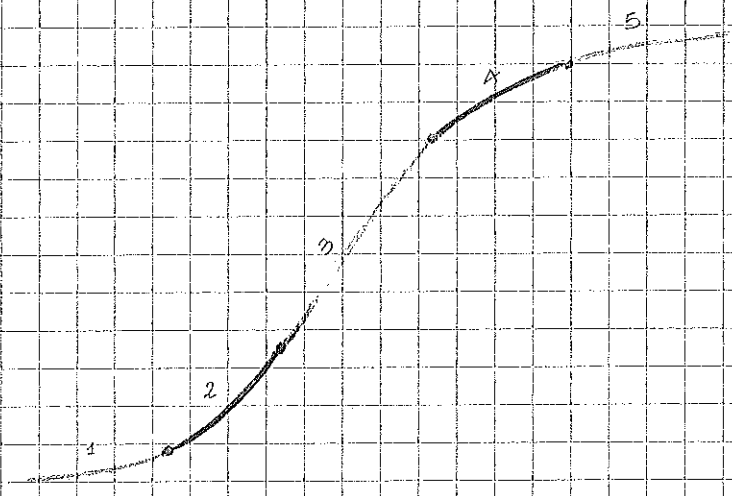
stema e quindi quando vedo a considero e' energia non varia



$$p_h = \frac{dB}{dH} = 0,05$$

5 mat

- 1 saturazione lineare
- 2 smagnetizzazione
- 3 lineare
- 4 smagnetizzazione
- 5 saturazione lineare



Ciclo simmetrico: curve simmetriche (rispetto all'origine)

- 1 $B = f(H)$
- 2 $B = -f(-H)$

Cambia con la frequenza x esempio

Int. frequenze in cui fenomeno non varia

Varia xke' non rapp. una cosa reale, quello che varia sono

le caratteristiche parametriche

B

da

$$\psi = \int v_e dt$$

H

Ni
e

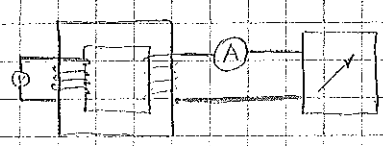
vero se e' unica (1) e' quello che manda nell'ov

Quando ci sono caratteristiche parametriche i cambia

Deve tener conto delle caratteristiche parametriche

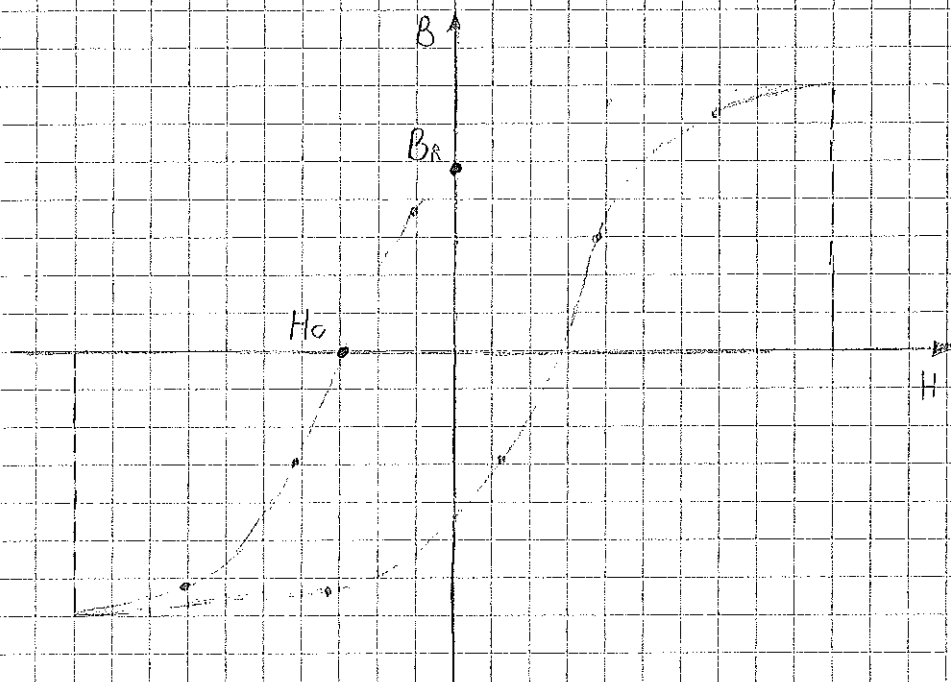
WWW.INGONLINE.BIZ

1 pendenza virtuale che nel prossimo non esiste



30/11/2005

le 8



WWW.INGONLINE.BIZ

5 tratti caratteristici a seconda dei materiali

Magneti permanenti B_r di una certa entità e H_c (campo coercitivo)

piuttosto elevate

Acciaio lega ferro cobalto

$AlNiCo$

$$B_r = 0,6 T$$

Magneti alle terre rare. Più pregiata

$NdFeB$

→

Niobio Ferro Boro

$$B_r \approx 1,4 T$$

$$H_c = 800 kA/m$$

$SmCo$

→

Samarium Cobalto

$$B_r \approx 1 T$$

$$\rightarrow 1 MA/m$$

Si ottengono con procedure ondulose alla (interizzazione)

Materiali pregiati rispetto $AlNiCo$ ma anche rispetto alle (ferro dure)

Ferro dolce

Unici di ferro materiali di tipo economico Ferro

dure hanno appiunt B_r H_c x avere comp + vanno a

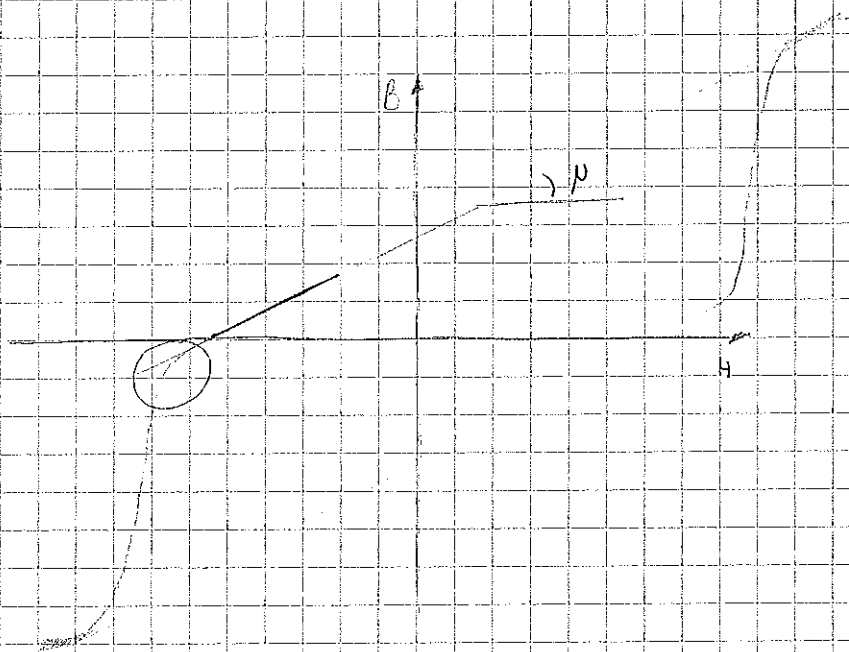
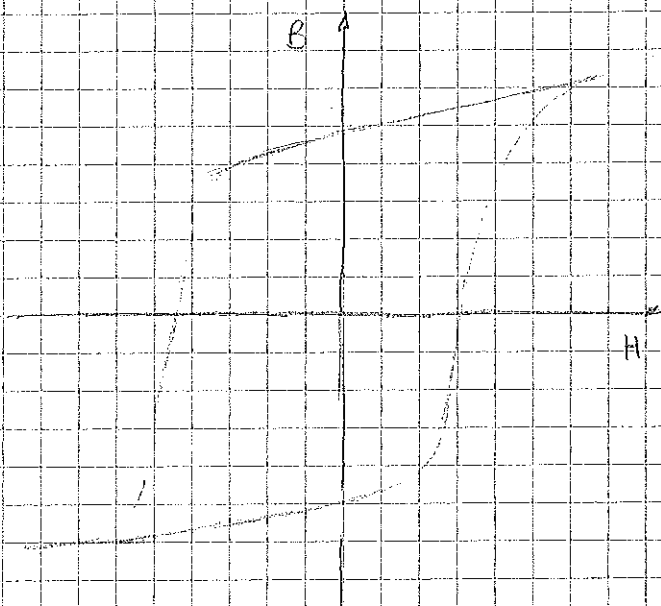
magneti permanenti

Ferro

$$0,3 - 0,4 T = B_r$$

xke ?

Una volta portati in saturaz. presentano uno spostamento della regione



Noi abbiamo ipotizzato un legame $B-H$

$$B = f(H)$$

comportamento univoco

WWW.INGONLINE.BIZ

Potremmo usare risultati ottenuti in precedenza anche a il caso di isteresi

Dal punto di vista esterno non troviamo differenza

Non c'è modo di occuparsi del comportamento non univoco del materiale fino a che non hai due tratti [sup] o [inf]

Riesco a trattare ^{con} consid. su comp. univoco ~~non~~ con cui il comportamento non è univoco (su tratti di isteresi)

Se tutto calcolasse dovremmo ottenere (la stessa energia) (se non ho perdite) Energia elettromagnetica fuori di stato infatti

) Facciamo (la somma delle 2 variazioni) rapp. i fenomeni che non ho modellato

Media reale

$$(E_{1B} - E_{1A}) = \int_{B_1}^{-B_1} H_1(B) dB = E_B - E_A + \underbrace{E_{dispata}(E_{N1})}_{\text{Variaz. energia elettromagnetica}}$$

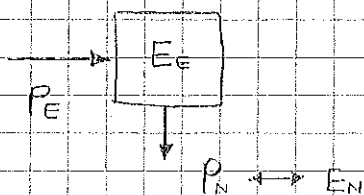
fenomeni non modellati

$$(E_{2A} - E_{2B}) = \int_{-B_1}^{B_1} H_2(B) dB = E_A - E_B + E_{dispata}(E_{N2})$$

Variazione energia elettromagnetica

$$(E_{1B} - E_{1A}) + (E_{2A} - E_{2B}) = 0 + E_{N1} + E_{N2}$$

AREA DEL CICLO CON SEGNO + (Abbiamo dovuto fornire energia dall'esterno)



WWW.INGONLINE.BIZ

Sono occorsi fenomeni irreversibili (la cui entità è rappresentata dall'area del ciclo). Complementariamente fenomeni si mangiano una energia per il loro interesse

) Può essere anche così in cui si hanno correnti parassite. Anch'essi sono fenomeni non modellati o cui non sappiamo niente ma cui possiamo avere effetto.