

Indice

Macchina Sincrona.....	3
Generalità sulle macchine sincrone.....	3
Principio di funzionamento ed aspetti costruttivi degli alternatori.....	3
Funzionamento a vuoto dell'alternatore.....	5
Funzionamento sotto carico, reazione d'indotto.....	7
Diagrammi vettoriali di funzionamento, modello di Behn - Eschemburg.....	10
Espressione della coppia resistente.....	12
Determinazione sperimentale dell'impedenza sincrona.....	12
Caratteristiche esterne, retta di carico.....	14
Curve di regolazione.....	17
Potenze generate negli alternatori, coppia resistente.....	17
Regolazione del carico, curve a " V ".....	20
Perdite e rendimento negli alternatori.....	23
Paralelo degli alternatori, le manovre di parallelo.....	25
Stabilità del parallelo.....	28
Ripartizione del carico, corrente di compensazione.....	29
Reazione d'indotto con carichi squilibrati (cenni).....	30
Oscillazioni pendolari.....	31
Sistemi di eccitazione.....	32
Motori sincroni.....	34
Principio di funzionamento.....	34
Passaggio dal funzionamento a vuoto al funzionamento come motore.....	34
Metodi per avviare i motori sincroni.....	35
Metodi per ridurre la corrente all'avviamento.....	36
Funzionamento con carico costante ed eccitazione variabile.....	36
Funzionamento con eccitazione costante e carico variabile.....	38
Potenza, coppia, rendimento.....	39
Caratteristiche meccanica e del rendimento.....	40
Trasformatore.....	41
Generalità, principio di funzionamento.....	41
Trasformatore monofase ideale.....	42
Funzionamento a vuoto del trasformatore ideale.....	42
Funzionamento a carico del trasformatore ideale.....	45
Circuito equivalente del trasformatore monofase reale.....	46
Circuito equivalente semplificato ridotto al secondario.....	47
Circuito equivalente semplificato ridotto al primario.....	49
Dati di targa del trasformatore.....	50
Funzionamento a vuoto del tr monofase reale.....	51
Funzionamento in cortocircuito del tr monofase reale.....	52
Funzionamento a carico del trasformatore monofase reale.....	53
Diagramma di Kapp di un tr monofase.....	54
Trasformatore trifase.....	56
Aspetti costruttivi dei trasformatori trifasi.....	57
Rapporto di trasformazione, spostamento angolare nei TR trifasi.....	59
Yy0 (primario e secondario a stella).....	60
Yy6 (primario e secondario a stella, con la stella al secondario rovesciata).....	61

Dd0 (primario e secondario a triangolo).....	62
Yd11 (primario a stella e secondario a triangolo rovesciato)	63
Dy11 (primario a triangolo e secondario a stella)	64
Yz11 (primario a stella e secondario a zig-zag)	64
Dy5 (primario a triangolo e secondario a stella rovesciata).....	66
Corrente a vuoto nei trasformatori trifasi	66
Primario a stella con neutro, secondario a stella	67
Primario a stella, secondario a stella	68
Primario a stella, secondario a triangolo.....	68
Primario a triangolo, secondario a stella.....	69
Prova a vuoto del trasformatore	69
Prova in corto circuito del trasformatore	74
Macchina Asincrona.....	82
Generalità.....	82
Campo rotante bifase e trifase.....	82
Campo rotante bifase.	83
Campo rotante trifase.....	83
Principio generale di funzionamento.....	85
Forze elettromotrici indotte negli avvolgimenti di statore	86
Grandezze che caratterizzano il rotore	89
Reazione rotorica	90
Circuito equivalente	91
Caratteristica elettromeccanica	93
Bilancio delle potenze	95
Separazione delle perdite nel ferro dalle perdite meccaniche.....	98
Diagramma circolare	99
Interpretazione del Diagramma circolare	101
Doppia funzione del reostato di avviamento	104
Funzionamento a 50 e 60 [Hz] con tensione applicata costante	105
Funzionamento a tensione diversa dalla nominale e frequenza costante	110
Metodi di avviamento.....	110
Avviamento mediante reostato.....	110
Avviamento Y/D.	111
Avviamento mediante autotrasformatore.....	112
Avviamento mediante reattanze o resistenze statoriche.	114
Motori col rotore a doppia gabbia.	114
Variazione della velocità dei MAT	115
Variazione del numero delle coppie polari.	115
Variazione della frequenza.....	118
Variazione della tensione di alimentazione.	118
Variazione della resistenza rotorica.....	118
Variazione della velocità mediante motori in cascata.	120
Variazione della velocità mediante Inverter.	122
Altri modi di funzionamento della macchina asincrona.....	125
Metodi di frenatura dei motori asincroni.....	128
Impuntamento e vibrazioni nei MAT.....	129
Motore asincrono monofase.....	129

Macchina Sincrona

Generalità sulle macchine sincrone

La macchina sincrona è una macchina rotante reversibile, noi la vedremo inizialmente sotto l'aspetto del generatore (alternatore) e successivamente del motore. I fenomeni che avvengono internamente alla macchina durante il suo funzionamento, e quindi il suo modello, sono fortemente condizionati dagli aspetti costruttivi e dal livello di saturazione del ferro del nucleo. La trattazione che noi faremo è valida solo se:

a) Il campo magnetico induttore ha distribuzione nel traferro sinusoidale, così che siano sinusoidali nel tempo le f.e.m. nei conduttori attivi dell'indotto.

b) Il ferro del nucleo lavora nella zona lineare della caratteristica di magnetizzazione, così che l'intero sistema si possa considerare lineare e sia possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti.

c) Il flusso prodotto dalle correnti nell'indotto è in fase con le correnti stesse. Questo è vero se si trascurano le perdite nel ferro (che fanno sì che il flusso sia in ritardo sulla corrente).

d) La macchina è isotropa, ovvero le linee di induzione del campo magnetico induttore vedono la stessa riluttanza vista dalle linee di induzione del campo di indotto, qualsiasi sia la natura del carico sul quale l'alternatore eroga corrente. Questa condizione è bene approssimata solo se l'alternatore ha il rotore a poli lisci. Ne caso di rotore a poli salienti la macchina è inevitabilmente anisotropa.

e) Il carico alimentato dalla macchina è equilibrato.

Sotto le condizioni sopra esposte la macchina è bene descritta attraverso il modello di Behn-Eschemburg. Pur potendo essere l'alternatore monofase, noi prenderemo in considerazione solo quello trifase essendo questo quello impiegato nelle centrali di produzione dell'energia elettrica.

Principio di funzionamento ed aspetti costruttivi degli alternatori

L'alternatore si compone essenzialmente di due parti:

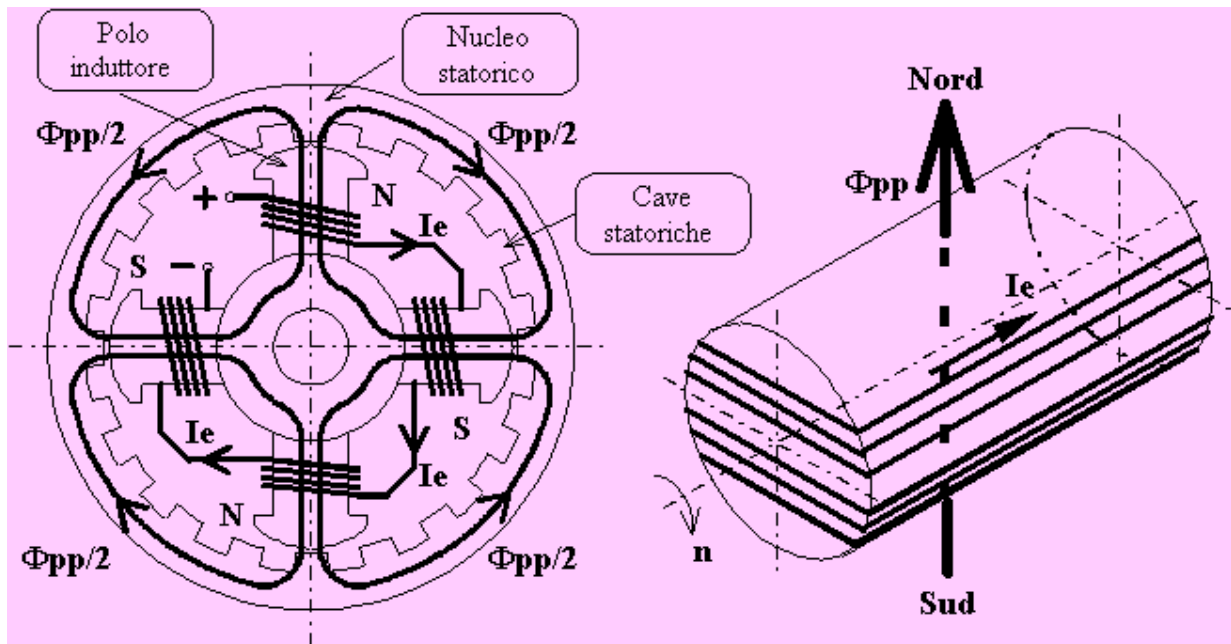
a) Il sistema induttore, costituito da una successione di poli magnetici di segno alterno, solidale col rotore della macchina. Tali poli si ottengono mediante elettromagneti eccitati in corrente continua ed aventi la parte estrema dell'espansione polare opportunamente sagomata al fine di determinare nel traferro una distribuzione sinusoidale dell'induzione.

Si possono avere rotori a poli salienti (nella figura di sinistra è mostrato un quattro poli) oppure rotori a poli lisci (nella figura di destra è mostrato un due poli), i primi rendono la macchina anisotropa, i secondi isotropa. Il rotore a poli lisci ha un ingombro radiale più contenuto così che la sollecitazione centrifuga cui sono sottoposti i poli con i relativi avvolgimenti durante la rotazione del rotore è più contenuta, per questo motivo il rotore a poli lisci viene adottato per gli alternatori accoppiati alle turbine a vapore od a gas, caratterizzati da elevate velocità di rotazione (**1500 o 3000** [g / l']). Essendo l'eccitazione in corrente continua, il flusso nel nucleo del polo è costante e, quindi, il circuito magnetico del rotore può essere realizzato in ferro massiccio. Solo la parte più estrema dell'espansione polare (chiamata scarpa polare) nei poli salienti deve essere fatta coi lamierini

ferromagnetici perché il fenomeno del pennellamento delle linee di induzione del campo magnetico nei confronti dell'alternarsi di cave e denti di statore (particolarmente accentuato nel caso di statori a cave aperte o semichiuse) fa sì che si abbiano perdite nel ferro della scarpa polare.

Le estremità dell'avvolgimento induttore (+ e -) vengono rese accessibili all'esterno mediante due anelli di materiale conduttore calettati sull'albero sui quali appoggiano due spazzole che permettono di applicare all'avvolgimento induttore la tensione continua necessaria a far circolare la corrente di eccitazione I_e [A].

b) Il sistema d'indotto, costituito da un avvolgimento trifase aperto per correnti alternate, calato nelle apposite cave dello statore (parte statica della macchina, del tutto uguale a quella che si ha nelle macchine asincrone). Il circuito magnetico dello statore, essendo interessato da flussi variabili nel tempo, è realizzato mediante lamierini ferromagnetici. Il numero di poli dell'avvolgimento d'indotto deve, ovviamente, essere uguale al numero di poli dell'induttore e, nelle cave di statore sottostanti all'influsso di un polo induttore, devono stare tutte e tre le fasi. Nel caso di alternatore monofase, l'avvolgimento statorico è del tipo monofase.



Il funzionamento della macchina avviene portando in rotazione a velocità costante n [g/1'] il rotore (allo scopo, il rotore è accoppiato tramite l'albero ed un giunto alla girante di una turbina) ed eccitando con una corrente continua I_e [A] l'avvolgimento induttore. Accade così che i conduttori attivi, calati nelle cave di statore, vengono tagliati dal campo induttore che ha distribuzione sinusoidale nello spazio e, per la legge dell'induzione elettromagnetica, diventano sede di f.e.m. indotte sinusoidali nel tempo. Le f.e.m. indotte nei singoli conduttori attivi sono raccolte in serie per comporre la f.e.m. di ciascuna fase e, se gli avvolgimenti delle tre fasi sono adeguatamente scostati tra di loro, le tre fasi costituiranno infine una terna trifase simmetrica di f.e.m.. E' facile rendersi conto che, se p è il numero di coppie polari ed n [g/1'] è la velocità di rotazione del rotore, la frequenza delle f.e.m. indotte nello statore sarà pari a:

$$f = \frac{p \cdot n}{60} \text{ [Hz]}$$

Nel caso in cui i morsetti d'uscita degli avvolgimenti statorici siano collegati ad un carico trifase equilibrato, si avrà l'erogazione di corrente verso il carico e scaturirà nella macchina una serie di fenomeni riassunti col termine reazione d'indotto. Tra l'altro, se la corrente erogata ha una componente in fase con la tensione stellata d'uscita, si ha l'erogazione di potenza elettrica attiva cui corrisponderà una potenza meccanica assorbita dall'alternatore (fornita dalla turbina che lo trascina) e, quindi, nel tempo la trasformazione (tipica dei generatori) di lavoro meccanico in energia elettrica.

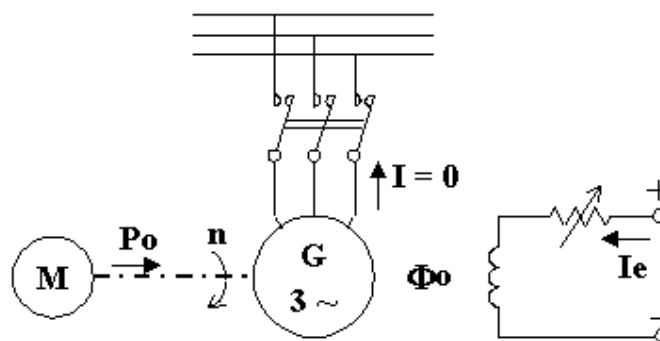
Le macchine sincrone sono così chiamate perché la velocità di funzionamento è rigidamente legata alla frequenza della tensione generata (alternatori) o applicata (motori) ai morsetti degli avvolgimenti statorici.

Osservazione: le fasi di statore, pur potendo essere anche collegate a triangolo, sono sempre connesse a stella. Questo perché, a parità di f.e.m. indotta in ciascuna fase e di corrente di fase, la potenza apparente erogata è la stessa nei due collegamenti, col vantaggio nel collegamento a stella di un più semplice isolamento verso massa (la tensione stellata è $\sqrt{3}$ volte più piccola di quella concatenata) e dell'eliminazione delle componenti di 3° armonica dalle tensioni di linea (essendo tali tensioni date dalla differenza di due forze elettromotrici le cui eventuali componenti di terza armonica sono in fase tra di loro).

Osservazione: una macchina elettrica che pure compie la trasformazione di lavoro meccanico in energia elettrica è la dinamo (generatore di corrente continua). Tuttavia si è consolidato l'uso dell'alternatore in quanto, nel caso della dinamo, l'intera potenza generata è costretta a fluire attraverso un sistema assai critico (il collettore a lamelle), mentre nel caso dell'alternatore soltanto la potenza di eccitazione (non più dell' **1,5%** della potenza erogata) è costretta a fluire attraverso il sistema costituito dalle spazzole e dagli anelli (sistema, comunque, assai meno critico del collettore a lamelle).

Funzionamento a vuoto dell'alternatore

L'alternatore funziona a vuoto quando, essendo regolarmente eccitato in corrente continua, è trascinato in rotazione alla sua velocità nominale ed ha il circuito statorico aperto, così che negli avvolgimenti d'indotto non si abbiano correnti.



In tali condizioni, l'unico campo presente nella macchina è quello induttore Φ_0 che, in perfetta analogia con quanto visto per il motore asincrono, produce in ciascuna fase dell'indotto la f.e.m. sinusoidale:

$$E_0 = K_A \cdot \Phi_0 \cdot f \cdot N \text{ [V]}$$

dove $f = p \cdot n / 60$ [Hz] e Φ_0 [Wb] è il flusso per polo.

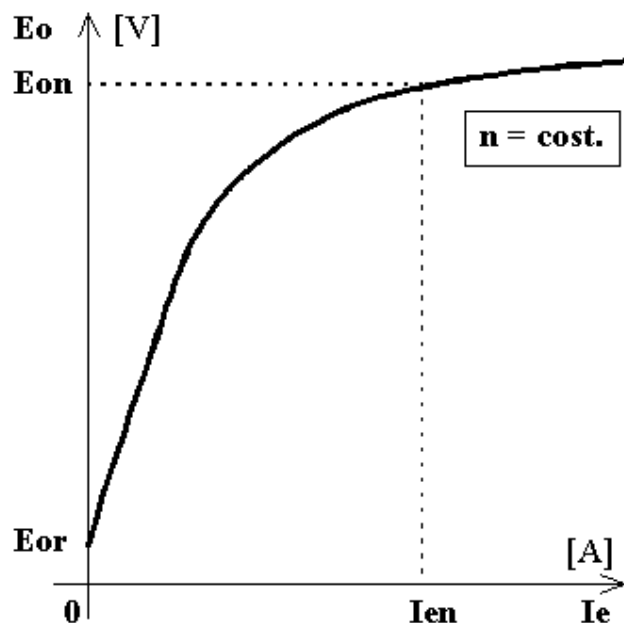
Se il collegamento tra le fasi è a stella, la tensione d'uscita a vuoto vale $V_0 = \sqrt{3} \cdot E_0$ [V], se è a triangolo si ha $V_0 = E_0$ [V].

Il motore primo trasmette una potenza $P_0 = P_m + P_{Fe0} + P_{ec}$ [W] dove P_m sono le perdite meccaniche (per attrito e ventilazione), P_{Fe0} sono le perdite nel ferro a vuoto (nel nucleo dello statore e nelle scarpe polari del rotore nel caso di cave statoriche aperte o semiaperte), P_{ec} sono le perdite per l'eccitazione (da considerarsi solo se l'eccitazione è del tipo coassiale).

Naturalmente, essendo P_0 fornita dal motore primo funzionante con velocità angolare $\Omega = 2 \cdot \pi \cdot n / 60$ [rad/s], la coppia resistente sviluppata dall'alternatore a vuoto sarà:

$$C_0 = \frac{P_0}{\Omega} = \frac{P_0 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot n} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Nel funzionamento a vuoto risulta essere particolarmente significativa la caratteristica di magnetizzazione $E_0 = f(I_e)$, ricavata facendo variare la corrente di eccitazione e mantenendo costante (e pari al valore nominale) la velocità di rotazione.



L'andamento di tale caratteristica è quello tipico dei materiali ferromagnetici, la corrente di eccitazione è proporzionale al campo magnetico, la f.e.m. è proporzionale al flusso e quindi all'induzione.

Si osserva che, a causa del magnetismo residuo, tipico nelle macchine eccitate in corrente continua, si ha una f.e.m. E_{or} anche con corrente di eccitazione nulla.

Negli alternatori ben dimensionati, la corrente nominale di eccitazione I_{en} ha un valore tale per cui il punto di lavoro si situa immediatamente dopo il ginocchio (in contraddizione con l'ipotesi

semplificativa (b)), questo per evitare che piccole accidentali variazioni della eccitazione producano sensibili variazioni della f.e.m. E_o e quindi della tensione d'uscita dell'alternatore.

Funzionamento sotto carico, reazione d'indotto

Figura (a)

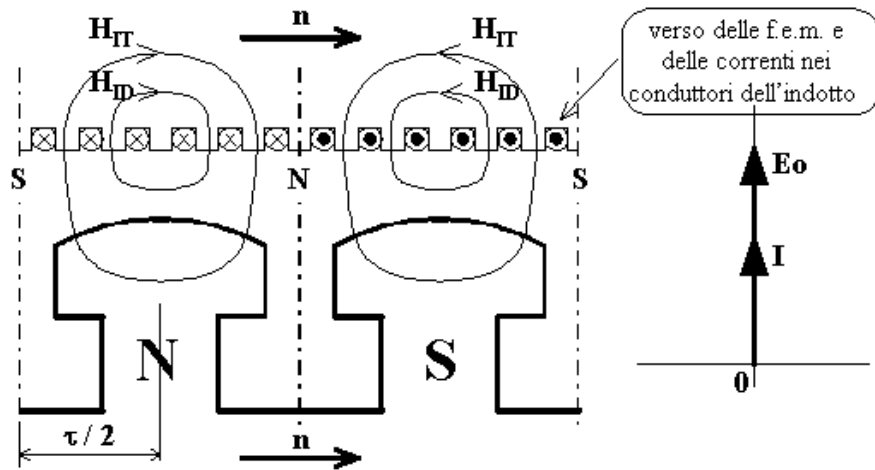


Figura (b)

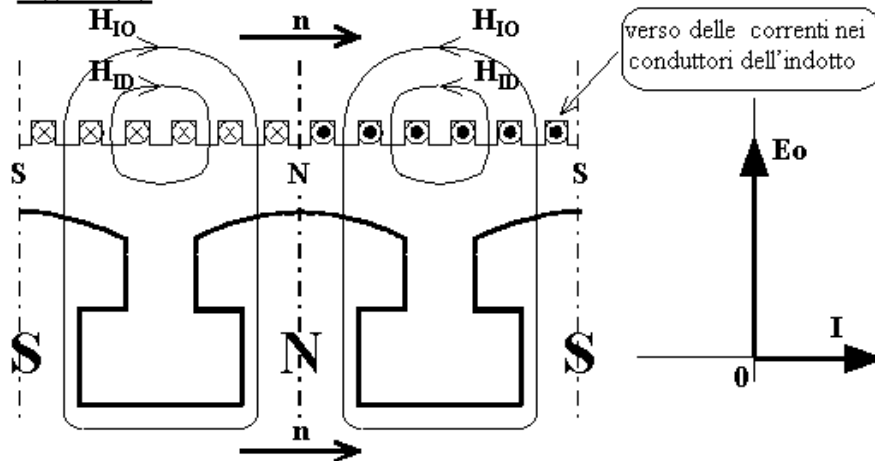
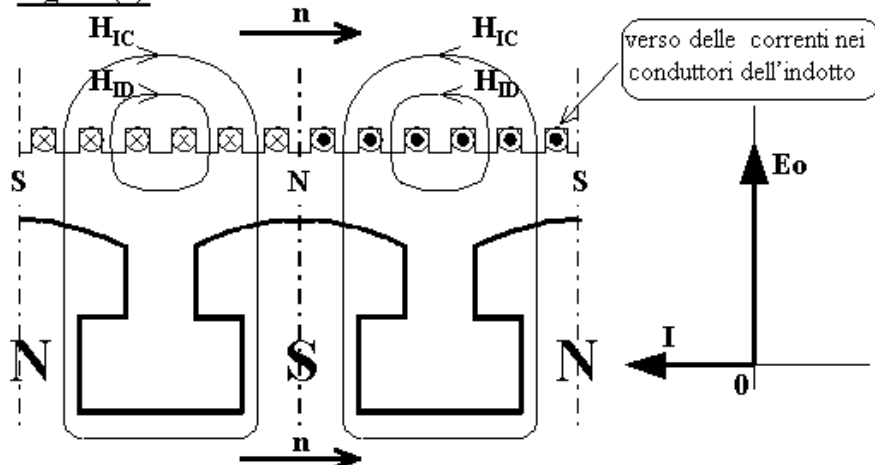


Figura (c)



L'alternatore funziona a carico quando eroga corrente su un circuito esterno. Il carico viene indicato considerandone la potenza apparente anziché la potenza reale, in quanto vi può essere erogazione di corrente anche in assenza di potenza attiva (caso di corrente in quadratura con la f.e.m. e quindi di erogazione di sola potenza reattiva).

Se il carico è equilibrato, considerando che le f.e.m. statoriche sono una terna simmetrica sinusoidale, si avrà negli avvolgimenti d'indotto una terna simmetrica di correnti sinusoidali alla frequenza f [Hz] determinata dal numero di poli e dalla velocità del rotore. Quindi, essendo gli avvolgimenti statorici trifasi e simmetrici, si originerà un campo magnetico rotante d'indotto avente la stessa velocità n del rotore; tale campo si sovrapporrà a quello principale induttore e, dalla loro interazione, scaturirà la reazione d'indotto.

La prima osservazione da fare è che la velocità del campo rotante d'indotto è la stessa del campo induttore, ovvero n , quindi la posizione relativa tra i due campi è costante. Inoltre gli effetti derivanti dipendono dall'intensità della corrente erogata dall'alternatore (perché il campo d'indotto sarà tanto più intenso quanto più è intensa la corrente che lo produce) e dallo sfasamento della corrente rispetto alla f.e.m. (perché tale sfasamento determina la posizione relativa che intercorre tra il campo di indotto e i poli induttori).

La figura sopra riportata, riferita al caso di un alternatore con collegamento a stella degli avvolgimenti d'indotto, avente due poli (disegnati come se fossero salienti) e dodici cave statoriche, aiuta a capire quello che succede nei tre casi limite corrispondenti a:

figura (a) : corrente in fase con la f.e.m.

Essendo la corrente in fase con la f.e.m. si potranno indicare entrambe le grandezze con lo stesso verso.

Il campo d'indotto ha linee di forza che non interagiscono coi poli induttori e che originano il campo d'indotto disperso H_{ID} (così chiamato perché le sue linee sono concatenate col solo avvolgimento d'indotto). Tale campo produce effetti d'autoinduzione nell'indotto e, quindi, una c.d.t. induttiva e l'impegno di potenza reattiva induttiva.

Il campo d'indotto ha poi linee di forza che interagiscono coi poli induttori e che, all'interno di tali poli, hanno direzione trasversale rispetto alle linee del campo induttore e che originano il campo d'indotto trasverso H_{IT} . Tale campo genera una corona di poli d'indotto posizionati in avanti di mezzo passo polare rispetto ai poli induttori e che, quindi, tendono a spingere all'indietro la ruota polare induttrice dando così luogo ad una coppia opposta al moto che costituisce la coppia resistente dell'alternatore. Per tale motivo, dovendo mantenere costante la velocità di rotazione n del rotore, sarà necessario che la turbina che lo trascina sviluppi un'adeguata coppia motrice e, quindi, eroghi potenza meccanica. D'altronde, se la corrente è in fase con la f.e.m. si ha che l'alternatore genera ed invia al circuito esterno una potenza elettrica e, per il principio di conservazione dell'energia, tale potenza altri non può essere che quella fornita dalla turbina.

Oltre all'effetto meccanico appena descritto, la reazione d'indotto produce un secondo effetto puramente magnetico. Infatti la direzione trasversale del campo H_{IT} rispetto al campo induttore origina un effetto distorcente sul campo complessivo tale per cui il campo induttore viene rafforzato nella parte di coda della scarpa polare ed indebolito nella parte anteriore della stessa. A causa della saturazione del ferro, tuttavia, l'indebolimento risulta sempre maggiore del rafforzamento così che si ha una leggera diminuzione del flusso per polo e, quindi, della f.e.m. generata.

figura (b) : corrente in quadratura in ritardo rispetto alla f.e.m.

Essendo la f.e.m. in anticipo sulla corrente, se manteniamo per la corrente nell'indotto lo stesso verso del caso precedente, dovremo disegnare i poli induttori in una posizione in anticipo di mezzo passo polare (infatti al passaggio sotto un conduttore d'indotto di una coppia polare, pari a due passi polari, si ha lo sviluppo di un'intera sinusoide di f.e.m. corrispondente a 360° elettrici, al passaggio di un polo, pari ad un passo polare, si ha lo sviluppo di una mezza sinusoide di f.e.m. corrispondente a 180° elettrici, al passaggio di mezzo polo, pari a mezzo passo polare, si ha lo sviluppo di un quarto di sinusoide di f.e.m. corrispondente a 90° elettrici).

Ancora una volta si ha il campo $\mathbf{H}_{ID}$ con lo stesso significato e gli stessi effetti visti precedentemente.

Si hanno poi delle linee di forza del campo d'indotto che interagiscono coi poli e che hanno stessa direzione ma verso opposto rispetto al campo induttore, tali linee originano il campo longitudinale opposto $\mathbf{H}_{IO}$. I poli d'indotto risultano esattamente contrapposti ai poli induttori e di eguale nome. I poli d'indotto e i poli induttori si respingono, ma queste forze hanno esattamente direzione radiale e perciò il loro effetto è nullo, così come deve essere considerando che l'alternatore non genera alcuna potenza attiva elettrica e, quindi, nulla deve essere la potenza meccanica assorbita e cioè nulla la coppia resistente. Per mantenere l'alternatore in rotazione a velocità costante, la turbina deve erogare la sola potenza meccanica corrispondente alle perdite del sistema. Per quanto riguarda l'effetto magnetico della reazione d'indotto, trovandosi i poli d'indotto esattamente contrapposti ai poli induttori di eguale nome, l'effetto sarà vistosamente smagnetizzante con una conseguente vistosa diminuzione della f.e.m.

figura (c) : corrente in quadratura in anticipo rispetto alla f.e.m.

Risulta facile giustificare la posizione dei poli induttori nella figura. Ancora una volta si ha il solito campo d'indotto di dispersione $\mathbf{H}_{ID}$.

Si hanno poi delle linee di forza del campo d'indotto che interagiscono coi poli e che hanno stessa direzione e stesso verso del campo induttore, tali linee originano il campo longitudinale concorde $\mathbf{H}_{IC}$. Nullo è l'effetto meccanico. Per quanto riguarda l'effetto magnetico della reazione d'indotto, trovandosi i poli d'indotto esattamente contrapposti ai poli induttori di nome opposto, l'effetto sarà vistosamente sovramagnetizzante con un conseguente vistoso aumento della f.e.m.

Con correnti aventi sfasamenti intermedi, anche i poli dovuti al campo d'indotto assumono posizioni intermedie. Se si prende come riferimento la posizione dei poli d'indotto relativa a correnti in fase con le f.e.m., accade che:

a) se la corrente ritarda di φ_0 rispetto alla f.e.m., anche i poli d'indotto retrocedono di un angolo elettrico φ_0 (cui corrisponde un angolo meccanico φ_0 / p);

b) se la corrente anticipa di φ_0 rispetto alla f.e.m., anche i poli d'indotto anticipano di un angolo elettrico φ_0 (cui corrisponde un angolo meccanico φ_0 / p).

Conseguentemente alla posizione reciproca dei poli d'indotto e dei poli induttori, si avrà quale azione meccanica più o meno coppia frenante, quale azione elettromagnetica sarà possibile sia una smagnetizzazione che una sovramagnetizzazione.

Diagrammi vettoriali di funzionamento, modello di Behn - Eschemburg

Gli effetti magnetici della reazione d'indotto provocata dalla corrente che fluisce negli avvolgimenti di statore possono essere assimilati a quelli di una vera e propria forza magnetomotrice F_I [As] proporzionale alla corrente d'indotto che si somma (nel caso di corrente in quadratura in anticipo sulla f.e.m., effetto sovramagnetizzante) o si sottrae (nel caso di corrente in quadratura in ritardo sulla f.e.m., effetto smagnetizzante) alla forza magnetomotrice a vuoto F_0 [As] dovuta al solo sistema induttore. Invece, nel caso di corrente nell'indotto in fase con la f.e.m., la F_I agisce in direzione trasversale rispetto alla forza magnetomotrice a vuoto F_0 .

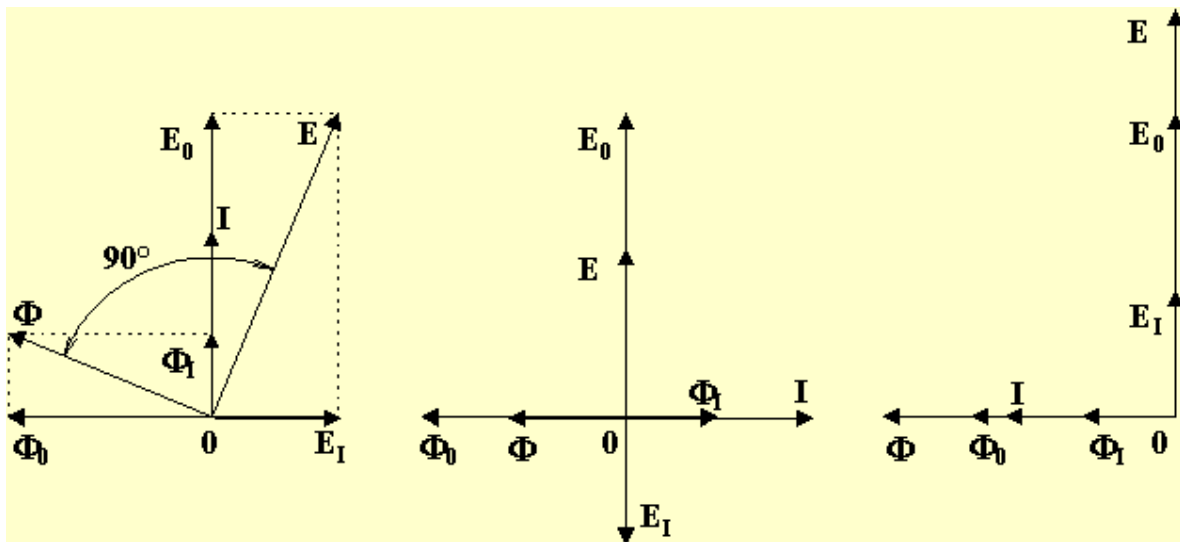
La f.m.m. di reazione F_I è proporzionale alla corrente d'indotto (secondo un coefficiente detto di Poitier che dipende dalla struttura magnetica della macchina e dal tipo di avvolgimento) e, nell'ipotesi di mezzo lineare (ovvero di nucleo lontano dalla saturazione), i flussi Φ_I e Φ_0 [Wb] prodotti dalle f.m.m. F_I e F_0 sono proporzionali alle f.m.m. stesse. In definitiva si può affermare che Φ_I e Φ_0 sono proporzionali rispettivamente alle correnti I d'indotto ed I_e [A] di eccitazione.

Osservazione: i flussi dei quali abbiamo finora parlato sono da intendersi flussi per polo e, quindi, costanti nel tempo. I flussi che si concatenano con ciascuna fase dell'indotto sono invece flussi variabili sinusoidalmente nel tempo (purché sia costante la velocità di rotazione dell'induttore e l'induzione abbia una distribuzione sinusoidale nel traferro) e, quindi, si possono rappresentare sul piano di Gauss come tutte le altre grandezze sinusoidali nel tempo. Nel seguito, per non appesantire il simbolismo, non faremo distinzione tra i due tipi di flusso anche se la differenza è da tenere presente.

Il flusso sinusoidale complessivo $\overline{\Phi}$ che si concatena con ciascuna fase d'indotto risulterà quindi dalla somma vettoriale $\overline{\Phi} = \overline{\Phi_0} + \overline{\Phi_I}$.

La f.e.m. generata a carico negli avvolgimenti d'indotto della macchina risulta dalla relazione $E = K_A \cdot \Phi \cdot f \cdot N$ [V], ove Φ è ovviamente il flusso per polo a carico, mentre la f.e.m. generata dalla reazione d'indotto vale $E_I = K_A \cdot \Phi_I \cdot f \cdot N$ [V], ove Φ_I è il flusso di reazione d'indotto. In termini vettoriali si può anche affermare che la f.e.m. a carico $\overline{E}$ risulta dalla composizione vettoriale delle f.e.m. prodotte separatamente dal flusso a vuoto e dal flusso di reazione secondo la relazione $\overline{E} = \overline{E_0} + \overline{E_I}$ con le f.e.m. in ritardo di 90° sui rispettivi flussi ed i flussi in fase con le rispettive correnti (purché si trascurino le perdite nel ferro).

La figura sottostante mostra i diagrammi vettoriali relativi ai flussi concatenati, alle f.e.m. ed alle correnti nei tre casi di corrente d'indotto in fase, in quadratura in ritardo, in quadratura in anticipo rispetto alla f.e.m. a vuoto:



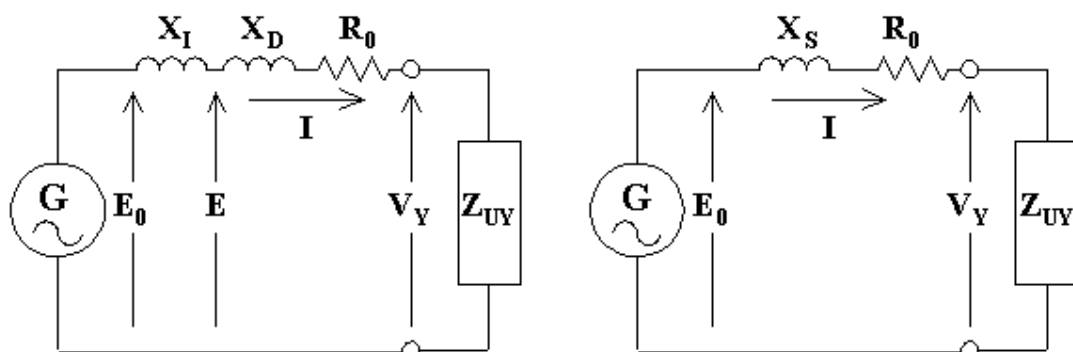
Si nota come, nel caso Ohmico la f.e.m. a carico $\mathbf{E}$ risulta essere in ritardo di un certo angolo rispetto alla f.e.m. a vuoto $\mathbf{E}_0$. Inoltre, sempre nel caso Ohmico, le varie condizioni semplificative fatte portano ad una contraddizione tra quanto mostra il diagramma e quanto accade nella macchina: sul diagramma sembrerebbe $\mathbf{E}$ leggermente maggiore di $\mathbf{E}_0$, mentre in realtà è vero l'opposto.

Si osserva come la f.e.m. di reazione d'indotto $\mathbf{E}_I$ risulta d'ampiezza proporzionale alla corrente d'indotto $\mathbf{I}$ ed in ritardo di 90° sulla stessa. La $\mathbf{E}_I$ ha dunque con la $\mathbf{I}$ una relazione d'ampiezza e fase del tipo $\overline{\mathbf{E}_I} = -j \cdot \mathbf{X}_I \cdot \overline{\mathbf{I}}$ con $\mathbf{X}_I = \mathbf{E}_I / \mathbf{I} [\Omega]$.

Tenendo conto del fatto che $\overline{\mathbf{E}} = \overline{\mathbf{E}_0} + \overline{\mathbf{E}_I} = \overline{\mathbf{E}_0} - (-\overline{\mathbf{E}_I}) = \overline{\mathbf{E}_0} - j \cdot \mathbf{X}_I \cdot \overline{\mathbf{I}}$, la $\mathbf{X}_I$ può essere intesa come una reattanza induttiva e prende il nome di reattanza fittizia di reazione d'indotto. Tale reattanza fittizia deve essere immaginata in serie al generatore ideale di f.e.m. sinusoidale $\mathbf{E}_0$.

Rimane poi da tenere conto della resistenza Ohmica di ciascuna fase d'indotto $\mathbf{R}_0 [\Omega]$ e dei fenomeni d'autoinduzione causati dal flusso costituito dalla parte di campo magnetico generato dalla corrente d'indotto e disperso, quindi andrà considerata la reattanza di dispersione d'indotto $\mathbf{X}_D [\Omega]$.

In definitiva, il comportamento dell'alternatore potrà essere descritto attraverso il modello riassunto dal seguente circuito equivalente di Behn-Eschemburg (riferito ad una sola fase ed immaginando a stella il collegamento dell'indotto):



Lo schema impiegato è quello di destra nel quale la reattanza fittizia di reazione d'indotto e la reattanza di dispersione sono riassunte in un'unica reattanza $\mathbf{X_S = X_I + X_D}$ che prende il nome di reattanza sincrona (questo perché, limitando lo studio al modello di B.E., risulta possibile determinare sperimentalmente $\mathbf{X_S}$ ma non $\mathbf{X_I}$ e $\mathbf{X_D}$). Si dà poi il nome di impedenza sincrona a $\mathbf{Z_S = \sqrt{R_0^2 + X_S^2} [\Omega]}$.

Espressione della coppia resistente

Abbiamo visto che nel caso in cui l'alternatore eroghi una corrente $\mathbf{I}$, anche solo parzialmente in fase con la f.e.m. $\mathbf{E_0}$, scaturisce una reazione d'indotto che ha come effetto quello di originare una coppia elettromagnetica frenante $\mathbf{C_E}$. Tale coppia, se si trascurano le perdite nel ferro, le perdite meccaniche e quelle d'eccitazione sarà la stessa erogata dalla turbina che trascina l'alternatore alla velocità angolare $\mathbf{\Omega}$ [rad/s], ovvero $\mathbf{C_T = P_T / \Omega}$ [N·m] dove $\mathbf{P_T}$ [W] è la potenza erogata dalla turbina. Nell'ipotesi fatta possiamo porre $\mathbf{P_T = P_G = 3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0}$ [W] essendo $\mathbf{P_G}$ la potenza generata dall'alternatore, quindi sarà:

$$\begin{aligned} C_E = C_T &= \frac{3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0}{\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}} = \frac{3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0}{\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p}} = \frac{3 \cdot p \cdot K_A \cdot \Phi_0 \cdot N \cdot I \cdot \cos \varphi_0}{2 \cdot \pi} = \\ &= K_C \cdot \Phi_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0 \quad [\text{N} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

Si osserva come la coppia resistente sia proporzionale al flusso a vuoto (e quindi alla corrente di eccitazione), alla corrente statorica ed al fattore di potenza interno della macchina.

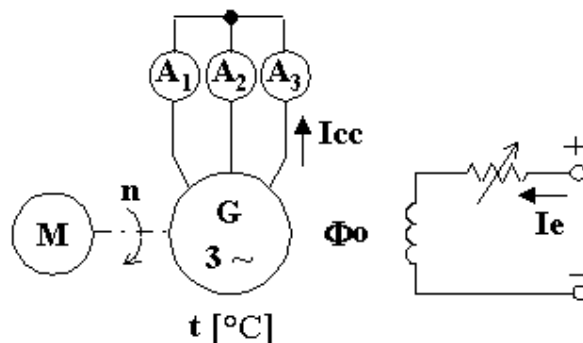
Determinazione sperimentale dell'impedenza sincrona

L'impedenza sincrona si può determinare attraverso le seguenti tre prove sull'alternatore:

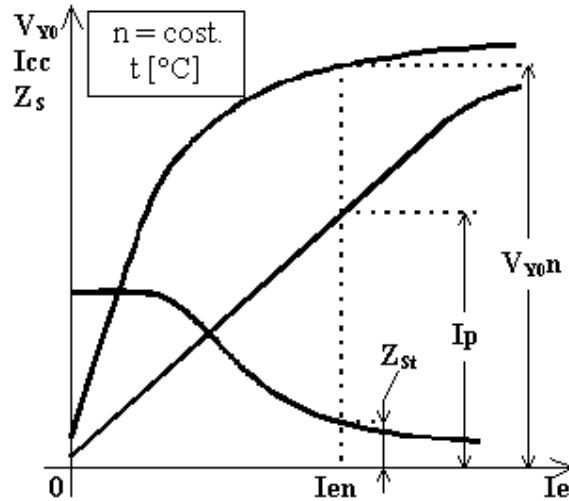
a) misura della resistenza Ohmica equivalente a stella dell'indotto $\mathbf{R_{0t}}$ [Ω], che si effettua in modo del tutto analogo a quello visto per le macchine asincrone. Tale resistenza va associata alla temperatura $\mathbf{t}$ [$^{\circ}\text{C}$] di prova.

b) prova a vuoto nella quale si rileva la caratteristica di magnetizzazione $\mathbf{V_{Y0} = f(I_e)}$, e la tensione d'uscita a vuoto $\mathbf{V_{Y0n}}$ con eccitazione nominale $\mathbf{I_{en}}$ e velocità costante pari a quella nominale, questa prova l'abbiamo già discussa.

c) prova in cortocircuito, eseguita col schema sotto riportato :



che permette di rilevare la caratteristica di cortocircuito $I_{cc} = f(I_e)$ e la corrente permanente di cortocircuito I_p [A] in corrispondenza della eccitazione nominale e velocità costante pari a quella nominale. Tale misura va associata alla temperatura t [°C] di prova. La caratteristica che si ottiene è praticamente rettilinea per un ampio intervallo di eccitazione in quanto l'alternatore in cortocircuito vede un carico che è costituito dalla sua impedenza interna la quale ha un carattere prevalentemente induttivo. A causa di ciò la reazione d'indotto produce nella macchina una forte smagnetizzazione che fa sì che l'induzione, a parità di eccitazione, sia notevolmente inferiore di quella che si avrebbe a vuoto e, quindi, che il mezzo sia lineare anche quando a vuoto il ferro sarebbe in saturazione. Solo per valori estremamente elevati di eccitazione (che in pratica non vengono mai raggiunti) la caratteristica abbandona l'andamento rettilineo.



Eseguendo per i vari valori della corrente di eccitazione il rapporto tra la f.e.m. a vuoto e la corrente di cortocircuito si ottiene la caratteristica dell'impedenza sincrona che, si osserva, si mantiene praticamente costante fino al ginocchio, poi cala rapidamente a causa di una diminuzione di X_l (ovvero di una riduzione degli effetti della reazione d'indotto causata dalla saturazione del ferro).

In corrispondenza dell'eccitazione nominale si calcola :

$$Z_{st} = \frac{V_{y0n}}{I_p} [\Omega]$$

dalla quale, ricordando che la reattanza non dipende dalla temperatura si ha:

$$X_s = \sqrt{Z_{st}^2 - R_{0t}^2} [\Omega]$$

Per la resistenza d'indotto, se T [°C] è la temperatura convenzionale di riferimento, si ha:

$$K_t = \frac{235 + T}{235 + t}$$

e, quindi, $R_0 = R_{0t} \cdot K_t$ [Ω].

Infine, l'impedenza sincrona alla temperatura convenzionale varrà:

$$Z_S = \sqrt{X_S^2 + R_0^2} \quad [\Omega]$$

Per ultimo si calcola l'angolo caratteristico di cortocircuito:

$$\theta = \arctan\left(\frac{X_S}{R_0}\right)$$

Osservazione: gli alternatori devono sopportare la corrente permanente di cortocircuito per almeno 30 [s].

Osservazione: negli alternatori ben costruiti risulta essere $X_S \cong (10 \div 40) \cdot R_0$ e tale fatto, come vedremo, garantisce una maggiore stabilità nel funzionamento in parallelo tra più alternatori. Per tale motivo è sempre θ circa 90° .

Osservazione: il valore dell'impedenza sincrona varia al variare della corrente di eccitazione e, anche, al variare della corrente d'indotto e dello sfasamento di tale corrente. Quindi il parametro X_S del circuito equivalente è non costante e, se si tenesse conto di tale fatto, il circuito equivalente di B.E. sarebbe difficilmente utilizzabile. Tuttavia l'esperienza insegna che scegliendo per la reattanza sincrona il valore corrispondente all'eccitazione nominale si ottengono risultati accettabili, come grado di approssimazione, anche in altre condizioni di funzionamento. In effetti i risultati ottenibili con tale scelta sono cautelativi rispetto ad altre condizioni di lavoro in quanto ben difficilmente capiterà che l'alternatore eroghi su carichi esterni altrettanto induttivi quanto l'impedenza sincrona.

Osservazione: è il caso di ricordare che il modello di B.E. vale per macchine rispondenti alle condizioni limitative date fin dall'inizio di questi appunti.

Caratteristiche esterne, retta di carico

Si definiscono caratteristiche esterne:

$$V_Y = f(I), \quad n = n_n, \quad I_e = I_{en}, \quad \cos\varphi = \text{cost.}$$

Si definisce retta di carico:

$$V_Y = Z_{UY} \cdot I$$

dove Z_{UY} è il modulo dell'impedenza del carico equivalente a stella ed è legato alla pendenza della retta di carico dalla relazione $\alpha = \arctan(Z_{UY})$.

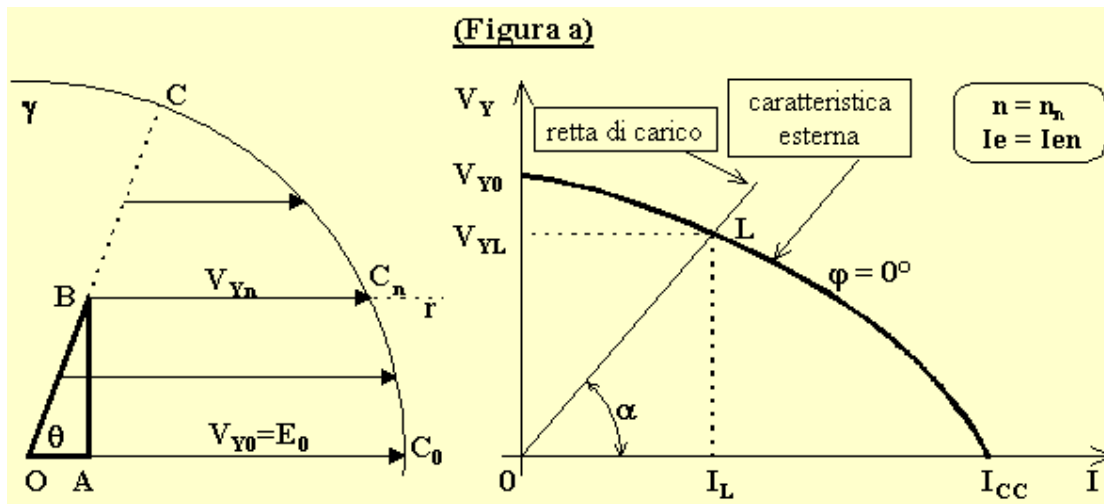
Le caratteristiche esterne si possono determinare mediante una costruzione grafica che si basa sul triangolo di cortocircuito OAB dell'alternatore tracciato per la corrente nominale, sull'arco di circonferenza γ avente centro in O e raggio pari a E_0 , sulla semiretta r parallela al lato OA del triangolo e mandata dal punto B (questa semiretta serve come riferimento per lo sfasamento φ rispetto al quale si desidera la caratteristica esterna).

Fissata una scala per le tensioni (necessaria per costruire il triangolo e tracciare l'arco di cerchio) $1 \text{ [mm]} = v \text{ [V]}$ e preso un generico punto B^* sul segmento OC , si ha che OB^* è proporzionale alla corrente I secondo la scala $1 \text{ [mm]} = (v / Z_S) \text{ [A]}$. Se poi dal punto B^* si invia una semiretta orientata rispetto ad r secondo un prefissato φ , come già visto quando si è discusso l'uso del

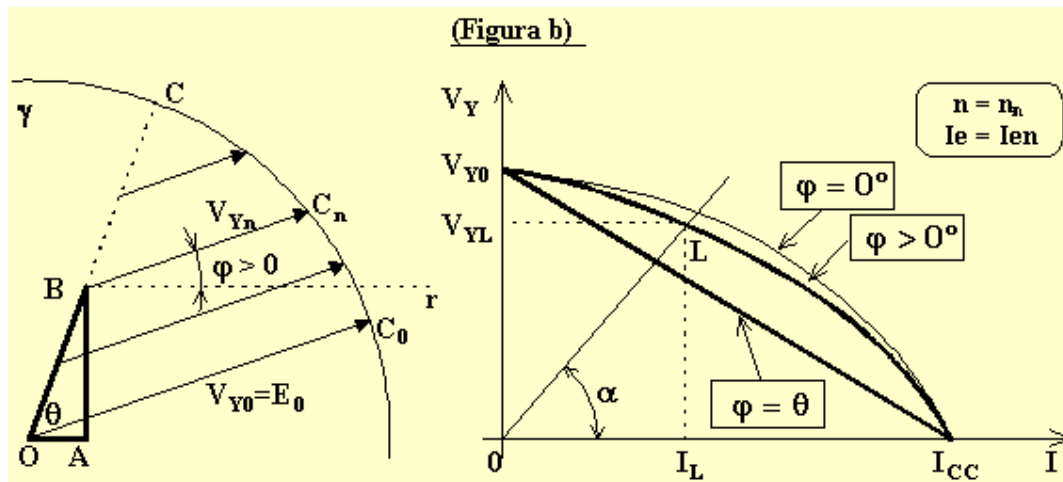
modello di B. E. il segmento intercettato dall'arco di cerchio γ rappresenta la tensione d'uscita stellata V_Y corrispondente alla corrente erogata I ed allo sfasamento φ .

Vediamo separatamente i tre casi:

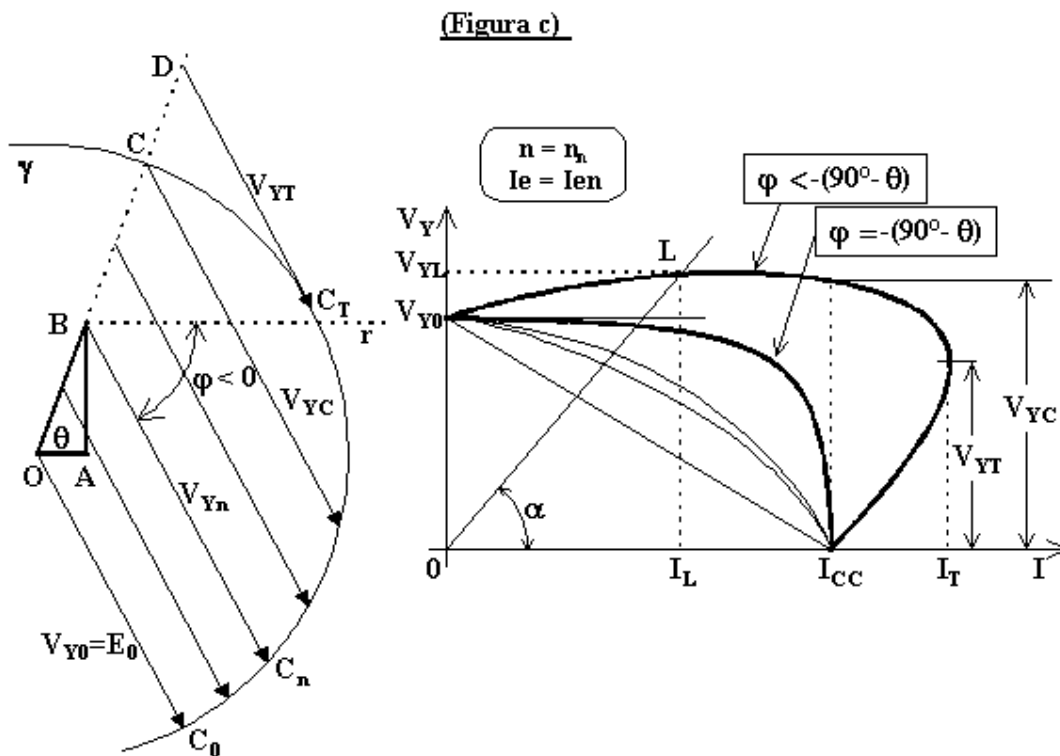
a) carico puramente Ohmico (figura a), ovvero $\varphi = 0^\circ$. Si nota come la caratteristica esterna sia incurvata e cadente. Per $I = 0$ [A] si ha il punto di funzionamento a vuoto, per $V_Y = 0$ [V] si ha il punto di funzionamento in cortocircuito. Partendo dal funzionamento a vuoto si arriva a quello in cortocircuito facendo variare l'impedenza del carico da ∞ [Ω] a 0 [Ω]. Sovrapponendo la retta di carico alla caratteristica esterna si individua il punto di lavoro L coi relativi valori di tensione d'uscita V_{YL} e corrente erogata I_L . Nel funzionamento a vuoto è ovviamente $V_{Y0} = E_0$ [V], mentre nel funzionamento in cortocircuito è $I_{CC} = E_0/Z_S$ [A].



b) carico Ohmico-induttivo (figura b), ovvero $\varphi > 0^\circ$. Si nota come la caratteristica esterna sia ancora incurvata e cadente e, generalmente, al di sotto di quella del caso Ohmico. La caratteristica più bassa di tutte è quella relativa ad uno sfasamento d'uscita uguale all'angolo di cortocircuito, infatti in tal caso tutte le V_Y sono sovrapposte al segmento che unisce i punti O e C . Se si considera una generica V_Y^* rappresentata dal segmento B^*C , si ha che il segmento OB^* rappresenta la caduta di tensione che la corrente associata I^* provoca sull'impedenza sincrona Z_S e la somma di detti segmenti è costante e pari ad OC per qualsiasi punto B^* . Ricordando ciò che ogni segmento rappresenta, si può scrivere $Z_S \cdot I^* + V_Y^* = E_0$, ovvero $V_Y^* = -Z_S \cdot I^* + E_0$ che è l'equazione di una retta avente pendenza negativa $-Z_S$ ed intersezione con l'ordinata pari ad $E_0 = V_{Y0}$.



c) carico Ohmico-capacitivo (figura c), ovvero $\varphi < 0^\circ$. L'andamento della caratteristica dipende dal valore dello sfasamento: se $\varphi > -(90^\circ - \theta)$ la caratteristica è ancora cadente, se $\varphi < -(90^\circ - \theta)$ la caratteristica ha il primo tratto ascendente, ovvero con la tensione d'uscita a carico maggiore di quella a vuoto. In tal caso si nota come la corrente erogata raggiunga e superi quella di cortocircuito quando ancora $Z_{UY} > 0 [\Omega]$, il fenomeno è tanto più accentuato quanto più grande è lo sfasamento in anticipo. Se accade che $\varphi = -(90^\circ - \theta)$ allora la caratteristica interseca ortogonalmente gli assi coordinati e non si ha alcun effetto di sopraelevazione della tensione a carico. E' facile verificare che in tali condizioni si ha $|X_U| = X_S$ e la caduta di tensione sulla reattanza capacitiva del carico eguaglia la c.d.t. sulla reattanza sincrona, si dice che l'alternatore è in risonanza.



I risultati ottenuti discutendo la caratteristica esterna confermano quanto già detto con riferimento agli effetti prodotti dalla reazione d'indotto. Infatti la presenza di corrente erogata in quadratura in ritardo determina una maggiore c.d.t. rispetto al caso di sola corrente in fase e ciò concorda con

l'effetto smagnetizzante dovuto a tale corrente. Viceversa la presenza di corrente erogata in quadratura in anticipo determina una sopraelevazione della tensione d'uscita e ciò concorda con l'effetto sovramagnetizzante dovuto a tale corrente.

Curve di regolazione

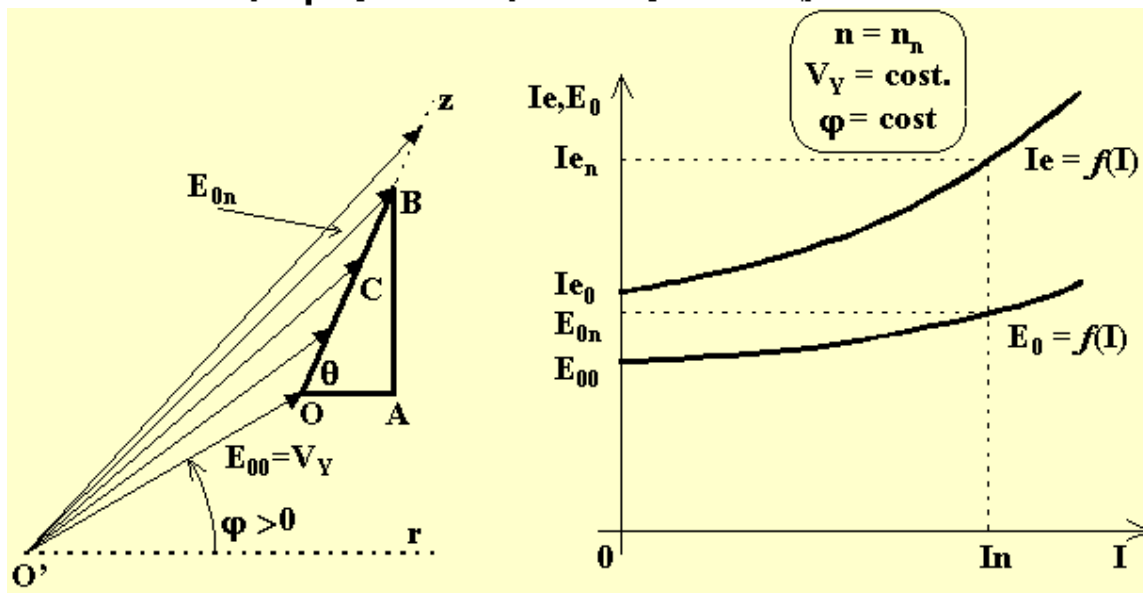
Si definiscono curve di regolazione:

$$E_0 = f(I) \text{ o } I_e = f(I), \quad n = n_n, \quad V_Y = V_{Yn}, \quad \cos\varphi = \text{cost.}$$

Si possono ricavare graficamente con una costruzione che si basa sul solito triangolo di cortocircuito **OAB** disegnato per la corrente nominale. Il triangolo viene disegnato in coda al vettore **O'__O** che rappresenta in scala $1 \text{ [mm]} = v \text{ [V]}$ la tensione stellata per la quale si desidera la caratteristica ed orientato convenientemente rispetto alla semiretta **r** secondo lo sfasamento d'uscita desiderato. Preso un generico punto **C** sulla semiretta **z**, il segmento **O'__C** rappresenta la f.e.m. a vuoto, il segmento **O__C** rappresenta nella scala $1 \text{ [mm]} = (v/Z_S) \text{ [A]}$ la corrente erogata. Se si desidera la corrente di eccitazione, basta leggerla sulla caratteristica di magnetizzazione in corrispondenza della f.e.m. a vuoto. L'andamento delle caratteristiche esterne dipende dal valore dello sfasamento d'uscita, è crescente per $\varphi > -(90^\circ - \theta)$. La caratteristica della **I_e** ha maggior pendenza di quella della **E₀** a causa della non linearità della caratteristica di magnetizzazione.

La f.e.m. a vuoto, oltre che graficamente, può essere calcolata con la relazione:

$$E_0 = \sqrt{(V_Y \cdot \cos\varphi + R_0 \cdot I)^2 + (V_Y \cdot \sin\varphi + X_S \cdot I)^2} \text{ [V]}$$



Potenze generate negli alternatori, coppia resistente

La potenza nominale di un alternatore è la potenza apparente erogata in corrispondenza della corrente nominale e della tensione nominale $S_n = \sqrt{3} \cdot V_n \cdot I_n \text{ [VA]}$. Tale **S_n** definisce la prestazione dell'alternatore, essa è funzione della tensione nominale perché dalla tensione dipendono le perdite nel ferro e della corrente nominale perché dalla corrente dipendono le perdite nel rame. Siccome è dalle perdite che dipende la temperatura nella macchina a regime termico

raggiunto, la potenza nominale determina il cimento termico della macchina e tale limite non deve essere superato per nessun motivo.

Si definisce potenza attiva erogata:

$$P = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ [W]}$$

dove φ è lo sfasamento esterno determinato dall'argomento dell'impedenza di carico. Tale potenza è sempre minore della potenza attiva generata:

$$P_G = 3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0 \text{ [W]}$$

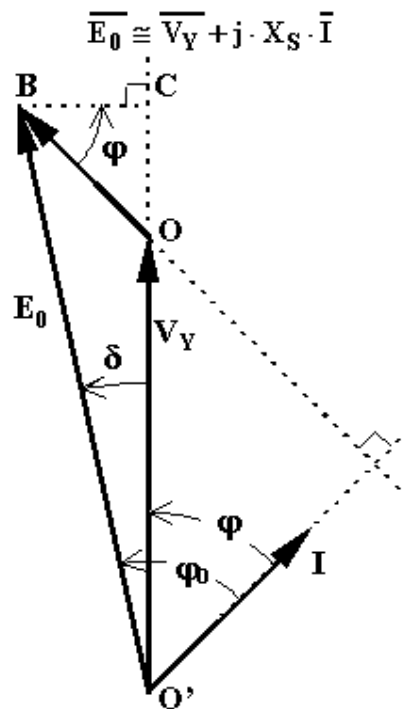
dove φ_0 è lo sfasamento interno. Infatti $P_J = (P_G - P)$ rappresenta le perdite negli avvolgimenti d'indotto (statore) che sono pari a

$$P_J = 3 \cdot R_0 \cdot I^2 \text{ [W]}$$

Per quanto riguarda le potenze reattive, con ovvio significato:

$$Q = \sqrt{3} \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi \text{ [VAR]} , \quad Q_G = 3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \sin \varphi_0 \text{ [VAR]} , \\ Q_S = 3 \cdot X_S \cdot I^2 = Q_G - Q \text{ [VAR]}$$

Il diagramma vettoriale semplificato di B. E. permette una valutazione rapida delle potenze. Tale diagramma si ottiene dall'equazione vettoriale di B. E. avendo trascurato la resistenza R_0 rispetto alla reattanza sincrona X_S , questa operazione è lecita essendo $X_S \gg R_0$:



Nella figura si ha $O_B = X_S \cdot I$, $B_C = X_S \cdot I \cdot \cos \varphi$, $O_C = X_S \cdot I \cdot \sin \varphi$.

Inoltre si ha:

$$I = \frac{S}{3 \cdot V_Y} \text{ [A]}, \quad I \cdot \cos \varphi = \frac{P}{3 \cdot V_Y} \text{ [A]}, \quad I \cdot \sin \varphi = \frac{Q}{3 \cdot V_Y} \text{ [A]}$$

Sostituendo nelle precedenti espressioni si ha infine:

$$O_B = \frac{X_S}{3 \cdot V_Y} \cdot S, \quad B_C = \frac{X_S}{3 \cdot V_Y} \cdot P, \quad O_C = \frac{X_S}{3 \cdot V_Y} \cdot Q$$

che permettono di affermare che i tre lati del triangolo rettangolo OCB sono proporzionali alle potenze erogate dall'alternatore.

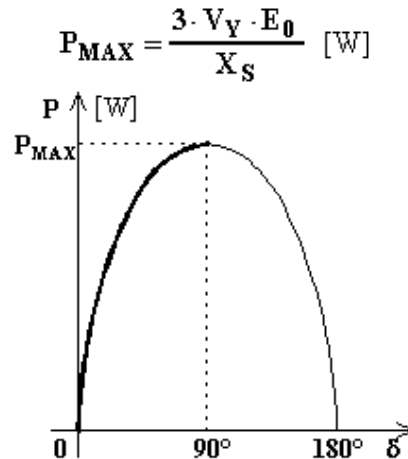
Osservando il diagramma vettoriale si vede che è anche $B_C = E_0 \cdot \sin \delta$, ovvero:

$$\frac{X_S}{3 \cdot V_Y} \cdot P = E_0 \cdot \sin \delta$$

dalla quale si ricava

$$P = \frac{3 \cdot V_Y \cdot E_0}{X_S} \cdot \sin \delta \text{ [W]}$$

che ci mostra come la potenza erogata sia funzione dell'angolo di carico δ secondo la funzione seno. Ovviamente la massima potenza erogabile si ha quando $\delta = 90^\circ$ e vale:



In pratica il funzionamento dell'alternatore deve essere contenuto entro angoli di carico sempre notevolmente inferiori ai 90° al fine di utilizzare il solo tratto ascendente della curva della potenza. In tale tratto ogni eventuale aumento della coppia motrice applicata all'asse, facendo aumentare l'angolo di carico determina un corrispondente aumento della potenza erogata e l'equilibrio dinamico si ricostituisce perché l'aumento della potenza erogata a sua volta determina l'aumento della coppia elettromagnetica frenante. L'angolo di carico $\delta = 90^\circ$ e la potenza erogata P_{MAX} rappresentano il limite di stabilità dell'alternatore. Nel funzionamento normale bisogna stare ben al di sotto di tale limite.

Per quanto riguarda la coppia elettromagnetica frenante, si ricavano le seguenti espressioni:

$$C_E = \frac{P}{\Omega} = \frac{3 \cdot V_Y \cdot E_0 \cdot \sin \delta}{X_S \cdot \Omega} = p \cdot \frac{3 \cdot V_Y \cdot E_0 \cdot \sin \delta}{X_S \cdot \omega} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

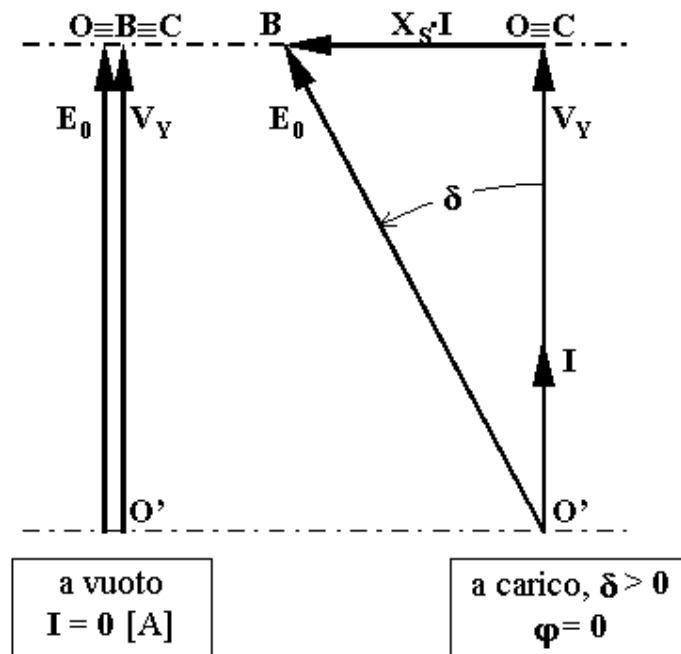
dove la relazione tra la velocità angolare Ω e la pulsazione ω è:

$$\Omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} = \frac{\omega}{p} \quad [\text{rad} / \text{s}]$$

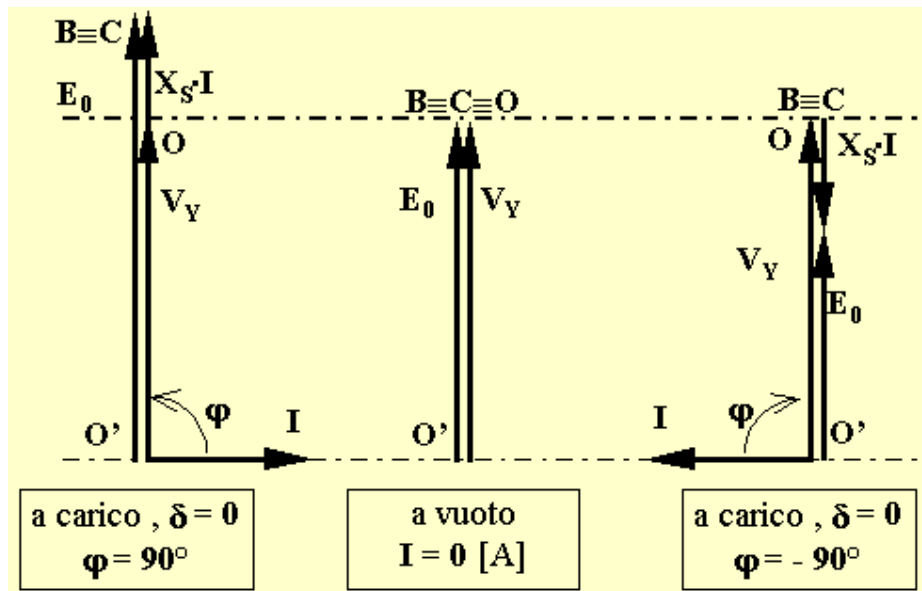
Regolazione del carico, curve a " V "

Vediamo come è necessario agire affinché l'alternatore possa erogare la potenza attiva e la potenza reattiva necessarie al carico.

Per quanto riguarda la potenza attiva, è necessario provocare un anticipo δ della f.e.m. E_0 rispetto alla tensione d'uscita V_Y . A questo scopo si deve imprimere alla ruota polare induttrice uno spostamento in avanti pari a (δ/p) rispetto all'assetto che essa ha nel funzionamento a vuoto. Ciò si realizza aumentando la coppia motrice mediante un aumento di fluido alla turbina, la temporanea accelerazione che ne deriva perdura fino a tanto che la coppia frenante generata nell'alternatore ripristina il necessario equilibrio con la maggiore coppia motrice impressa e con ciò mantiene la marcia sincrona.



Per quanto riguarda la potenza reattiva, bisogna o aumentare l'eccitazione (erogazione di potenza reattiva induttiva) o diminuirla (erogazione di potenza reattiva capacitiva):



Una efficace rappresentazione del carico erogato in funzione della eccitazione viene fornita dalle cosiddette curve a " V " o curve di Mordey:

$$I = f(E_0) \text{ o } I = f(I_e), V_Y = \text{cost.}, n = \text{cost.}, P = \text{cost.}$$

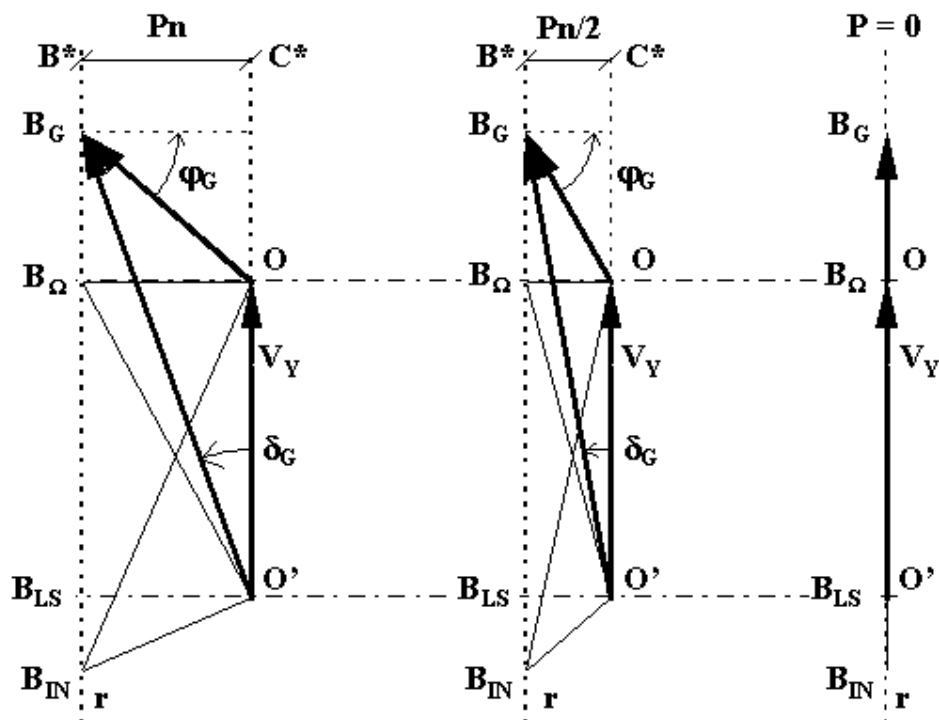
Tali curve si possono ricavare da una costruzione grafica che si basa sul diagramma vettoriale di B. E. semplificato. Si traccia secondo la scala $l[\text{mm}] = v[V]$ il segmento verticale O'_O che rappresenta la V_Y . Quindi, a sinistra, si disegna la retta r distante da V_Y della quantità B^*_C [mm] che rappresenta, nella scala:

$$l[\text{mm}] = \frac{3 \cdot V_Y \cdot v}{X_s} [W]$$

la potenza P per la quale si desidera la curva a " V ". Preso un generico punto B_G sulla retta r , si ha che B_G_O rappresenta nella scala delle tensioni la caduta sulla reattanza sincrona e, secondo la scala:

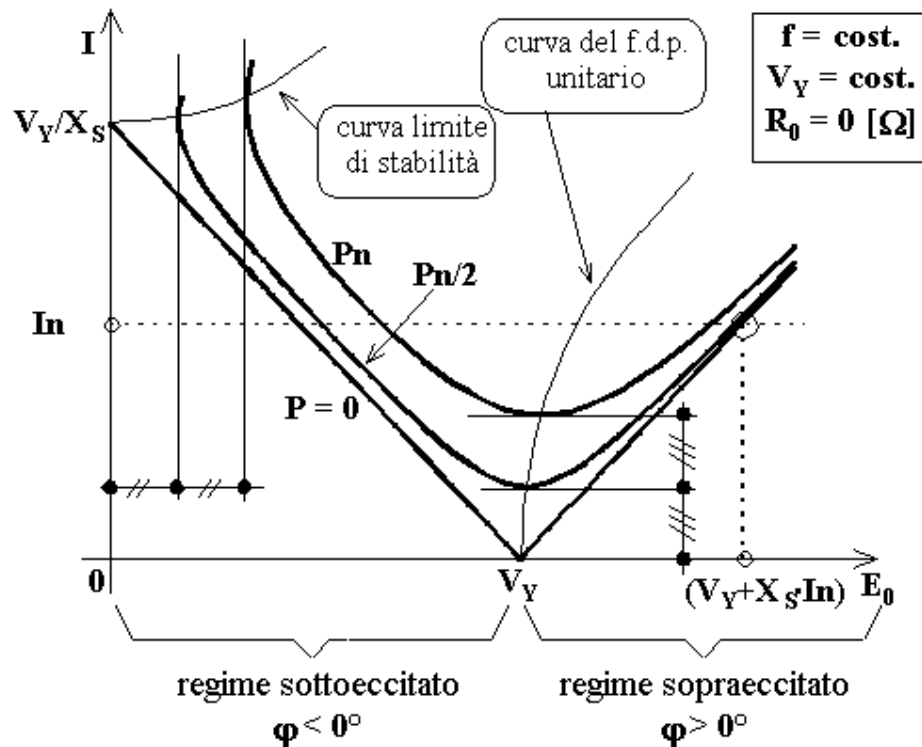
$$l[\text{mm}] = \frac{v}{X_s} [A]$$

la corrente erogata, O'_B rappresenta nella scala delle tensioni la f.e.m. a vuoto E_0 . E' poi facile individuare per il punto B_G prescelto quanto valgono lo sfasamento d'uscita ϕ_G e l'angolo di carico δ_G corrispondenti. Di solito si tracciano le costruzioni per la tensione d'uscita e la frequenza nominali e per potenze pari a $P_n, P_n / 2, 0$ [W]:



Particolarmente significativi sono i punti B_{Ω} che rappresenta il punto di minima corrente erogata e di f.d.p. unitario, B_{LS} che rappresenta il punto limite di stabilità per il quale l'angolo di carico vale 90° e si ha la minima f.e.m. a vuoto. I punti al di sotto di B_{LS} danno luogo a funzionamento instabile. I punti al di sopra di B_{Ω} corrispondono ad erogazione di corrente in ritardo sulla tensione (quindi ad erogazione di potenza reattiva induttiva) ed a regime sovraccitato, i punti al di sotto di B_{Ω} corrispondono ad erogazione di corrente in anticipo sulla tensione (quindi ad erogazione di potenza reattiva capacitiva) ed a regime sottoeccitato. Si osserva come, a parità di potenza attiva erogata, un aumento dell'eccitazione (e quindi della f.e.m. a vuoto) conduca ad una diminuzione dell'angolo di carico e quindi ad un aumento del margine di stabilità dell'alternatore.

Riportando le coppie di valori (E_0 , I) su di un diagramma cartesiano si ottengono le curve a " V " sotto riportate:



Se si disegnano le curve a " V " come $I = f(I_e)$, a causa della non linearità della caratteristica di magnetizzazione, la caratteristica per potenza erogata nulla non sarà composta di due spezzate ma sarà anch'essa curvilinea.

Perdite e rendimento negli alternatori

Si definisce rendimento elettrico:

$$\eta_E = \frac{P}{P_G} = \frac{3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi}{3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0}$$

dove P [W] è la potenza erogata e P_G [W] la potenza generata (pari a quella erogata più quella persa negli avvolgimenti d'indotto). E' facile verificare che il rendimento diminuisce all'aumentare dello sfasamento d'uscita e della resistenza degli avvolgimenti d'indotto.

Si definisce rendimento industriale:

$$\eta = \frac{P}{P_A}$$

dove P_A [W] è la potenza assorbita dall'alternatore.

A vuoto, la potenza assorbita vale $P_{A0} = P_m + P_{fe0} + P_{ec0}$ [W].

A carico, la potenza assorbita vale $P_A = P_m + P_{fe} + P_{ec} + P_{JS} + P_{AD} + P = P_P + P$ [W].

Le perdite meccaniche P_m sono costanti qualunque sia il carico in quanto la velocità della macchina è mantenuta costante. Tali perdite sono dovute all'attrito dei cuscinetti e delle spazzole oltre che alla ventilazione.

Le perdite nel ferro P_{fe} , facendo riferimento al carico più comune che è quello Ohmico-induttivo, aumentano all'aumentare del carico in quanto per mantenere costante la tensione d'uscita è necessario aumentare l'eccitazione e quindi la f.e.m., dal quadrato della quale dipendono tali perdite.

Le perdite per eccitazione P_{ec} che aumentano col quadrato della corrente di eccitazione e, dovendo aumentare l'eccitazione all'aumentare del carico, esse pure aumenteranno. Di solito tali perdite sono comprensive delle perdite elettriche nelle spazzole per il contatto strisciante delle spazzole stesse sugli anelli.

Le perdite negli avvolgimenti dell'indotto P_{js} che dipendono dal quadrato della corrente erogata e quindi dal quadrato del carico.

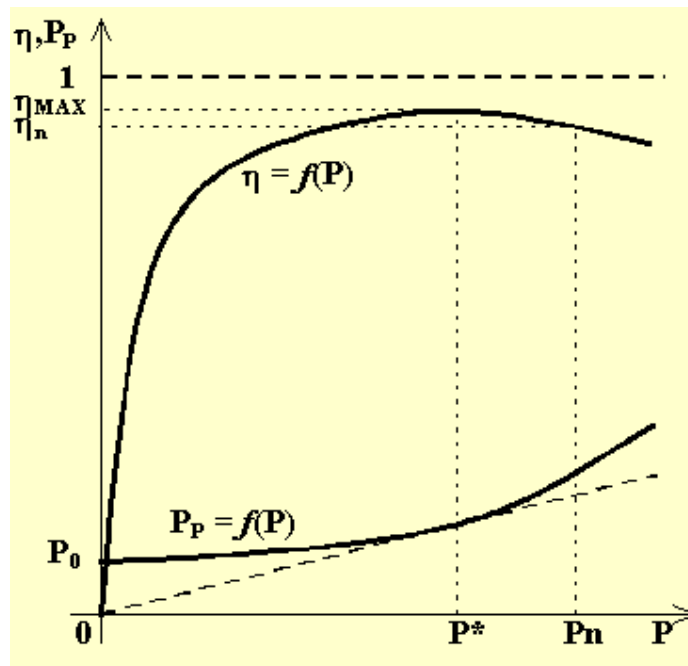
Le perdite addizionali P_{AD} , che caratterizzano tutti gli avvolgimenti in corrente alternata e si aggiungono a quelle Ohmiche tipiche della corrente continua.

Il rendimento industriale è detto effettivo se sia la potenza erogata P che la potenza assorbita P_A sono misurate direttamente. Viene chiamato convenzionale se la potenza assorbita P_A è calcolata come somma di quella erogata P e delle varie perdite P_P misurate singolarmente.

E' significativo osservare che il rendimento è massimo quando è minimo il rapporto P_P / P , infatti è:

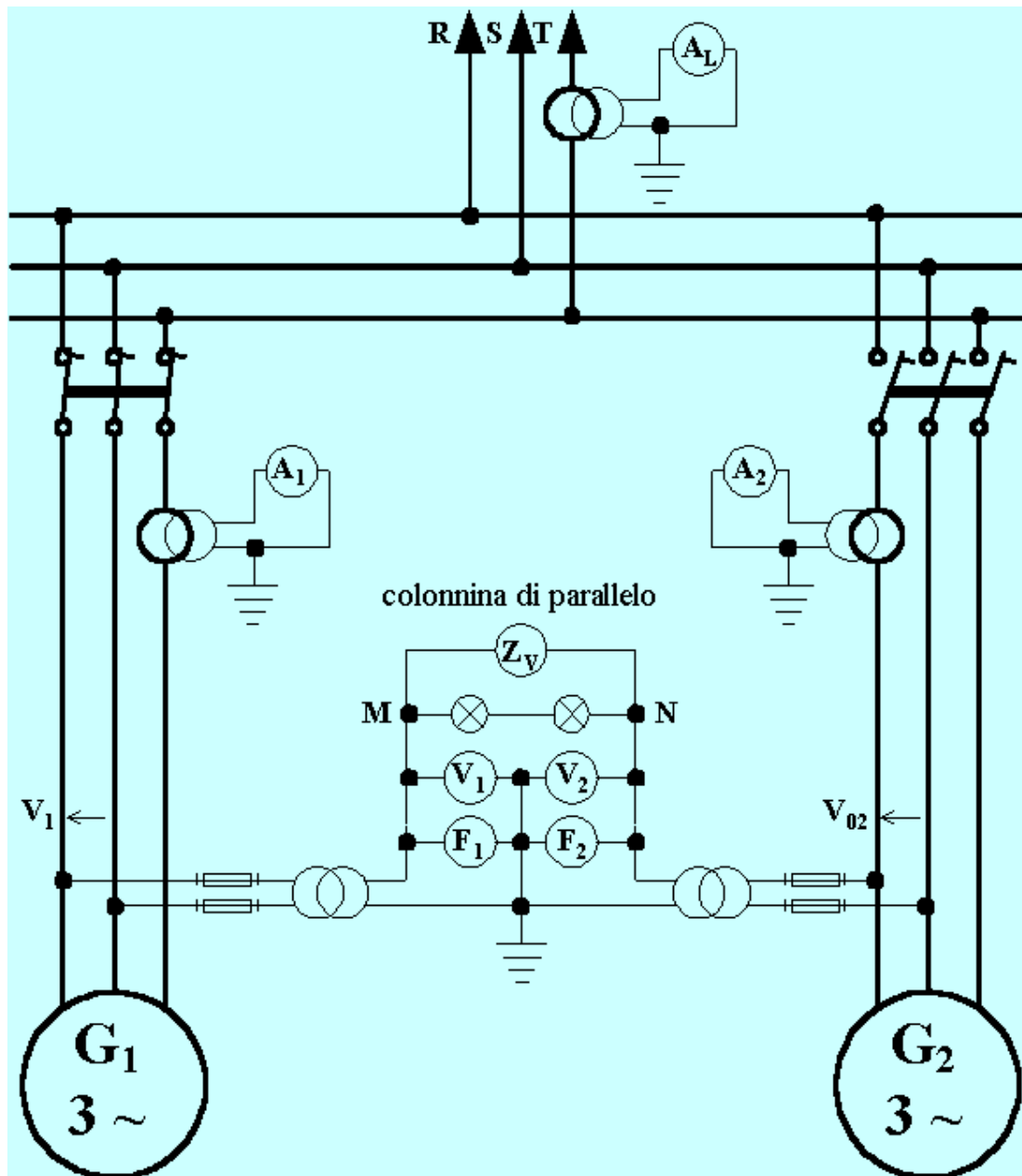
$$\eta = \frac{P}{P + P_P} = \frac{1}{1 + \frac{P_P}{P}}$$

Questo fatto può pure essere dedotto dal grafico riportato sotto dove P^* rappresenta la potenza erogata per la quale si ha il massimo rendimento, infatti per tale ascissa si ha la tangenza alla curva delle perdite della semiretta mandata dall'origine che è anche la semiretta a pendenza minima tra tutte quelle che intersecano la curva. Infine rimane da dire che il rendimento diminuisce assieme del f.d.p. e che l'alternatore è dimensionato per dare il massimo rendimento a circa tre quarti del pieno carico.



Parallelo degli alternatori, le manovre di parallelo

Per poter adeguare la potenza (attiva e reattiva) erogata alla potenza richiesta e per garantire continuità di servizio, più alternatori vengono inseriti in parallelo sulla stessa linea elettrica.



L'accoppiamento di più alternatori in parallelo consiste nel farli funzionare alla stessa tensione e frequenza, con i morsetti omonimi direttamente collegati ad un sistema di sbarre, dalle quali si dipartono le linee che convogliano la somma delle potenze erogate dalle singole macchine.

Condizione indispensabile per la regolarità della manovra è che questa si compia senza perturbare lo stato di regime della rete, cioè senza che si determini all'atto della chiusura dell'interruttore alcuno scambio di corrente fra la nuova macchina inserita e le sbarre. Per tale motivo è necessario collegare in parallelo i due alternatori nell'istante in cui le loro f.e.m., di eguale valore e frequenza, sono in opposizione nel circuito costituito dalla macchina che si inserisce in parallelo con la macchina (o con ciascuna delle macchine della centrale) già in esercizio.

Descriviamo la manovra con riferimento ad alternatori trifasi. L'alternatore G_1 sia funzionante e collegato alle sbarre, l'alternatore G_2 sia fermo e non collegato alle sbarre. Si opera come segue:

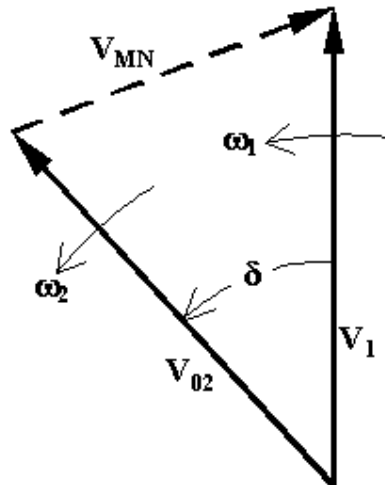
1) aprendo di poco le valvole di immissione del fluido motore della turbina che trascina l'alternatore G_2 si mette in moto tale gruppo, quindi gli si fa assumere una velocità prossima a quella di sincronismo ($n_1 = n_2$ solo se $p_1 = p_2$);

2) contemporaneamente si regola l'eccitazione dell'alternatore G_2 in modo che l'indicazione del voltmetro V_2 sia uguale all'indicazione del voltmetro V_1 (ovvero la tensione a vuoto V_{02} di G_2 sia uguale alla tensione alle sbarre V_1). In tali fasi si è guidati dalle indicazioni dei frequenzimetri e dei voltmetri della colonnina di parallelo.

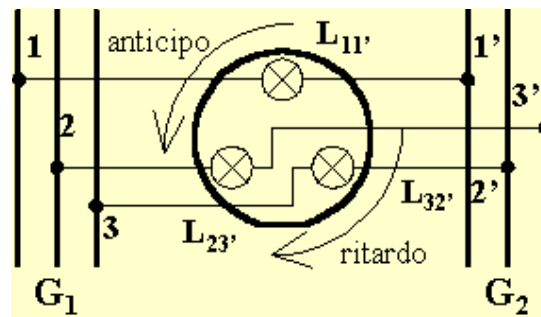
3) si osservano lo zerovoltmetro Z_V e le lampade inseriti in parallelo fra morsetti corrispondenti (questa inserzione viene chiamata a lampade spente, lo zerovoltmetro e le lampade devono essere in grado di poter sopportare una tensione doppia di quella alle sbarre). Se la frequenza f_2 della f.e.m. generata da G_2 è diversa dalla frequenza f_1 della tensione alle sbarre, la tensione V_{MN} ai capi degli indicatori di sincronismo oscilla essendo $\overline{V_{MN}} = \overline{V_1} - \overline{V_{02}}$ e variando nel tempo la posizione relativa dei vettori $\overline{V_1}$ e $\overline{V_{02}}$ a causa delle diverse pulsazioni ω_1 e ω_2 dei vettori stessi. Le lampade sono accese al massimo e lo zerovoltmetro ha l'indice in massima deflessione quando i due vettori sono in opposizione fra loro, le lampade sono spente e lo zerovoltmetro ha l'indice sullo zero quando i due vettori sono sovrapposti. Nel tempo l'indice dello zerovoltmetro oscillerà sincronicamente con i battimenti della luce delle lampade.

4) si regolerà la velocità dell'alternatore G_2 in modo da ridurre i battimenti, fino a farli scomparire, ottenuta questa regolazione si chiude l'interruttore della macchina G_2 .

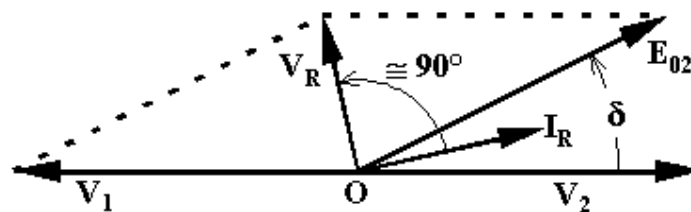
Osservazione : anche se l'alternatore G_2 non ha una velocità rigorosamente uguale a quella che compete alle frequenze di rete, dopo la chiusura dell'interruttore l'alternatore G_2 si mette senz'altro in marcia sincrona con G_1 . Ciò accade perché ogni sua tendenza ad accelerare o ritardare viene automaticamente contrastata dalle energiche coppie sincronizzanti che intervengono per effetto degli scambi di corrente che si verificano tra le macchine quando una di esse tende ad uscire dal sincronismo. Così, ad esempio, se l'alternatore G_2 tende ad anticipare, accade che anche il vettore $\overline{V_{02}}$ si sposta in anticipo rispetto a $\overline{V_1}$ di un certo angolo δ . Con ciò si realizza la condizione per la quale l'alternatore G_2 eroga potenza attiva dando luogo ad una coppia sincronizzante frenante che è proporzionale a $\sin\delta$. Nel caso in cui G_2 tenda a ritardare, il vettore $\overline{V_{02}}$ si sposta in ritardo rispetto a $\overline{V_1}$ e, come vedremo, la seconda macchina assorbirà potenza attiva dalla rete dando origine ad una coppia sincronizzante motrice. Tutto ciò favorirà la messa in marcia al passo di sincronismo tra la macchina e la rete cui essa è allacciata.



In sostituzione della colonnina di parallelo si può usare un sincronoscopio ad ago rotante oppure un sincronoscopio a luce rotante. In tal caso la manovra è facilitata perché il sincronoscopio dà la diretta indicazione sull'intervento da compiere sulla velocità dell'alternatore da accoppiare. Se le frequenze f_1 ed f_2 sono uguali e se V_{02} è in fase con V_1 (condizioni per il parallelo), allora la lampada $L_{11'}$ è spenta mentre le lampade $L_{23'}$ e $L_{32'}$ sono accese sulla stessa intensità. Se invece l'alternatore da accoppiare gira a velocità superiore a quella di sincronismo la lampada $L_{11'}$ tenderà ad accendersi, la lampada $L_{23'}$ tenderà a brillare maggiormente, la lampada $L_{32'}$ tenderà a spegnersi e l'effetto complessivo sarà quello di una rotazione antioraria della luce di sincronismo. Infine, se l'alternatore da accoppiare gira a velocità inferiore di quella di sincronismo, si vedrà la luce del sincronoscopio ruotare in senso orario (come è facile verificare).



Stabilità del parallelo



Se, a parallelo avvenuto, si suppone che l'alternatore G_2 acquisti velocità superiore a quella di sincronismo, si ha che per qualche istante il vettore E_{02} anticipa dell'angolo δ rispetto alla $\overline{V_2} = -\overline{V_1}$. Osservando il diagramma (disegnato ricordando che nel circuito costituito dal parallelo tra le due macchine le rispettive tensioni sono in opposizione tra di loro) si nota che dalla composizione della $\overline{E_{02}}$ e della $\overline{V_1}$ nascerà una tensione risultante $\overline{V_R}$ che farà circolare la

Affinché l'alternatore G_2 eroghi potenza reattiva induttiva sappiamo che si deve aumentare la sua eccitazione. Se la richiesta di potenza reattiva in linea è rimasta invariata, di pari passo si deve diseccitare l'alternatore G_1 perché rimanga invariata la tensione alle sbarre.

In tali condizioni, se i due alternatori sono uguali, l'indicazione dell'eguale ripartizione delle potenze attive è data dalle eguali indicazioni dei wattmetri di macchina, l'eguale ripartizione delle potenze reattive dalle eguali indicazioni dei cosfimetri. In tal caso le correnti indicate dagli amperometri di macchina sono uguali fra di loro e danno una somma aritmetica pari all'intensità della corrente di linea (vedi il primo grafico).

Partendo dalla situazione appena descritta, si supponga di aumentare l'eccitazione della macchina G_1 : si otterrà allora una f.e.m. E_{01}' in tale macchina maggiore di quella precedente E_{01} e, contemporaneamente, si dovrà ridurre l'eccitazione della macchina G_2 (dando così luogo ad una f.e.m. E_{02}' inferiore alla precedente E_{02}) se si vuol mantenere costante la tensione alle sbarre. La condizione di equilibrio delle tensioni $V_1 = V_2 = \text{cost.}$ richiede un'azione smagnetizzante sulla macchina G_1 , troppo eccitata, che perciò eroga adesso una corrente I_1' maggiormente in ritardo su V_1 (affinché diminuisca il suo flusso per polo) ed un'azione sovramagnetizzante sulla macchina G_2 , poco eccitata, che perciò deve erogare una corrente I_2' in anticipo su V_2 al fine di aumentare il suo flusso per polo. Queste due correnti I_1' e I_2' risultano, rispettivamente, somma vettoriale di I_1 ed I_2 con una nuova corrente swattata I_C denominata corrente di compensazione (che non va in linea, ma circola solamente nel circuito interno costituito dagli avvolgimenti statorici delle due macchine e dalle sbarre). Questa corrente è nociva perché produce nelle macchine maggiori perdite e si riconosce, nel caso di macchine uguali ed ugualmente caricate, dalla diversità delle indicazioni dei due amperometri di macchina e dalle diversità delle correnti di eccitazione. Nel caso più generale di alternatori di diversa potenza o uguali ma diversamente caricati, si riconosce dalla diversità delle indicazioni dei cosfimetri di macchina e dal fatto che la somma delle indicazioni degli amperometri di macchina è maggiore di quella dell'amperometro di linea.

Per togliere un alternatore dal parallelo bisogna dapprima scaricarlo (nel caso in cui la richiesta di potenza della linea rimanga invariata, si dovrà caricare in eguale misura il secondo alternatore) e, una volta a vuoto, aprire l'interruttore di linea.

Reazione d'indotto con carichi squilibrati (cenni)

Tale condizione di lavoro può essere immaginata come il risultato della sovrapposizione di un carico equilibrato con uno o più carichi monofase. I carichi monofase determinano una reazione d'indotto che si manifesta non più sotto forma di un campo rotante che si muove in perfetto sincronismo con la ruota polare, bensì sotto forma di un campo alternativo avente una direzione fissa. L'effetto ultimo è quello di produrre a carico delle f.e.m. aventi forma d'onda deformata, la deformazione determina la presenza di una componente armonica significativa del terzo ordine (più altre armoniche meno significative). Per questo motivo la tensione ai morsetti d'uscita sarà pure deformata (anche se, nel caso di collegamento delle tre fasi del sistema a stella, le tensioni concatenate, essendo date dalla differenza tra due tensioni stellate saranno depurate dalla componente più significativa di terza armonica che ha la proprietà di presentarsi in fase sulle tre fasi del sistema).

E' dunque della massima importanza che negli alternatori trifasi il carico sia mantenuto equilibrato per evitare deformazioni della tensione ai morsetti. Se si prevede un servizio su carichi fortemente squilibrati, bisogna munire la ruota polare induttrice di avvolgimenti smorzatori (gabbia di Leblanc, formata da un avvolgimento composto da solide sbarre di rame sistemate in cave a sviluppo assiale praticate lungo le espansioni polari e chiuse frontalmente in cortocircuito da due anelli di rame,

analogamente alla gabbia di scoiattolo delle macchine asincrone). In tal modo si realizza una specie di schermo degli avvolgimenti induttori rispetto al campo d'indotto alternativo.

Oscillazioni pendolari

Se in un alternatore si rompe l'equilibrio dinamico, ad esempio a causa di un improvviso aumento del carico (corrente attiva erogata), la ruota polare rallenta (a causa della aumentata coppia elettromagnetica frenante dovuta alla reazione d'indotto) sulla velocità di sincronismo. Per mantenere la marcia sincrona si dovrà aumentare la coppia motrice del motore primo (turbina) che trascina l'alternatore fino a raggiungere il valore equivalente all'aumentata coppia elettromagnetica frenante e produrre l'angolo di carico che soddisfi la maggiore potenza richiesta da carico stesso. Raggiunta questa posizione di equilibrio delle coppie si ha che, a causa della propria inerzia, la ruota polare persiste nel rallentamento e la coppia motrice del motore primo, regolata in modo da ripristinare la velocità sincrona, aumenterà oltre la coppia elettromagnetica frenante facendo acquisire al gruppo una velocità momentaneamente superiore a quella di sincronismo e un angolo di carico maggiore di quello necessario: si ripeterà il fenomeno sopra descritto ma in senso opposto. In definitiva la ruota polare oscillerà attorno alla sua posizione di equilibrio dinamico.

Nel caso di un unico alternatore alimentante una rete, il risultato è di avere delle pulsazioni della f.e.m. generata che si smorzeranno gradualmente nel tempo.

Se si hanno più macchine sincrone in parallelo si origina un vero e proprio fenomeno di oscillazioni pendolari libere (così chiamate perché il fenomeno, una volta innescato, si autoalimenta) attorno alla posizione di equilibrio. Il periodo di tali oscillazioni libere è costante per una data macchina e dipende dal momento d'inerzia delle masse in rotazione e dalla entità delle coppie sincronizzanti (originate dagli scambi di corrente fra le varie macchine in parallelo). Il pericolo maggiore è che l'escursione di tali oscillazioni porti la macchina fuori dal sincronismo qualora l'angolo di carico superi il limite di stabilità (90°), per tale motivo l'angolo di carico in condizioni nominali di funzionamento deve essere piccolo. A smorzare queste pendolazioni del rotore concorrono tutti quei circuiti sulla ruota polare che possono diventare sede di correnti indotte, correnti determinate dalla pendolazione del rotore rispetto al campo di indotto e che (per il corollario di Lenz della legge generale dell'induzione elettromagnetica) si oppongono alla causa che le ha generate, cioè si oppongono alla variazione di velocità. Questi circuiti smorzatori possono essere costituiti dalla gabbia di Leblanc, qualora manchi la gabbia lo stesso obiettivo si raggiunge realizzando le espansioni polari in ferro massiccio anziché lamellate.

Ancor più gravi sono le oscillazioni pendolari forzate che si manifestano quando l'alternatore ha come motore primo un diesel. Tale motore sviluppa una coppia motrice non costante bensì ad impulsi, cosicché la ruota polare è costretta a seguire tali impulsi. Se accade che il ritmo di questi coincide (o quasi) col ritmo delle oscillazioni libere dell'alternatore, allora si determina un fenomeno di risonanza meccanica in seguito al quale le elongazioni successive delle oscillazioni della ruota polare vanno amplificandosi fino a compromettere la stabilità della macchina sincrona. In tali condizioni è impossibile il funzionamento in parallelo con altre macchine sincrone. Per ridurre le oscillazioni forzate può servire un aumento delle masse volaniche del sistema in rotazione.

Quanto detto vale anche per il motore sincrono, per esso si hanno le oscillazioni pendolari libere quando è accoppiato in parallelo elettrico con altre macchine sincrone, si hanno le oscillazioni pendolari forzate quando è accoppiato a compressori alternativi.

Sistemi di eccitazione

Gli avvolgimenti di eccitazione, che fanno parte ovviamente del circuito di eccitazione, servono a creare il flusso magnetico induttore principale. Essi sono posti attorno ad ogni polo e risultano collegati tra di loro in serie in modo da essere percorsi dalla stessa corrente I_e [A] affinché ogni polo generi rigorosamente lo stesso flusso. Detta corrente è continua e viene fornita alla macchina sincrona con modalità e dispositivi diversi a seconda dei casi.

Nelle macchine di potenza significativa, gli estremi degli avvolgimenti di eccitazione (ruotanti assieme al rotore) fanno capo a due anelli collettori, isolati tra di loro e rigidamente calettati sull'albero di rotazione. Su ciascun anello preme una spazzola, tenuta ferma, ed attraverso le due spazzole si alimenta la serie degli avvolgimenti mediante un opportuno dispositivo di eccitazione in corrente continua.

Un tempo il sistema di eccitazione era costituito da una dinamo principale D eccitata da un'altra dinamo ausiliaria D' di minor potenza, entrambe coassiali con l'alternatore (figura a).

Oggi si utilizza un gruppo statico di tiristori (figura b) il quale converte in tensione continua la tensione alternata trifase dell'alternatore stesso (o di una rete ausiliaria). L'eccitazione statica garantisce un più elevato rendimento, una maggiore affidabilità ed una migliore regolazione della corrente di eccitazione. Infatti trattandosi di un sistema elettronico i dispositivi automatici di regolazione e controllo RV possono realizzare facilmente qualsiasi tipo di regolazione purché al controllo pervengano, tramite i trasformatori di misura TV ed i TA, i segnali proporzionali alla tensione ed alla corrente dell'alternatore. Il trasformatore di potenza TP serve ad adattare la tensione dell'alternatore a quella ottimale per l'eccitazione. E' inoltre presente un dispositivo per l'innescio dell'eccitazione DI in fase di avviamento.

Un altro sistema di eccitazione è quello di ricorrere ad un generatore rotante senza spazzole (brushless) accoppiato coassialmente con l'alternatore principale. Questo generatore consiste in un alternatore ausiliario (eccitatrice) avente il sistema induttore allo statore e l'indotto trifase rotante, la cui corrente trifase erogata viene raddrizzata mediante un ponte di diodi di potenza al silicio e quindi inviata agli avvolgimenti induttori dell'alternatore principale (figura c). L'eccitatrice è quindi costituita da un alternatore trifase ausiliario il cui indotto ruota assieme ai diodi raddrizzatori e agli avvolgimenti d'eccitazione dell'alternatore principale, l'insieme prende il nome di complesso rotante coassiale CR. La regolazione della corrente dell'eccitazione principale deve essere realizzata tramite la corrente della eccitazione dell'alternatore ausiliario ricorrendo ad un piccolo gruppo statico di conversione alimentato dalla tensione trifase dell'alternatore principale tramite il trasformatore di potenza TP.

Il tipo di eccitazione della figura (c) è applicato in alternatori di potenza non superiore ai **100** [MVA], ma già per potenze superiori ai **60** [MVA] si tende a preferire l'eccitazione statica di figura (b), l'eccitazione con dinamo coassiale di figura (a) ha soltanto importanza storica.

La potenza richiesta per l'eccitazione di un alternatore varia dal **5%** allo **0,2%** della potenza nominale passando dagli alternatori di piccola potenza a quelli di grande potenza.

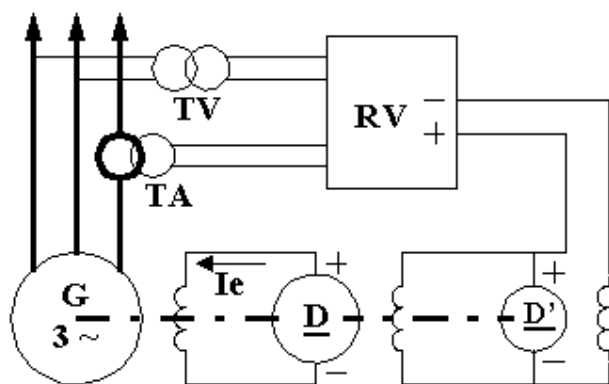


figura (a)

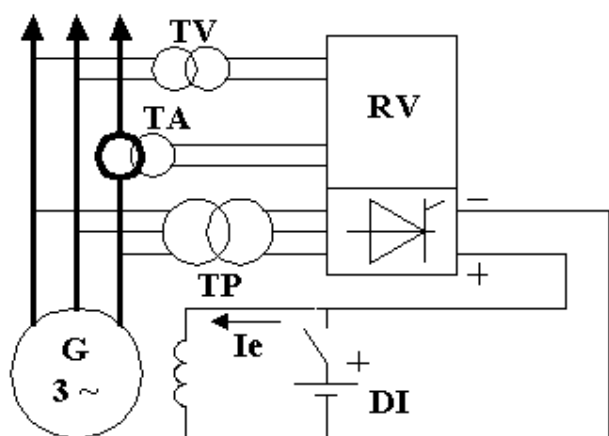


figura (b)

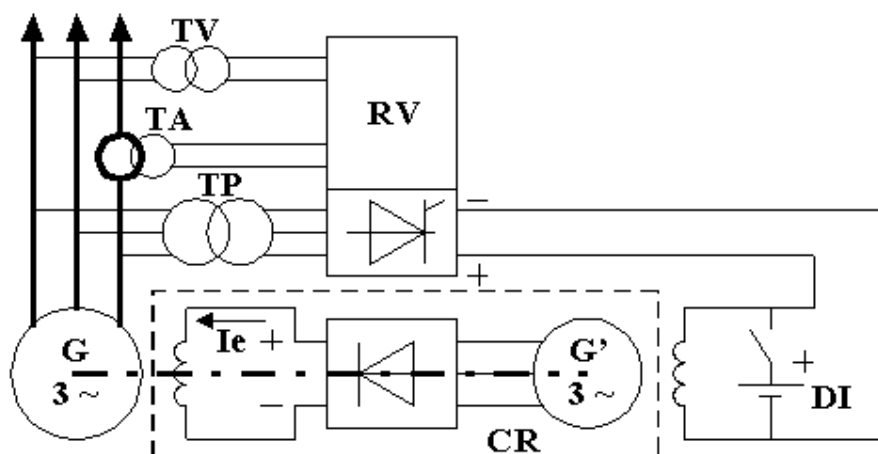
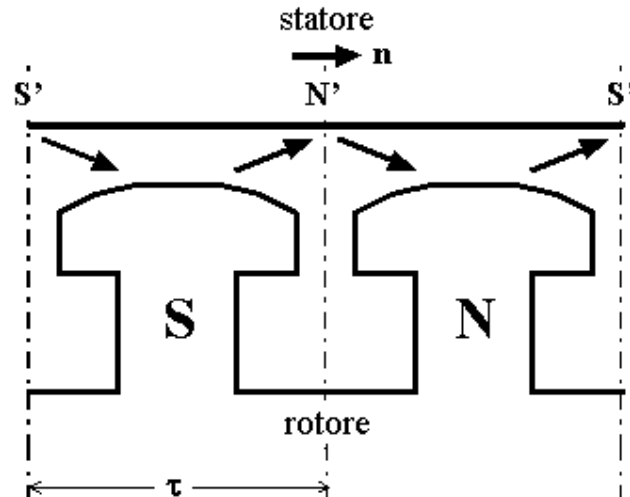


figura (c)

Motori sincroni

Principio di funzionamento



Si consideri una macchina sincrona trifase inizialmente ferma e si supponga di alimentare l'avvolgimento induttore (rotore) con una sorgente ausiliaria di corrente continua e di collegare le tre fasi dello statore ad un sistema trifase di tensioni. Le correnti che circolano nelle fasi di statore producono un campo magnetico rotante di velocità $n = 60 \cdot f / 60$ [g/l']. Tale campo tende a trascinare la ruota polare con forze tangenziali, tuttavia, se la velocità del campo rotante è troppo elevata, per inerzia la ruota polare rimarrà ferma. Infatti, il campo rotante appena avrà ruotato di un passo polare agirà sulla ruota polare con una forza opposta al moto distruggendo l'impulso precedente. La stessa vicenda si ripete in seguito ad ogni periodo e la coppia motrice media risulta nulla.

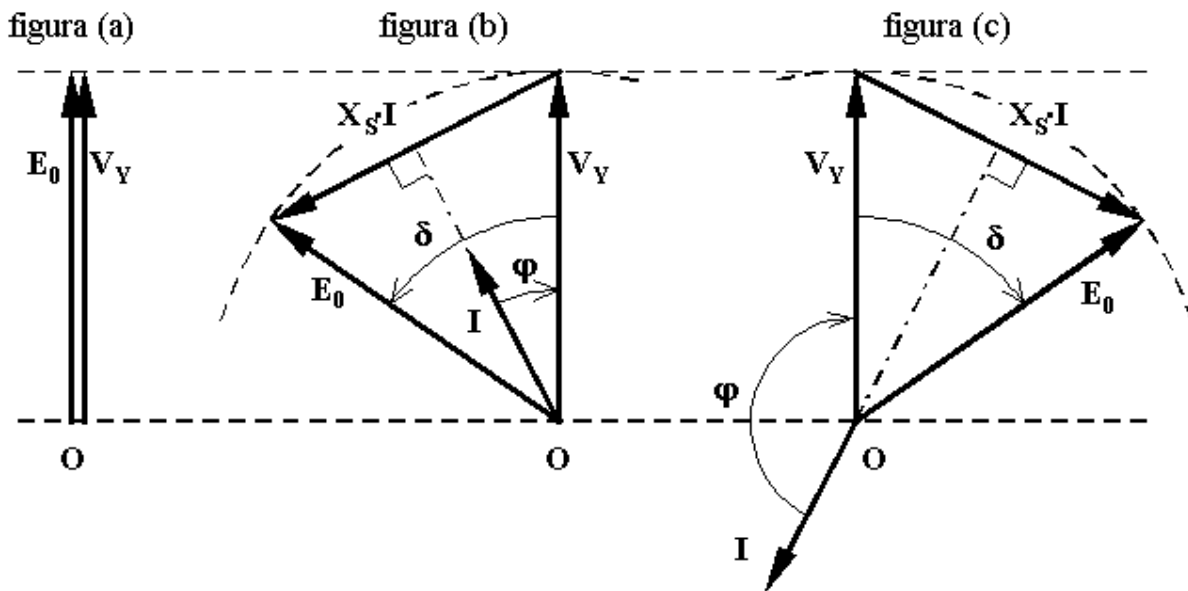
Si intuisce perciò che la ruota polare dovrà essere preventivamente portata alla velocità di sincronismo, quindi si ecciterà la macchina fino a determinare una tensione a vuoto uguale alla tensione di linea e il campo rotante dovrà essere imposto (chiudendo l'interruttore sul montante di macchina) nel preciso istante in cui esso si troverà in una posizione trasversa rispetto alla ruota (come in figura).

Successivamente si potrà sopprimere l'azione motrice esterna perché il campo rotante manterrà la ruota polare in rotazione alla velocità di sincronismo. Se, per qualche motivo, la ruota dovesse rallentare fino a perdere oltre mezzo passo polare rispetto al campo rotante, ne riceverebbe un impulso contrario al moto rallentando ulteriormente perdendo così l'intero passo polare τ . Procedendo nel rallentamento, al secondo passo polare perso l'impulso ricevuto sarebbe nel verso giusto ma difficilmente in grado di riportare la ruota polare in sincronismo: il risultato finale sarà l'arresto del rotore in poco tempo. Durante tale tempo si produrranno impulsi di corrente così violenti da danneggiare la macchina, per tale motivo si deve disporre un interruttore automatico di massima corrente che stacchi la macchina dalla rete appena si produce il primo impulso.

Passaggio dal funzionamento a vuoto al funzionamento come motore

Da quanto sopra esposto, il funzionamento della macchina sincrona come motore inizia dalla condizione di parallelo con la linea, è perciò necessaria una iniziale manovra di parallelo. Appena completata la manovra, la macchina si trova a funzionare a vuoto ovvero non scambia corrente con la linea essendo la f.e.m. E_0 uguale alla tensione di linea V_Y , tuttavia bisogna tenere allacciato il

motore ausiliario esterno che fornirà la potenza meccanica necessaria a vincere le coppie resistenti proprie del funzionamento a vuoto. La figura (a) mostra tale condizione con riferimento al modello di B. E. semplificato, ovvero avendo ritenuto R_0 trascurabile rispetto X_S .



Se all'albero viene applicata una ulteriore coppia motrice si crea l'angolo δ di anticipo della f.e.m. E_0 rispetto alla tensione d'uscita V_Y e si passa al funzionamento come generatore rappresentato dalla figura (b) con erogazione di corrente. La corrente I è erogata essendo $\cos\varphi$ positivo.

Se all'albero si applica una coppia frenante la ruota polare viene a subire un ritardo rispetto alla posizione che le compete nel funzionamento a vuoto e l'angolo δ diventa un angolo di ritardo della E_0 rispetto alla V_Y . Ora la corrente I non è più erogata ma assorbita dalla macchina essendo $\cos\varphi$ negativo. Invertendo la corrente si invertono le polarità del campo rotante di indotto così che si determina una coppia elettromagnetica motrice, concorde col senso di rotazione del rotore, atta a vincere la coppia meccanica frenante applicata dall'esterno. Tale coppia sarà tanto più elevata quanto più è grande l'angolo δ e tale angolo assumerà quel valore per il quale si ripristinano le condizioni di equilibrio dinamico. La macchina si trova nel funzionamento come motore rappresentato dalla figura (c).

Qualunque sia il modo di funzionamento della macchina, sempre il suo modello è riassunto dall'equazione semplificata di B. E. $\vec{j} \cdot \vec{X}_S \cdot \vec{I} = \vec{E}_0 - \vec{V}_Y$.

Metodi per avviare i motori sincroni

Il motore sincrono, come l'alternatore, si deve, prima di collegarlo alla rete, avviarlo e fargli acquistare la velocità sincrona. Per tale scopo si adottano diversi metodi, quali:

a) avviamento del sincro come asincro. Si sfruttano le correnti circolanti nella gabbia di Leblanc oppure nelle testate massicce delle espansioni polari affinché il motore acquisti una velocità molto prossima a quella di sincronismo.

b) avviamento mediante l'eccitatrice. La dinamo eccitatrice coassiale viene fatta funzionare come motore, alimentandola con una adeguata sorgente di corrente continua, fino a far ottenere al gruppo la richiesta velocità.

c) avviamento mediante motore di lancio. Il motore asincrono di lancio, montato di sbalzo sull'albero del gruppo, ha una potenza dell'ordine di 1/10 di quella del sincrono, un numero di poli uguale ed è costruito in modo da avere un basso scorrimento.

Usando uno dei suindicati metodi si ottiene una velocità del sincrono molto prossima al sincronismo. Se, ora, si eccita la ruota polare del sincrono fino a che il voltmetro di macchina segna un valore di tensione uguale a quella di rete, indi si chiude l'interruttore di macchina, ha origine una coppia sincronizzante che fa entrare in passo il motore sincrono. Se l'avviamento è stato eseguito mediante l'asincrono, questo verrà disinserito dopo la sincronizzazione del sincrono.

Metodi per ridurre la corrente all'avviamento

Se si avvia il sincrono come asincrono, la macchina, alla quale nel periodo transitorio dell'avviamento è applicata la piena tensione di rete, assorbe una elevata corrente ($5 \div 7$ volte quella di pieno carico) che determina una forte caduta di tensione nella rete; ciò arreca disturbi agli altri utenti collegati alla linea. Perciò si ricorre inserendo in linea un autotrasformatore trifase abbassatore (o delle bobine di induttanza) che verrà escluso ad avviamento avvenuto. Gli schemi sono analoghi a quelli già visti per i MAT.

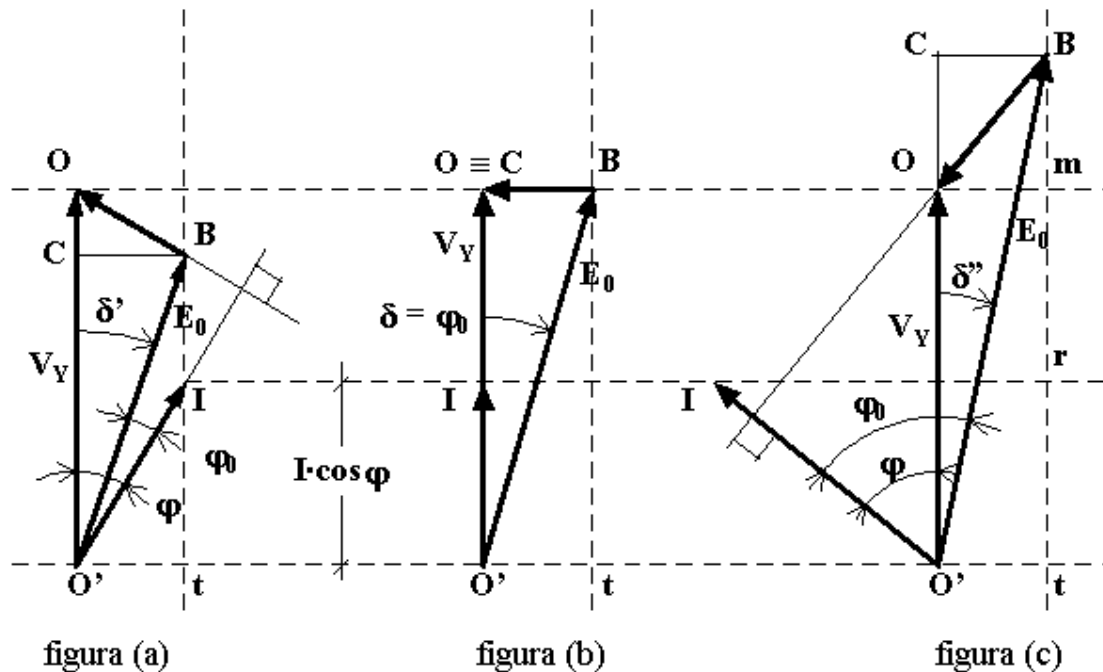
Funzionamento con carico costante ed eccitazione variabile

Le condizioni di regime del motore sincrono dipendono da due variabili indipendenti che, entro i dovuti limiti, possono essere fissate a piacere: a) la coppia resistente applicata all'albero, carico della macchina; b) la f.e.m. a vuoto del motore, che può essere regolata variando l'eccitazione.

A questo punto è bene osservare che, per convenzione, si considera nel caso del motore positiva la potenza elettrica assorbita. Rispetto all'alternatore, dove si considera positiva la potenza elettrica erogata, ciò significa cambiare il segno (e perciò il verso) della corrente. L'equazione semplificata di B.E. che nell'alternatore è $\bar{E}_0 = \bar{V}_Y + j \cdot X_S \cdot \bar{I}$ nel caso del motore diventa $\bar{V}_Y = \bar{E}_0 + j \cdot X_S \cdot \bar{I}$.

Nel modello di B.E. semplificato, avendo trascurato la resistenza dell'indotto rispetto alla reattanza sincrona, il segmento **B_C** rappresenta sia la potenza elettrica attiva assorbita $P_a = 3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi$ che la potenza trasformata da elettrica in meccanica $3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0$.

Il segmento **O_C** rappresenta la potenza elettrica reattiva assorbita $Q_a = 3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \sin \varphi$. Sempre a meno delle perdite per effetto Joule, **B_C** rappresenta anche la coppia motrice elettromagnetica (essendo la velocità angolare rigorosamente costante) che è uguale alla coppia frenante (formata dalla coppia utile più le coppie passive di attrito).



Nel funzionamento a carico costante dovrà essere C_B costante e, quindi, al variare della eccitazione il vettore E_0 si muoverà sulla retta t , adeguando il proprio sfasamento ed il proprio modulo. Sempre per lo stesso motivo, la componente della corrente in fase con la tensione, ovvero $I \cdot \cos \varphi$, sarà costante dovendo essere costante la potenza elettrica attiva assorbita, e quindi l'estremo del vettore rappresentante la corrente dovrà stare sulla retta r . Inoltre, rimanendo costante la tensione applicata al motore, sarà l'estremo del vettore della tensione sempre sulla retta m .

Si osserva che la corrente si adegua al variare della eccitazione in modo tale da soddisfare entrambe le condizioni $I \cdot \cos \varphi = \text{cost.}$, $\overline{V_Y} = \overline{E_0} + j \cdot X_S \cdot \overline{I}$. Inoltre aumentando l'eccitazione, a parità di potenza attiva, diminuisce l'angolo di carico $\delta'' < \delta < \delta'$ e con questo aumenta il margine di stabilità del motore sincrono. In tal modo si interviene per evitare la perdita di passo in motori vicini al limite di stabilità (ovviamente stando attenti che la corrente assorbita sia compatibile coi limiti di dimensionamento della macchina). Se viceversa, ad un sincro già caricato, si diminuisce l'eccitazione si verrà ad aumentare l'angolo di carico e con questo si ridurrà il margine di stabilità del motore.

Risulta ora facile discutere le tre condizioni:

figura (a) : motore sottoeccitato, assorbe una potenza reattiva induttiva;

figura (b) : motore giustamente eccitato, assorbe la minima corrente essendo $\cos \varphi = 1$;

figura (c) : motore sovraccitato, assorbe una potenza reattiva capacitiva.

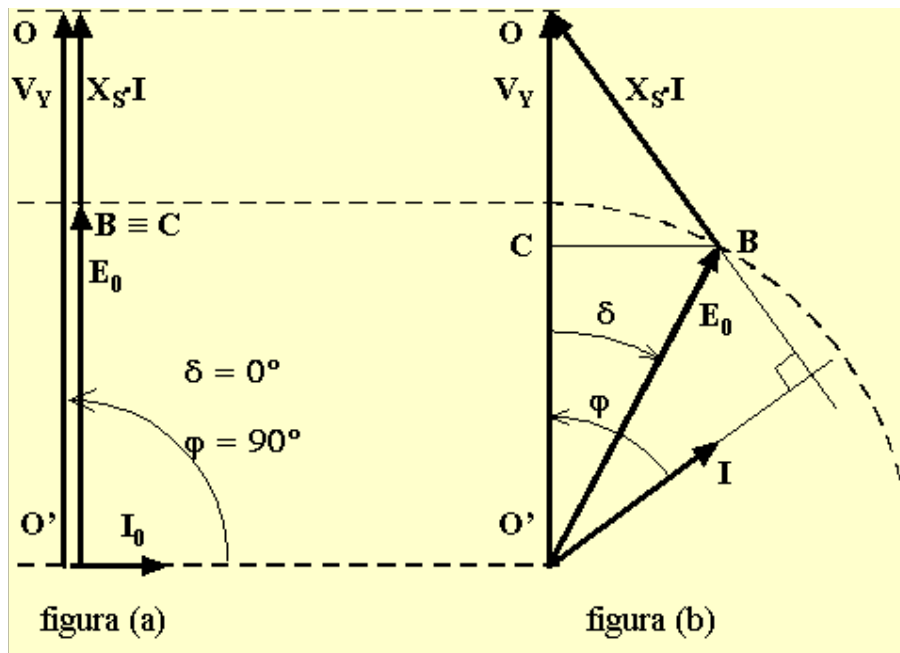
Dai diagrammi precedenti si può mettere in relazione la corrente assorbita con la f.e.m. a vuoto nelle condizioni di tensione applicata costante, potenza erogata costante ed eccitazione variabile ottenendo così le curve a "V" del motore. Tali curve sono del tutto uguali a quelle del generatore già viste. Come per l'alternatore, lo sfasamento delle correnti è sempre determinato dal fatto che nel regime sovraccitato deve prodursi una reazione d'indotto smagnetizzante, solo che trattandosi di un

motore la corrente deve essere assorbita in anticipo rispetto alla tensione (mentre per il generatore era la corrente erogata in ritardo rispetto alla tensione).

Funzionamento con eccitazione costante e carico variabile

Se rimane costante l'eccitazione del sincro, rimane pure costante la f.e.m. E_0 , di conseguenza, al variare del carico, varierà soltanto l'angolo δ di ritardo della E_0 rispetto alla tensione applicata al motore V_Y , per cui l'estremo del vettore E_0 viene a descrivere un arco di circonferenza centrato in O' . Il campo di variabilità va da $\delta = 0$ (carico nullo, assorbimento di sola potenza reattiva) a $\delta = 90^\circ$. In questa situazione il motore lavora al limite della stabilità, infatti essendo la coppia elettromagnetica motrice quella massima, un ulteriore carico frenante farebbe perdere il passo all'alternatore.

Nel caso di motore sottoeccitato valgono i diagrammi semplificati (avendo trascurato R_0) di B. E. sotto riportati:



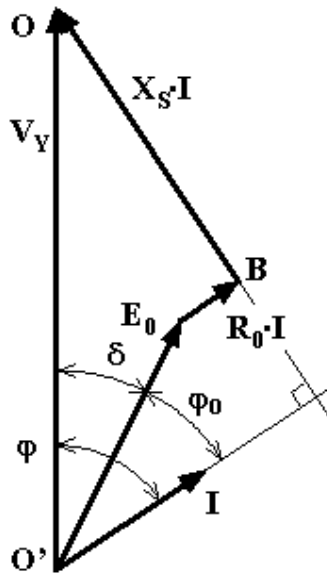
La figura (a) rappresenta il funzionamento a vuoto (cioè senza carico applicato all'albero) nel quale il motore assorbe una corrente I_0 swattata in ritardo (salvo la piccola componente attiva di corrente assorbita per compensare le perdite nella macchina).

La figura (b) rappresenta il funzionamento a carico nel quale la potenza attiva assorbita, proporzionale al segmento B_C , vale:

$$P_a = 3 \cdot \frac{V_Y \cdot E_0}{X_S} \cdot \sin \delta = 3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ [W]}$$

e, a meno delle perdite meccaniche, coincide con la potenza meccanica erogata $P_e = C \cdot \Omega$ [W]. La macchina assorbirà dalla rete che la alimenta anche una potenza reattiva induttiva (perché sottoeccitata) proporzionale al segmento C_O e pari a $Q_a = 3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \sin \varphi$ [VAR].

Potenza, coppia, rendimento



Nei diagrammi precedenti si è trascurata la resistenza dell'indotto R_0 rispetto alla reattanza di dispersione X_S . Se si tiene conto di tale resistenza il diagramma di B. E. assume l'andamento riportato sopra. Da tale diagramma si ha:

$$V_Y \cdot \cos \varphi = E_0 \cdot \cos \varphi_0 + R_0 \cdot I$$

moltiplicando entrambi i membri per $3 \cdot I$ si ha:

$$3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0 + 3 \cdot R_0 \cdot I^2$$

dove il primo membro rappresenta la potenza elettrica assorbita, il primo termine a secondo membro la potenza trasformata in meccanica, il secondo le perdite Joule nell'indotto. La coppia elettromagnetica motrice generata vale:

$$C_M = \frac{3 \cdot E_0 \cdot I \cdot \cos \varphi_0}{\Omega} = 3 \cdot \frac{V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi - R_0 \cdot I^2}{\Omega} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

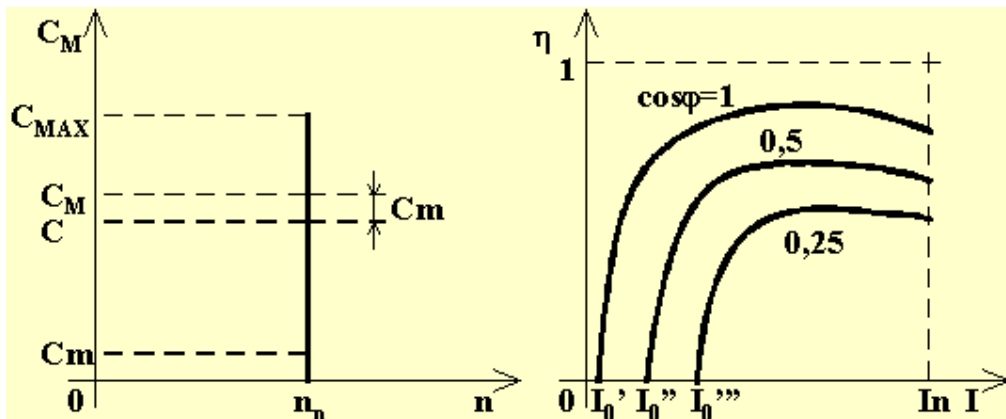
Si osserva che, a parità di potenza assorbita, la coppia motrice generata è massima quando $\cos \varphi = 1$ essendo in tale condizione minima la corrente.

Il rendimento del motore vale:

$$\eta = \frac{3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi - \sum P_P}{3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi} = 1 - \frac{\sum P_P}{3 \cdot V_Y \cdot I \cdot \cos \varphi}$$

dove $\sum P_P$ rappresenta le perdite complessive, analoghe a quelle dei generatori sincroni.

Caratteristiche meccaniche e del rendimento



Dove C_{MAX} è la massima coppia elettromagnetica motrice raggiungibile senza uscire dal sincronismo, C_M è la coppia elettromagnetica generata in condizioni nominali, C_m è la coppia persa per vincere le perdite meccaniche, C è la coppia utile all'asse.

Applicazioni

- Negli stabilimenti industriali ove sono installati numerosi motori asincroni, si sostituisce uno di questi con un sincro sovrereccitato che svolge così la doppia funzione di motore e rifasatore.
- All'arrivo delle linee di trasmissione, collegati in derivazione e funzionanti a vuoto, opportunamente sovrereccitati svolgono la funzione di condensatori sincroni. In tal modo è possibile disimpegnare gli alternatori delle centrali dalla erogazione di potenza reattiva induttiva.
- All'arrivo delle linee di trasmissione, collegati in derivazione, funzionanti a vuoto e fortemente sovrereccitati danno luogo ad elevati sfasamenti in anticipo per cui si determina negli alternatori in centrale una sopraelevazione di tensione (effetto Ferranti) anziché una caduta. E' perciò possibile regolare il valore della tensione nei centri di consumo. Il sincro, ubicato nelle stazioni di trasformazione, funziona come regolatore della tensione al variare del carico.

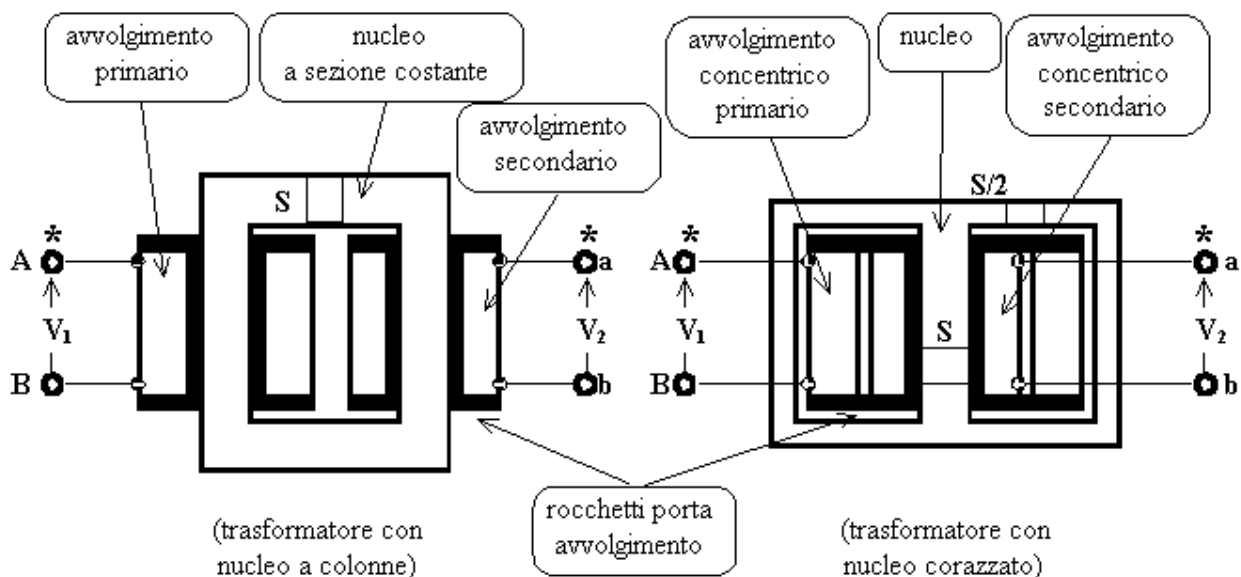
Trasformatore

Generalità, principio di funzionamento

Col nome di trasformatori si definiscono delle macchine elettriche statiche (cioè senza organi in movimento) che permettono di trasferire potenza elettrica (attiva e reattiva) tra due sistemi elettrici (in corrente alternata) tra di loro non direttamente connessi e funzionanti a tensioni anche diverse. I trasformatori che assolvono principalmente a questa funzione sono detti trasformatori di potenza e possono essere monofasi o trifasi. Si hanno poi trasformatori speciali quali gli autotrasformatori (nei quali manca l'isolamento tra i sistemi elettrici connessi) ed i trasformatori a corrente costante (usati per alimentare gli impianti di illuminazione stradale con lampade in serie). Infine vi sono i trasformatori di misura, voltmetrici o amperometrici, che servono ad adattare i valori di tensione e corrente alternata da misurare alle portate degli strumenti impiegati. Tutti i trasformatori fino ad ora denominati sono caratterizzati dal funzionare alla frequenza industriale che, nel nostro paese ed in Europa vale **50 [Hz]**, ed è di questi che noi tratteremo. Esistono ulteriori applicazioni del trasformatore a frequenze diverse da quella industriale, ma noi non le prenderemo in considerazione essendo di interesse più elettronico che elettrotecnico.

Per quanto riguarda il principio di funzionamento, si può brevemente dire che la macchina (monofase) si compone di due avvolgimenti di materiale conduttore (rame o alluminio), l'avvolgimento primario e l'avvolgimento secondario tra di loro isolati, mutuamente accoppiati attraverso un circuito magnetico (chiamato nucleo e realizzato, come vedremo, sovrapponendo lamierini ferromagnetici). Allacciando l'avvolgimento primario in derivazione al sistema dal quale si intende prelevare potenza elettrica e collegando ai morsetti dell'avvolgimento secondario il sistema al quale si intende trasferire la potenza, nel caso in cui questo sistema abbia un'impedenza non infinita avviene il trasferimento di potenza. Maggiori dettagli sul principio di funzionamento saranno esposti nel paragrafo seguente.

Costruttivamente il trasformatore monofase può essere realizzato nei due seguenti modi:



Lo scopo di quanto seguirà è quello di studiare la macchina al fine di ricavarne un modello che, considerando la natura elettrica della macchina, sarà costituito da un circuito equivalente. Una volta noto il modello sarà possibile prevedere il comportamento della macchina in qualsiasi condizione di funzionamento attraverso delle simulazioni e, in definitiva, sarà possibile utilizzare la macchina nel miglior modo possibile.

Considerando la complessità della macchina, risulta conveniente iniziargli lo studio e ricavarne il modello per condizioni ideali e, successivamente, introdurre nel modello tutte quelle correzioni che permettono di tenere conto dei tanti aspetti reali non trascurabili. In ogni caso il modello che si ottiene è sempre il risultato di indispensabili ipotesi semplificative, oltre che della corretta valutazione delle numerose leggi che governano il funzionamento della macchina. Il processo di modellazione di un sistema, pur se con procedure diverse, è comune a tutti gli ambiti scientifico-tecnologici e, sempre, si cerca di arrivare ad un modello matematico essendo questo particolarmente idoneo alle elaborazioni, anche numeriche. Nel nostro caso, il modello matematico sarà costituito dalle equazioni elettrotecniche riferite al circuito equivalente.

[Trasformatori](#)

[Programma per la classe quarta](#)

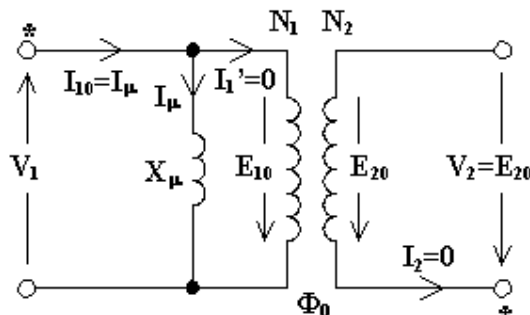
[Home Page](#)

Trasformatore monofase ideale

Si definisce ideale un trasformatore caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- a) resistività elettrica del materiale conduttore impiegato per gli avvolgimenti di valore nullo, così da potersi ritenere nulle le resistenze Ohmiche degli avvolgimenti;
- b) permeabilità magnetica del mezzo circostante il nucleo di valore nullo, così da potersi ritenere tutto il flusso magnetico confinato nel nucleo stesso e concatenato con entrambi gli avvolgimenti. Permeabilità del nucleo finita e costante, così da poter ritenere lineare il mezzo ferromagnetico.
- c) perdite nel materiale ferromagnetico del nucleo nulle.

Funzionamento a vuoto del trasformatore ideale



Alimentando alla tensione sinusoidale V_1 il primario del trasformatore composto di N_1 spire, in esso circolerà una corrente sinusoidale I_μ (chiamata corrente magnetizzante, in quadratura in ritardo rispetto alla tensione) che creerà una forza magnetomotrice sinusoidale $N_1 \cdot I_\mu$ e, quindi, un flusso sinusoidale Φ_0 (in fase con la corrente magnetizzante). Tale flusso, in base alle ipotesi fatte, si chiude tutto attraverso il circuito magnetico ed, essendo variabile sinusoidalmente, indurrà per via della legge generale dell'induzione elettromagnetica una forza elettromotrice sinusoidale in ciascuno dei due avvolgimenti. Tali f.e.m. sono entrambe in ritardo di 90° rispetto al flusso e valgono in valore efficace rispettivamente:

$$E_{10} \cong 4,443 \cdot f \cdot \Phi_{0M} \cdot N_1 \text{ [V]} , \quad E_{20} \cong 4,443 \cdot f \cdot \Phi_{0M} \cdot N_2 \text{ [V]}$$

dove f è la frequenza della tensione d'alimentazione, Φ_{0M} [Wb] è il valore massimo del flusso. Essendo il trasformatore a vuoto, la corrente da esso erogata sarà nulla $I_2 = 0$ e l'impedenza di carico che si immagina applicata al secondario del trasformatore sarà infinita $Z_u = \infty$.

La dimostrazione dell'espressione della f.e.m. è la seguente. Per i valori istantanei, il flusso nel nucleo vale:

$$\Phi_0(t) = \Phi_{0M} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \text{ [Wb]}$$

ed il flusso concatenato con l'avvolgimento primario vale:

$$\Phi_{0C1}(t) = N_1 \cdot \Phi_0(t) \text{ [Wb]}$$

Dalla legge generale dell'induzione elettromagnetica, ricordando che:

$$\frac{d \text{sen}[f(t)]}{dt} = f'(t) \cdot \cos[f(t)]$$

si ottiene per la f.e.m. indotta al primario:

$$e_{10}(t) = - \frac{d\Phi_{0C1}(t)}{dt} = -N_1 \cdot \Phi_{0M} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Chiamando:

$$E_{10M} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Phi_{0M} \cdot N_1 \text{ [V]}$$

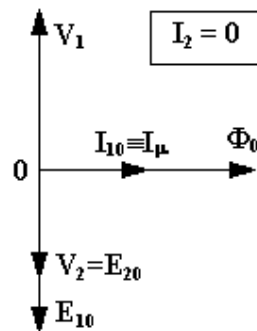
il valore massimo della f.e.m. indotta al primario e ricordando che $\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen}(\alpha)$ e che $\cos(\alpha) = \text{sen}(\pi/2 - \alpha)$, l'espressione ai valori istantanei diventa:

$$e_{10}(t) = E_{10M} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t - \pi/2) \text{ [V]}$$

che conferma il ritardo di 90° della f.e.m. rispetto al flusso, per quanto riguarda il valore efficace si ha:

$$E_{10} = \frac{E_{10M}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \Phi_{0M} \cdot N_1}{\sqrt{2}} \cong 4,443 \cdot f \cdot \Phi_{0M} \cdot N_1 \text{ [V]}$$

come volevasi dimostrare.



Passando dai valori efficaci ai valori vettoriali, così da tenere conto delle relazioni di fase tra le varie grandezze, e considerando il flusso ad argomento iniziale nullo, si avrà:

$$\overline{E_{10}} = -j \cdot E_{10} \quad , \quad \overline{E_{20}} = -j \cdot E_{20}$$

Inoltre, applicando la legge di Ohm alla maglia del primario si ha $\overline{V_1} + \overline{E_{10}} = 0$ ovvero $\overline{V_1} = -\overline{E_{10}}$ mentre al secondario si ha $\overline{V_2} = \overline{E_{20}}$. Il tutto è riportato sul piano di Gauss nel diagramma sopra disegnato e fa riferimento ad un trasformatore riduttore ($N_1 > N_2$).

Si osserva che la corrente assorbita dal trasformatore ideale a vuoto è composta unicamente dalla corrente magnetizzante ed è in ritardo di 90° rispetto alla tensione applicata, quindi di essa si può tenere conto nel circuito equivalente con una reattanza fittizia induttiva X_μ [Ω] di adeguato valore. Tale reattanza andrà posta trasversalmente, ovvero sottoposta alla tensione applicata V_1 in quanto la corrente magnetizzante ha un valore massimo che vale:

$$I_{\mu M} = \frac{\Phi_{0M} \cdot \mathfrak{R}}{N_1} \quad [A]$$

(ricavato dalla legge di Hopkinson applicata al circuito magnetico, dove $\mathfrak{R}$ [H^{-1}] è la riluttanza di detto circuito) e, dipendendo dal flusso massimo, dipende dalla f.e.m. E_1 e quindi dalla tensione V_1 . La reattanza trasversale fittizia potrà essere calcolata come:

$$X_\mu = \frac{E_{10}}{I_\mu} = \frac{V_1}{I_\mu} \quad [\Omega]$$

Si osserva che, fissata la tensione e la frequenza di alimentazione del trasformatore, il flusso è del tutto indipendente dalla configurazione e dalla riluttanza del nucleo essendo uguale a:

$$\Phi_{0M} \cong \frac{E_{10}}{4,443 \cdot f \cdot N_1} = \frac{V_1}{4,443 \cdot f \cdot N_1} \quad [Wb]$$

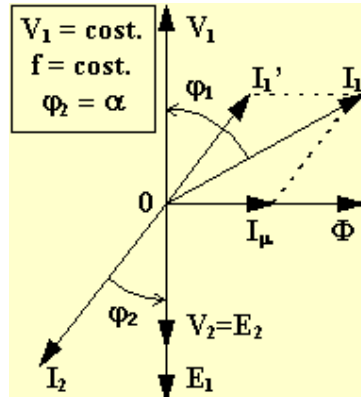
mentre tali parametri intervengono solo a determinare l'entità della corrente magnetizzante (e quindi della reattanza trasversale) necessaria a sostenere il flusso.

Si osserva che, mettendo a rapporto le f.e.m. si ha:

$$\frac{E_{10}}{E_{20}} = \frac{N_1}{N_2} = m$$

dove **m** è chiamato rapporto di spire. Questa relazione tra le f.e.m. vale sia per il trasformatore ideale che per quello reale, qualunque sia la condizione di funzionamento.

Funzionamento a carico del trasformatore ideale



Il trasformatore si dice a carico quando eroga corrente al secondario, ovvero quando, col primario alimentato, si collega una impedenza di valore finito ai morsetti d'uscita del secondario. Nel passaggio da vuoto a carico, se si mantengono costanti la tensione applicata e la frequenza, dovrà pure rimanere costante il flusso (basta guardare la sua espressione). Per questo motivo la forza magnetomotrice complessiva nel passaggio da vuoto a carico dovrà rimanere costante, in altri termini dovrà essere:

$$N_1 \cdot \overline{I_{10}} = N_1 \cdot \overline{I_1} + N_2 \cdot \overline{I_2}$$

dalla quale si ricava:

$$\overline{I_1} = \overline{I_{10}} - \overline{I_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} \quad [\text{A}]$$

alla quantità:

$$\overline{I_1'} = -\overline{I_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} \quad [\text{A}]$$

si dà il nome di corrente di reazione primaria. La corrente assorbita a carico al primario del trasformatore si potrà quindi scrivere come:

$$\overline{I_1} = \overline{I_{10}} + \overline{I_1'} \quad [\text{A}]$$

tale espressione viene interpretata sul circuito equivalente tramite il primo principio di Kirchhoff applicato al nodo dal quale si dirama il ramo trasversale. Supponendo che il carico applicato al

trasformatore ideale sia di natura Ohmico-induttiva, $\overline{Z_u} = Z_u \angle \alpha$ con $\alpha > 0^\circ$, il diagramma vettoriale sul piano di Gauss si modifica come sopra raffigurato (ovviamente $\overline{I_2} = \overline{V_2} / \overline{Z_u}$ [A]). Nel diagramma è stato tolto il pedice 0 a tutte le grandezze rappresentate, questo perché si fa riferimento al funzionamento a carico e non a vuoto. Il flusso, le f.e.m., le tensioni e la corrente magnetizzante hanno lo stesso valore a carico ed a vuoto (se si alimenta con tensione e frequenza costanti).

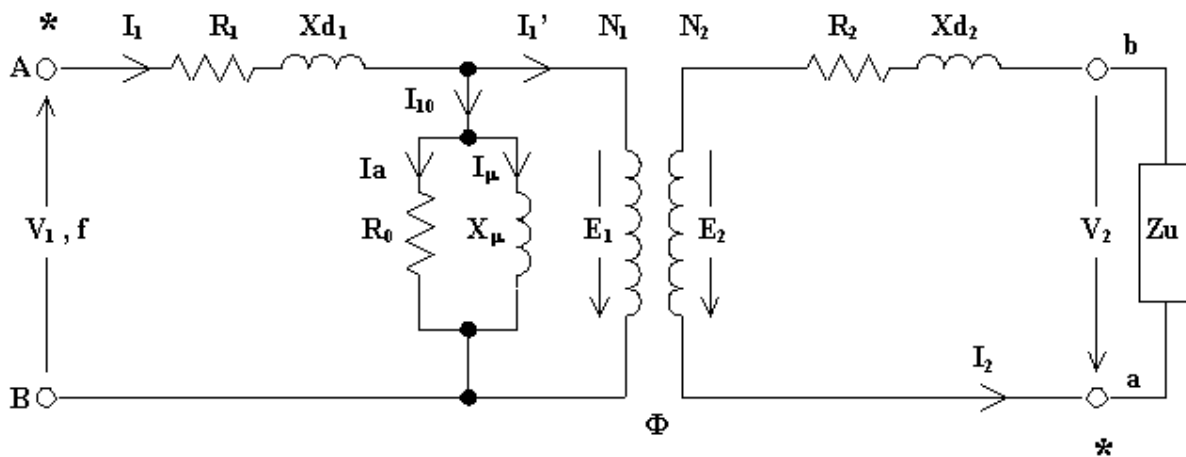
Si osserva che, mettendo a rapporto la corrente di reazione con la corrente erogata si ha:

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{m}$$

Questa relazione vale sia per il trasformatore ideale che per quello reale, qualunque sia la condizione di funzionamento.

Circuito equivalente del trasformatore monofase reale

Partendo dal circuito equivalente del trasformatore ideale e tenendo conto degli aspetti che caratterizzano il trasformatore reale si ottiene, per quest'ultimo, il seguente circuito:



Il significato dei vari parametri che compaiono nel circuito equivalente è stato chiarito nei paragrafi precedenti. Il circuito equivalente è da intendersi a parametri costanti, cioè invarianti nel tempo. Perché ciò sia vero deve essere costante sia la frequenza della tensione di alimentazione che la temperatura di funzionamento. Per quanto riguarda la temperatura, essa deve essere quella convenzionale di riferimento.

Le equazioni interne alla macchina (costituenti il suo modello matematico), sono:

$$E_1 \cong 4,443 \cdot f \cdot \Phi_M \cdot N_1 \text{ [V]}, \quad E_2 \cong 4,443 \cdot f \cdot \Phi_M \cdot N_2 \text{ [V]}, \quad \frac{E_{10}}{E_{20}} = \frac{N_1}{N_2} = m$$

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{m}, \quad \overline{I_1'} = -\overline{I_2} \cdot \frac{N_2}{N_1} \text{ [A]}, \quad I_\mu = \frac{E_1}{X_\mu} \text{ [A]}, \quad I_a = \frac{E_1}{R_0} \text{ [A]}, \quad \overline{I_{10}} = \overline{I_a} + \overline{I_\mu} \text{ [A]}$$

$$\overline{I_1} = \overline{I_{10}} + \overline{I_1'} [\text{A}], \quad \overline{V_1} = -\overline{E_1} + \overline{I_1} \cdot (\overline{R_1} + j \cdot \overline{X_{d1}}) [\text{V}], \quad \overline{V_2} = \overline{E_2} - \overline{I_2} \cdot (\overline{R_2} + j \cdot \overline{X_{d2}}) [\text{V}]$$

Le equazioni esterne, che vincolano la macchina ad un specifico funzionamento, sono:

$$\overline{V_1} = \text{cost.}, \quad \overline{V_2} = \overline{I_2} \cdot \overline{Z_u} [\text{V}]$$

E' importante osservare come nel trasformatore reale, pur mantenendo costanti la tensione e la frequenza di alimentazione, il flusso utile Φ non possa ritenersi costante. Infatti al variare del carico (cioè al variare della corrente erogata I_2 in conseguenza di variazioni dell'impedenza $\overline{Z_u}$ del carico) varierà la corrente di reazione primaria I_1' e, quindi, la corrente I_1 al primario del trasformatore. Questo fatto determina una variazione della c.d.t. sull'impedenza longitudinale dell'avvolgimento primario e, in definitiva, una variazione della f.e.m. primaria dalla quale dipende direttamente il flusso. E' facile immaginare le complicazioni nell'uso del modello che tale fatto implica.

Oltre al rapporto di spire sono pure significativi il rapporto reale di trasformazione a carico:

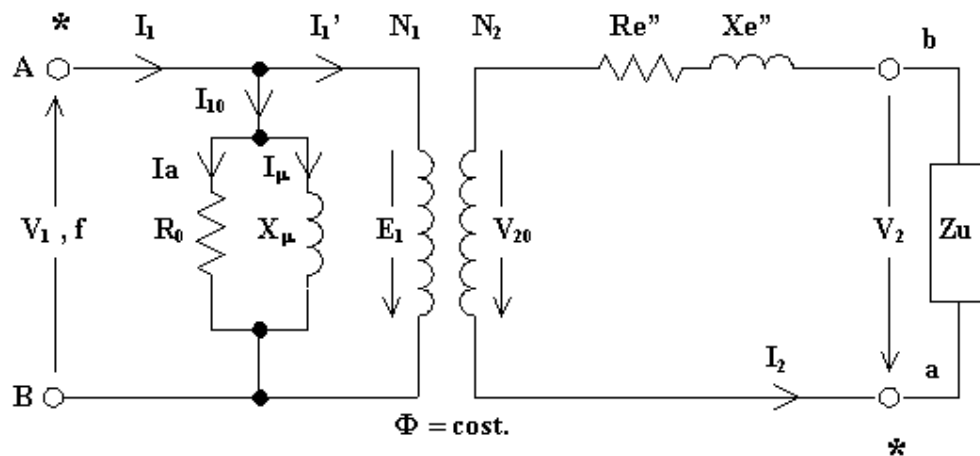
$$K = \frac{V_1}{V_2}$$

ed il rapporto di trasformazione nominale, definito come il rapporto tra la tensione primaria nominale V_{1n} e la corrispondente tensione al secondario a vuoto V_{20n} :

$$K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20n}}$$

Si può facilmente verificare che, nel caso di carico Ohmico-induttivo, risulta essere $K_0 < K$ mentre è sempre lecito considerare $K_0 \cong m$.

Circuito equivalente semplificato ridotto al secondario



E' il più utilizzato dei circuiti equivalenti. Se si trascurano le c.d.t. provocate dalla $\overline{I_{10}}$ sulla impedenza $\overline{Z_1} = \overline{R_1} + j \cdot \overline{X_{d1}}$ (la qual cosa è lecita essendo in condizioni di funzionamento nominali la corrente a vuoto pochi percento della corrente assorbita al primario), allora si può

immaginare che i rami trasversali siano sottoposti alla $\overline{V_1}$ anziché $\overline{E_1}$ e quindi è possibile trasportarli a monte di tutto il circuito. Ciò equivale a ritenere il flusso nel trasformatore costante al variare del carico (purché siano costanti la tensione e la frequenza di alimentazione). In tale ipotesi si può ritenere che l'impedenza $\overline{Z_1}$ sia percorsa dalla $\overline{I_1'}$ anziché dalla $\overline{I_1}$ e si può scrivere:

$$\overline{V_1} = -\overline{E_1} + \overline{I_1'} \cdot (R_1 + j \cdot X_{d1})$$

Ricordando le relazioni che legano le f.e.m. e le correnti attraverso il rapporto di spire e moltiplicando ambo i membri per $N_2 / N_1 = 1/m$ si ottiene:

$$\frac{\overline{V_1}}{m} = -\overline{E_2} - \overline{I_2} \cdot \left(\frac{R_1}{m^2} + j \cdot \frac{X_{d1}}{m^2} \right)$$

Risolvendo rispetto alla f.e.m. secondaria si ha:

$$\overline{E_2} = -\frac{\overline{V_1}}{m} - \overline{I_2} \cdot \frac{R_1}{m^2} - \overline{I_2} \cdot j \cdot \frac{X_{d1}}{m^2}$$

Si osserva che essendo $m \cong K_0$, sarà:

$$-\frac{\overline{V_1}}{m} \cong \overline{V_{20}}$$

Applicando la legge di Ohm al secondario e sostituendo si ottiene:

$$\overline{V_2} = \overline{V_{20}} - \overline{I_2} \cdot \left(R_2 + \frac{R_1}{m^2} \right) - \overline{I_2} \cdot j \cdot \left(X_{d2} + \frac{X_{d1}}{m^2} \right)$$

Vengono chiamate resistenza equivalente secondaria $[\Omega]$:

$$R_{e''} = R_2 + \frac{R_1}{m^2}$$

e reattanza equivalente secondaria $[\Omega]$:

$$X_{e''} = X_{d2} + \frac{X_{d1}}{m^2}$$

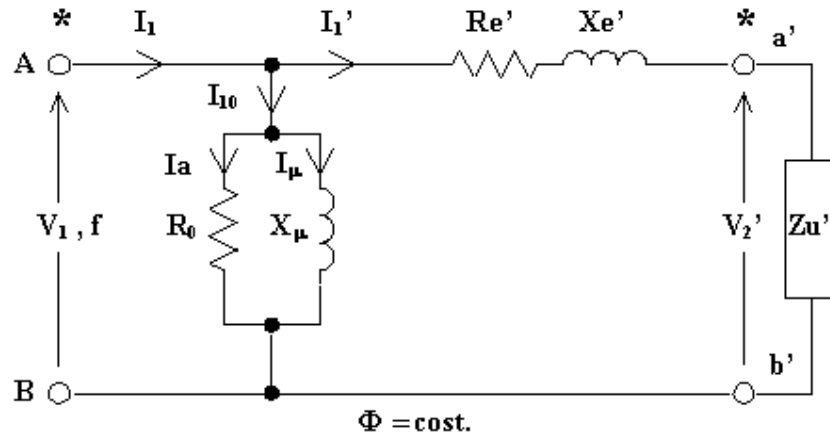
così che la legge di Ohm si può riscrivere come:

$$\overline{V_2} = \overline{V_{20}} - \overline{I_2} \cdot (R_{e''} + j \cdot X_{e''})$$

correttamente trascritta nel circuito equivalente sopra disegnato.

Volendo si possono portare al secondario anche i parametri trasversali, è facile verificare che anch'essi devono essere divisi per il quadrato del rapporto di spire.

Circuito equivalente semplificato ridotto al primario



Applicando la legge di Ohm al secondario del circuito equivalente e ricordando le relazioni che legano le f.e.m. e le correnti al rapporto di spire si ha:

$$\overline{V_2} = \frac{\overline{E_1}}{m} + \overline{I_1'} \cdot (R_2 \cdot m + j \cdot X_{d2} \cdot m)$$

Moltiplicando per $N_1/N_2 = m$ si ottiene:

$$\overline{V_2} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \overline{E_1} + \overline{I_1'} \cdot (R_2 \cdot m^2 + j \cdot X_{d2} \cdot m^2)$$

dalla quale si ricava:

$$\overline{E_1} = \overline{V_2} \cdot m - \overline{I_1'} \cdot R_2 \cdot m^2 - \overline{I_1'} \cdot j \cdot X_{d2} \cdot m^2$$

Ovvero è possibile sostituire a tutto il circuito a valle della $\overline{E_1}$ il circuito corrispondente al secondo membro dell'equazione sopra scritta. Se inoltre si suppone in via semplificativa che la macchina lavori a flusso costante, ovvero se si trasporta il ramo trasversale a monte di tutto, allora si può considerare l'impedenza del primario percorsa dalla $\overline{I_1'}$ anziché dalla $\overline{I_1}$ e scrivere:

$$\begin{aligned} \overline{V_1} &= \overline{I_1'} \cdot (R_1 + R_2 \cdot m^2) + \overline{I_1'} \cdot j \cdot (X_{d1} + X_{d2} \cdot m^2) - \overline{V_2} \cdot m = \\ &= \overline{I_1'} \cdot R_{e'} + \overline{I_1'} \cdot j \cdot X_{e'} + \overline{V_2'} \end{aligned}$$

che corrisponde al circuito sopra disegnato. Si osserva che $-\overline{V_2} \cdot m = \overline{V_2'}$ è la tensione d'uscita riportata al primario e $\overline{Z_{u'}}$ è l'impedenza di carico riportata al primario, infatti:

$$\overline{Z_{u'}} = \frac{\overline{V_2'}}{\overline{I_1'}} = \frac{-\overline{V_2} \cdot m}{\frac{-\overline{I_2}}{m}} = \frac{\overline{V_2}}{\overline{I_2}} \cdot m^2$$

Quindi, per portare un parametro dal secondario al primario, si moltiplica per m^2 (mentre per fare il passaggio inverso, come abbiamo visto, si divide per m^2).

Osservazione: i circuiti equivalenti semplificati vengono praticamente impiegati al posto di quello non semplificato dal quale si è partiti. Infatti la semplificazione effettuata (quella di considerare la macchina funzionante a flusso costante) non introduce significative differenze nei risultati ottenibili mediante il modello, inoltre i parametri longitudinali equivalenti sono più significativi di quelli separati per i due avvolgimenti. Questo perché i parametri equivalenti si ottengono attraverso prove fatte sulla macchina attraverso le quali le resistenze equivalenti longitudinali tengono conto, oltre che delle perdite Ohmiche, anche delle perdite addizionali. Infine, per motivazioni teorico-tecniche, che noi non prendiamo in considerazione, si può anche dire che le reattanze di dispersione considerate singolarmente per i due avvolgimenti variano (leggermente) al variare del carico, mentre la reattanza equivalente (non importa se riportata al primario od al secondario) è più prossima all'essere indipendente dal carico.

Dati di targa del trasformatore

Il trasformatore, come tutte le macchine, è caratterizzato da una targa che riporta i valori nominali di funzionamento. Si tratta dei valori che servono a definire le prestazioni della macchina agli effetti delle garanzie e del collaudo. Non bisogna infatti dimenticare che l'efficienza della macchina dipende, oltre che dalle sue parti attive (ferro del nucleo, rame degli avvolgimenti), anche dal buon funzionamento degli isolanti impiegati. Gli isolanti sono condizionati dall'ambiente nel quale lavorano, dalle tensioni che devono sopportare e dalla temperatura che la macchina (in particolare gli avvolgimenti) raggiunge a regime termico. La temperatura a regime dipende dalle perdite di potenza interne alla macchina, perdite nel ferro che sono funzione del quadrato della tensione applicata e perdite nel rame che sono funzione del quadrato della corrente negli avvolgimenti. I valori nominali sono quei valori che le grandezze elettriche possono assumere garantendo il corretto funzionamento della macchina e, di solito, garantendo il più alto rendimento possibile.

Per il trasformatore, i più importanti dati di targa sono:

- a) la frequenza nominale f_n [Hz];
- b) le tensioni nominali primaria V_{1n} [V] e secondaria V_{20n} [V] (concatenate per la macchina trifase), in valore efficace e riferite al funzionamento a vuoto;
- c) il rapporto nominale di trasformazione

$$K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20n}} ;$$

- d) le correnti nominali primaria I_{1n} [A] e secondaria I_{2n} [A], in valore efficace e riferite ai terminali di collegamento del trasformatore alle linee;

e) la potenza nominale definita come $S_n = V_{1n} \cdot I_{1n} = V_{20n} \cdot I_{2n}$ [VA] per il trasformatore monofase, $S_n = \sqrt{3} \cdot V_{1n} \cdot I_{1n} = \sqrt{3} \cdot V_{20n} \cdot I_{2n}$ [VA] per il trasformatore trifase;

f) le perdite a vuoto espresse in percento della potenza nominale $P_o\%$, la corrente assorbita a vuoto in percento della corrente nominale $I_o\%$, il f.d.p. a vuoto $\cos\varphi_0$ quando il trasformatore è alimentato a tensione e frequenza nominali (esiste la relazione $\cos\varphi_0 = P_o\% / I_o\%$);

g) le perdite in cortocircuito espresse in percento della potenza nominale $P_{cc}\%$, la tensione applicata in cortocircuito in percento della tensione nominale $V_{cc}\%$, il f.d.p. in cortocircuito $\cos\varphi_{cc}$ quando il trasformatore ha i morsetti d'uscita cortocircuitati, ha gli avvolgimenti percorsi dalle correnti nominali e la temperatura è quella convenzionale di riferimento (esiste la relazione $\cos\varphi_{cc} = P_{cc}\% / V_{cc}\%$);

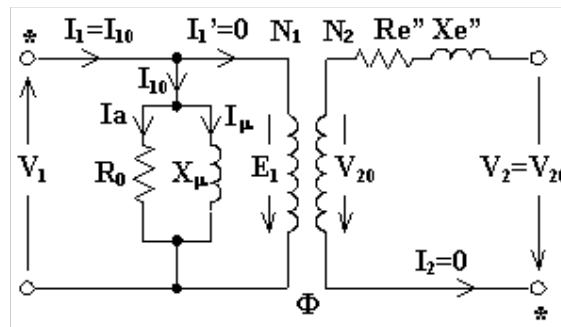
h) il gruppo (o la famiglia) d'appartenenza, solo per i trasformatori trifase;

i) la classe d'isolamento, che definisce la temperatura convenzionale di riferimento della quale abbiamo già parlato;

l) il tipo di servizio (continuo, di durata limitata, intermittente).

Per ultimo è bene ricordare che, indipendentemente dall'impiego che se ne farà (riduttore o elevatore di tensione), si definisce primario l'avvolgimento di alta tensione e i morsetti dei due lati (di alta e bassa tensione) si identificano mediante lettere maiuscole dal lato di alta tensione e minuscole dal lato di bassa tensione, usando la stessa lettera per i morsetti dei due lati che si corrispondono (ovvero che assumono contemporaneamente il potenziale positivo o negativo).

Funzionamento a vuoto del tr monofase reale



Il trasformatore si dice funzionante a vuoto se è nulla la corrente da esso erogata, ovvero se è $Z_u = \infty [\Omega]$, $I_2 = 0$ [A]. Sotto tale ipotesi è ovviamente nulla anche la corrente di reazione al primario e, con riferimento al circuito equivalente semplificato ridotto al secondario, si può scrivere: $\overline{I_1} = \overline{I_{10}}$, $\overline{V_2} = \overline{V_{20}}$. In tale condizione di lavoro è sicuramente nulla la potenza erogata dal trasformatore, mentre la potenza assorbita al primario coincide con le perdite nel ferro e vale:

$$P_o = P_{fe} = V_1 \cdot I_{10} \cdot \cos\varphi_0 = \frac{V_1^2}{R_0} \text{ [W]}$$

Se la tensione e la frequenza di alimentazione sono quelle nominali, V_{1n} , f_n , risulta evidente come, misurando la corrente e la potenza assorbite nel funzionamento a vuoto, P_{on} , I_{10n} sia possibile calcolare i parametri trasversali del circuito equivalente semplificato:

$$R_0 = \frac{V_{1n}^2}{P_{on}} [\Omega], \quad X_\mu = \frac{V_{1n}^2}{Q_{on}} = \frac{V_{1n}^2}{P_{on} \cdot \tan \varphi_0} = \frac{R_0}{\tan \varphi_0} [\Omega]$$

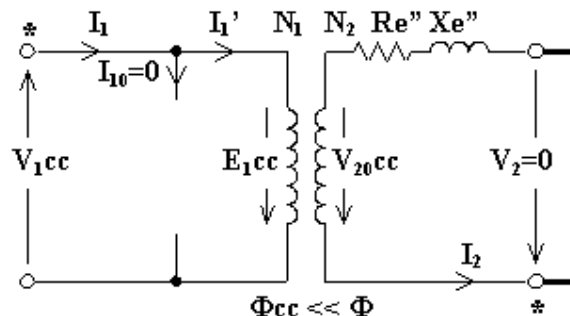
Normalmente la corrente a vuoto e la potenza assorbita a vuoto si esprimono in percento:

$$I_0\% = \frac{I_{10n}}{I_{1n}} \cdot 100 = \frac{I_{20n}}{I_{2n}} \cdot 100, \quad P_0\% = \frac{P_{on}}{S_n} \cdot 100, \quad \cos \varphi_0 = \frac{P_0\%}{I_0\%}$$

Valori normali sono $I_0\% = 1 \div 30$, $P_0\% = 0,2 \div 10$ passando dai trasformatori trifase di grande potenza ai monofase di piccolissima potenza.

Osservazione: nel funzionamento a vuoto di un trasformatore reale viene assorbita anche una piccola potenza poi dissipata per effetto Joule nel rame dell'avvolgimento di alimentazione. Tuttavia, essendo la corrente assorbita a vuoto molto più piccola della nominale (pochi percento), è lecito trascurare queste perdite.

Funzionamento in cortocircuito del tr monofase reale



Il trasformatore si dice in cortocircuito se l'impedenza collegata ai suoi morsetti d'uscita è nulla, ovvero se $Z_u = 0 [\Omega]$, $V_2 = 0 [V]$. In tali condizioni è impensabile applicare al trasformatore la sua tensione nominale, infatti la corrente negli avvolgimenti, a causa della piccolissima impedenza interna (l'impedenza longitudinale del circuito equivalente semplificato), tenderebbe ad assumere un valore enormemente più grande del nominale distruggendo così gli avvolgimenti stessi. Per questo motivo, al trasformatore in cortocircuito si applica una tensione ridotta, più precisamente si applica la tensione di cortocircuito che è quella tensione per la quale la corrente negli avvolgimenti, col trasformatore cortocircuitato, assume il valore nominale. Essendo tale tensione molto più piccola della nominale (pochi percento), anche il flusso utile nel nucleo sarà molto inferiore al nominale e, quindi, saranno piccolissime le perdite nel ferro e piccolissima la corrente magnetizzante. In definitiva, nel circuito equivalente semplificato saranno trascurabili (cioè di impedenza infinita) i parametri trasversali.

Se le correnti e la frequenza di alimentazione sono quelle nominali, I_{1n} , I_{2n} , f_n , e la temperatura è quella convenzionale di riferimento, risulta evidente come, misurando la tensione applicata e la potenza assorbita nel funzionamento in cortocircuito, V_{1ccn} , P_{ccn} , sia possibile calcolare i parametri longitudinali del circuito equivalente semplificato:

$$V_{20ccn} = \frac{V_{1ccn}}{K_0}, \quad Z_{e''} = \frac{V_{20ccn}}{I_{2n}} [\Omega]$$

$$Re'' = \frac{P_{ccn}}{I_{2n}^2} [\Omega], \quad Xe'' = \sqrt{Z_{e''}^2 - Re''^2} = Re'' \cdot \operatorname{tg} \varphi_{CC} [\Omega]$$

Normalmente la tensione di cortocircuito e la potenza assorbita in cortocircuito si esprimono in percento:

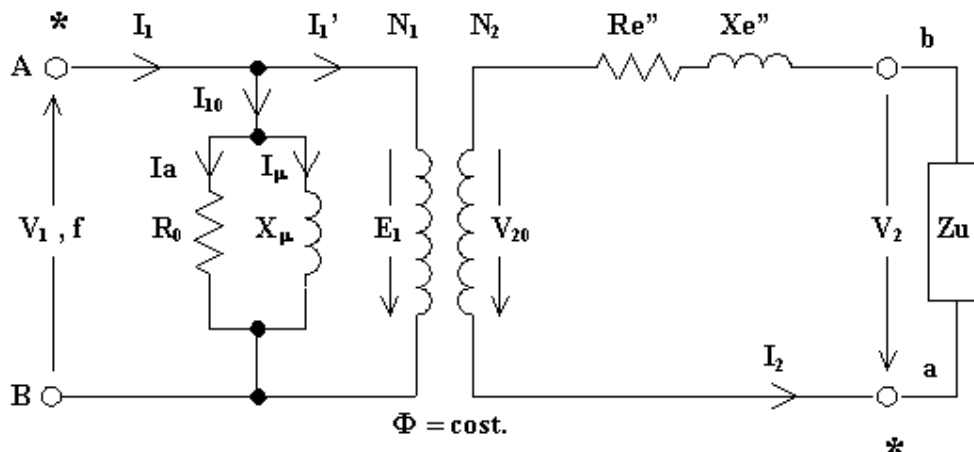
$$V_{cc}\% = \frac{V_{1ccn}}{V_{1n}} \cdot 100 = \frac{V_{20ccn}}{V_{20n}} \cdot 100, \quad P_{cc}\% = \frac{P_{ccn}}{S_n} \cdot 100$$

Valori normali sono $V_{cc}\% = 3 \div 20$, $P_{cc}\% = 1 \div 15$ passando dai trasformatori trifase di grande potenza ai monofase di piccolissima potenza.

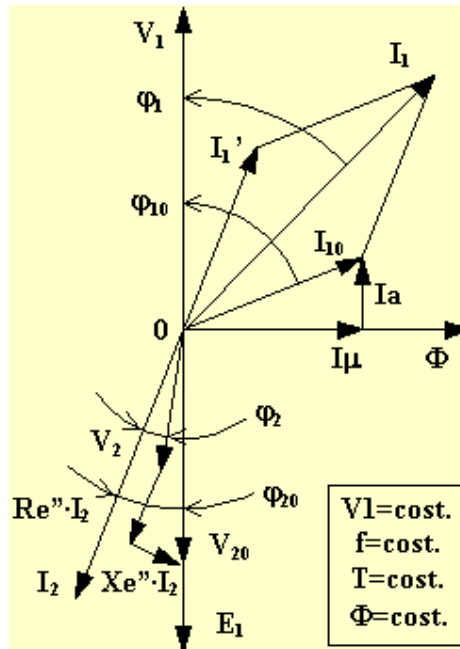
Osservazione: nel funzionamento in cortocircuito di un trasformatore reale viene assorbita anche una piccola potenza poi dissipata nel ferro del nucleo. Tuttavia, essendo la tensione applicata molto più piccola della nominale (pochi percento), è lecito trascurare queste perdite.

Funzionamento a carico del trasformatore monofase reale

Il funzionamento a carico risulta descritto dalle equazioni già presentate. Con riferimento al circuito equivalente semplificato ridotto al secondario:



immaginando che l'impedenza di carico sia Ohmico-induttiva, $\overline{Z_u} = Z_u \angle \alpha$ con $\alpha > 0^\circ$, si ottiene il diagramma vettoriale sotto riportato (disegnato a partire dal flusso posizionato sul semiasse reale positivo):



In tale diagramma ϕ_1 è lo sfasamento d'ingresso, ϕ_{10} è lo sfasamento d'ingresso a vuoto, ϕ_2 è lo sfasamento d'uscita, ϕ_{20} è lo sfasamento interno. Ovviamente lo sfasamento d'uscita coincide con l'argomento dell'impedenza di carico, cioè $\phi_2 = \alpha$. Lo sfasamento interno vale invece:

$$\phi_{20} = \text{atg}\left(\frac{X_u + X_{e''}}{R_u + R_{e''}}\right)$$

dove X_u e R_u sono la reattanza ed la resistenza dell'impedenza di carico. Si osserva come sia $\overline{V_1} = -\overline{E_1}$, questo perché ci stiamo riferendo al circuito equivalente semplificato. La corrente erogata vale:

$$\overline{I_2} = \frac{\overline{V_2}}{\overline{Z_u}} = \frac{\overline{V_{20}}}{(R_{e''} + R_u) + j \cdot (X_{e''} + X_u)}$$

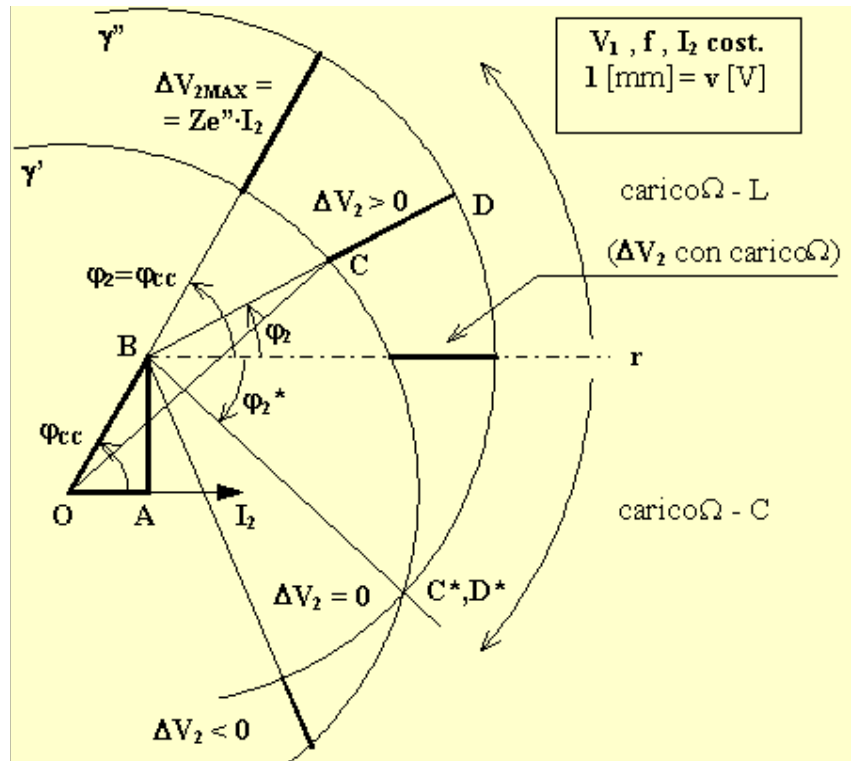
La tensione d'uscita a carico $\overline{V_2}$ differisce da quella a vuoto $\overline{V_{20}}$ di una quantità pari alla caduta vettoriale di tensione sull'impedenza equivalente riportata al secondario:

$$\overline{V_2} = \overline{V_{20}} - \overline{I_2} \cdot (R_{e''} + j \cdot X_{e''}) = \overline{V_{20}} - \overline{I_2} \cdot \overline{Z_{e''}}$$

Diagramma di Kapp di un tr monofase

E' una costruzione che permette di determinare graficamente la c.d.t. industriale e di fare importanti considerazioni sul funzionamento del trasformatore, ipotizzando costanti la tensione di alimentazione, la frequenza, la corrente erogata.

La costruzione si basa sul triangolo fondamentale **OAB** (triangolo di cortocircuito) del trasformatore disegnato per la corrente erogata I_2 per la quale si vuole determinare la c.d.t. industriale. In questo triangolo, il cateto orizzontale **O_A** è proporzionale alla caduta sulla resistenza equivalente secondaria $R_{e''} \cdot I_2$, il cateto verticale **A_B** è proporzionale alla caduta sulla reattanza equivalente secondaria $X_{e''} \cdot I_2$, l'ipotenusa **O_B** è proporzionale alla caduta sull'impedenza equivalente secondaria $Z_{e''} \cdot I_2$, l'angolo sul vertice **O** è l'angolo di cortocircuito φ_{cc} . La costruzione prevede poi che siano tracciate due circonferenze γ' , γ'' di raggio uguale pari a V_{20} e centro rispettivamente **O** e **B**. Una semiretta **r** orizzontale tracciata a partire dal vertice **B** costituirà il riferimento per impostare lo sfasamento d'uscita φ_2 per il quale si desidera conoscere la c.d.t. industriale:



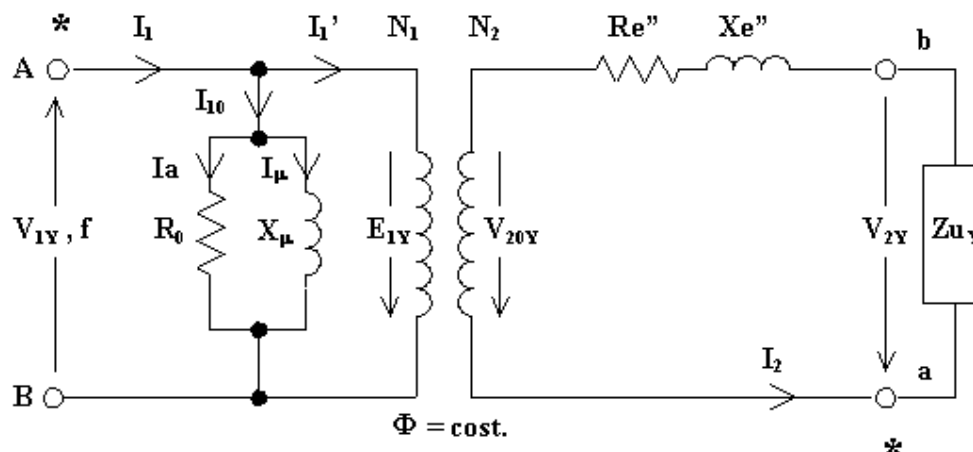
Dopo avere disegnato il triangolo fondamentale, le due circonferenze e la retta di riferimento per gli sfasamenti, se si desidera conoscere la c.d.t. industriale per il generico sfasamento d'uscita φ_2 , basta tracciare dal vertice **B** una semiretta formante l'angolo φ_2 rispetto al riferimento **r**: il segmento **C_D** formato dall'intersezione di questa semiretta con le due circonferenze rappresenta senz'altro la c.d.t. industriale cercata.

Questo perché, essendo **O_C** e **O_B** rappresentativi rispettivamente della V_{20} e della $Z_{e''} \cdot I_2$, sarà **B_C** pari alla tensione d'uscita V_2 essendo soddisfatta l'equazione $\overline{V_2} = \overline{V_{20}} - \overline{Z_{e''} \cdot I_2}$. Inoltre **B_D** è per costruzione uguale a V_{20} , quindi è sicuramente **C_D** = **B_D** - **B_C** uguale alla ΔV_2 .

E' facile verificare che quando $\varphi_2 = \varphi_{cc}$ si ha la massima c.d.t. industriale, pari alla caduta di tensione sull'impedenza equivalente secondaria. Quando lo sfasamento d'uscita, di natura Ohmico-capacitiva, è pari a φ_2^* si ha una c.d.t. industriale nulla. Quando lo sfasamento d'uscita, di natura Ohmico-capacitiva, supera φ_2^* si ha una c.d.t. industriale negativa, ovvero la tensione d'uscita a carico supera quella a vuoto.

Trasformatore trifase

Al fine dei calcoli necessari per studiarne il comportamento (rendimento, c.d.t.i., ecc.), è possibile sostituire un trasformatore trifase, qualunque sia il tipo di collegamento degli avvolgimenti al primario ed al secondario, con un trasformatore equivalente Y/Y. Il circuito equivalente farà riferimento ad una sola fase in quanto il sistema è sicuramente simmetrico ed equilibrato (a carico, dovrà essere equilibrato l'utilizzatore alimentato dal trasformatore):



I parametri si determinano dai dati di targa, il procedimento è del tutto analogo a quello già visto per il trasformatore monofase. Si tiene presente che le tensioni e le f.e.m. sono quelle stellate, le correnti sono quelle di linea, le perdite sono un terzo delle totali:

$$R_0 = \frac{V_{1Yn}^2}{\frac{P_0}{3}} = \frac{V_{1n}^2}{P_0} \quad [\Omega] , \quad X_{\mu} = \frac{R_0}{\operatorname{tg} \varphi_0} \quad [\Omega]$$

$$R_{e''} = \frac{\frac{P_{ccn}}{3}}{I_{2n}^2} = \frac{P_{ccn}}{3 \cdot I_{2n}^2} \quad [\Omega] , \quad X_{e''} = R_{e''} \operatorname{tg} \varphi_{CC} \quad [\Omega]$$

La c.d.t. industriale e le perdite si calcolano con le espressioni:

$$\Delta V_2 = \sqrt{3} \cdot \Delta V_{2Y} \cong \sqrt{3} \cdot I_2 \cdot (R_{e''} \cos \varphi_2 + X_{e''} \sin \varphi_2) \quad [V]$$

$$P_{fe} = 3 \cdot \frac{V_{1Y}^2}{R_0'} = \frac{V_1^2}{R_0'} = \frac{V_{20}^2}{R_0''} = P_0 \cdot \left(\frac{V_1}{V_{1n}} \right)^2 = P_0 \cdot \left(\frac{V_{20}}{V_{20n}} \right)^2 \quad [W]$$

$$P_{cu} = 3 \cdot R_{e'} \cdot I_1'^2 = 3 \cdot R_{e''} \cdot I_2^2 = P_{cc} \cdot \left(\frac{I_2}{I_{2n}} \right)^2 \quad [W]$$

Aspetti costruttivi dei trasformatori trifasi

Anche per i trasformatori trifasi si distinguono due tipi di nucleo: nucleo a colonne, nucleo corazzato (o a mantello). Mentre per i trasformatori monofasi la differenza tra i due tipi di nucleo era una differenza tecnologica, per i trasformatori trifasi il tipo di nucleo implica effettive differenze nel funzionamento del trasformatore.

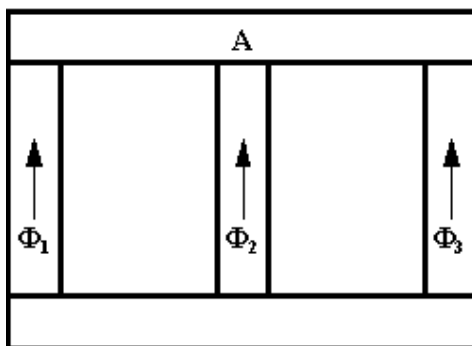
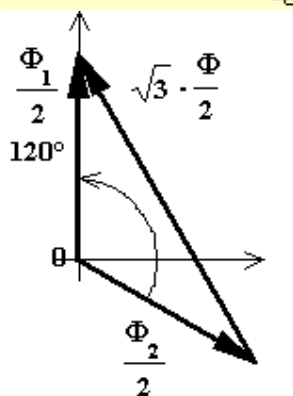
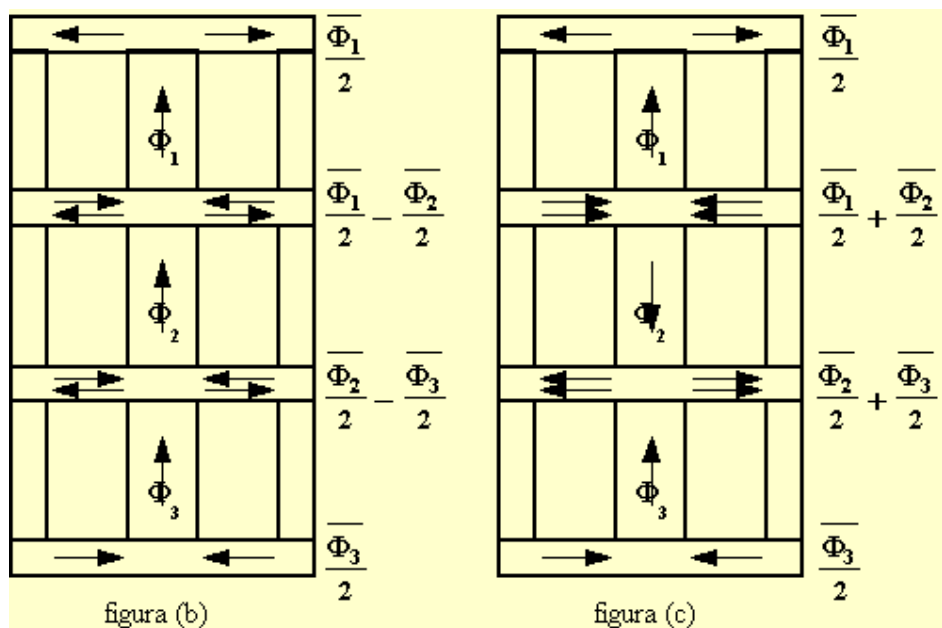


figura (a)

La prima evidente differenza tra i due tipi di nucleo è data dal fatto che nel trasformatore a colonne, figura (a), applicando il primo principio di Kirchhoff al nodo **A** si vede che i tre flussi devono

soddisfare alla condizione $\overline{\Phi_1} + \overline{\Phi_2} + \overline{\Phi_3} = 0$, cioè i tre flussi non sono liberi di variare arbitrariamente nelle tre fasi, ma devono variare in modo tale da soddisfare alla relazione vista, per tale motivo questi tipi di nucleo prendono il nome di nuclei a flussi vincolati. Una seconda differenza consiste nel fatto che il trasformatore con nucleo a colonne presenta la riluttanza magnetica relativa alla colonna centrale minore della riluttanza relativa alle colonne laterali, per i trasformatori con nucleo a mantello, figure (b) e (c), la riluttanza è uguale per tutte e tre le colonne. Questo fatto si spiega in questa maniera: mentre il flusso prodotto nella colonna centrale si chiude attraverso due circuiti magnetici (i due gioghi) in parallelo tra di loro rispetto alla colonna centrale, i flussi prodotti invece dalle colonne laterali incontrano nei loro circuiti magnetici i gioghi che sono in serie: da questo fatto deriva che i circuiti magnetici di questo tipo di nucleo presentano diversa riluttanza. Questa differenza di riluttanza provoca anche una differenza nelle correnti assorbite a vuoto dagli avvolgimenti posti sulle diverse colonne e precisamente dovendo i flussi essere uguali ed essendo la riluttanza della colonna centrale minore della riluttanza delle altre due colonne, sarà la corrente relativa alla colonna centrale minore delle altre due. Siccome lo squilibrio di riluttanza che si presenta nel caso di nuclei a colonne dipende dalla riluttanza dei gioghi, per evitare questo squilibrio si fa in modo che la sezione dei gioghi sia maggiore di quella delle colonne, infatti, al limite, se la riluttanza dei gioghi fosse nulla la riluttanza dei circuiti magnetici delle varie colonne sarebbe uguale.

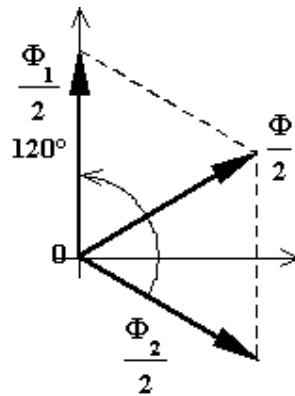
I nuclei del tipo a mantello possono a loro volta suddividersi in nuclei con flussi equiversi, figura (b), e nuclei con flussi controversi, figura (c). I nuclei con flussi equiversi presentano i flussi nelle tre colonne diretti nello stesso verso, mentre i nuclei con flussi controversi presentano il flusso nella colonna centrale opposto al verso dei flussi nelle altre due colonne.



Nel caso del nucleo con flussi equiversi si osserva che il flusso nei gioghi periferici è metà del flusso nelle colonne mentre il flusso nei gioghi intermedi è pari alla differenza vettoriale tra i due flussi $\frac{\Phi_1}{2}$, $\frac{\Phi_2}{2}$. Tali flussi sono uguali come intensità ma sfasati tra di loro di 120° , per cui la loro differenza è pari a:

$$|\Phi_1| = |\Phi_2| = |\Phi_3| = \Phi \Rightarrow \left| \frac{\Phi_1}{2} - \frac{\Phi_2}{2} \right| = \sqrt{3} \cdot \frac{\Phi}{2}$$

Per cui i gioghi intermedi dovranno avere una sezione $\sqrt{3}$ volte maggiore di quella dei gioghi periferici, volendo avere la stessa induzione in tutti i gioghi.



Nel caso di flussi controversi, allora il flusso nei gioghi centrali sarà pari a:

$$\left| \frac{\Phi_1}{2} + \frac{\Phi_2}{2} \right| = \frac{\Phi}{2}$$

In tal caso tutti i gioghi, sia quelli esterni che quelli interni, sono attraversati da uno stesso flusso e perciò anche la sezione è uguale per tutti. Si preferisce evidentemente il nucleo con flussi controversi in quanto il suo peso è minore e, con esso, è minore anche il costo.

Per quanto riguarda gli avvolgimenti, primario e secondario, si possono realizzare concentrici oppure alternati. I primi vedono le bobine di alta e bassa tensione concentriche sulla colonna, i secondi vedono le bobine primaria e secondaria scomposte in bobine più piccole disposte alternativamente sulla colonna. I collegamenti delle fasi possono essere di tre tipi: a stella, a triangolo, a zig-zag. Il collegamento a stella o a triangolo può trovarsi indifferentemente sia al primario che al secondario del trasformatore mentre quello a zig-zag è limitato solo al secondario del trasformatore.

Rapporto di trasformazione, spostamento angolare nei TR trifasi

Si definisce rapporto di trasformazione nominale di un trasformatore trifase:

$$K_0 = \frac{V_1 n}{V_{20} n}$$

dove le tensioni sono quelle concatenate. Vedremo che tale rapporto non sempre coincide col rapporto di spire $m = N_1 / N_2$.

Si denota col nome di spostamento angolare l'angolo, misurato quale ritardo della bassa tensione rispetto all'alta tensione, che determina la reciproca posizione angolare fra la terna delle tensioni concatenate (o stellate) dal lato **AT** e la terna delle tensioni concatenate (o stellate) dal lato **bt**. Tale spostamento angolare è funzione del tipo di collegamento dell'avvolgimento **AT** e dell'avvolgimento **bt**.

Lo spostamento angolare è determinante per il collegamento in parallelo dei trasformatori trifasi, infatti due trasformatori trifasi possono essere collegati in parallelo solo se hanno lo stesso spostamento angolare. Questo perché nel caso di diversi spostamenti angolari si avrebbe la circolazione di una elevatissima (non sopportabile) corrente nella maglia formata dai secondari

dovuta al fatto che, nella maglia stessa, le f.e.m. a vuoto non si troverebbero tra di loro in opposizione.

Si denota col nome di gruppo il numero ottenuto dividendo lo spostamento angolare per 30° . I gruppi possibili sono **0, 1, 2, ..., 11**. I vari gruppi originano le seguenti famiglie:

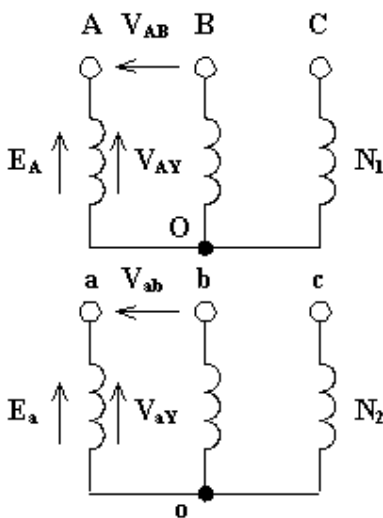
famiglia **I** : gruppi **1, 5, 9**
 famiglia **II** : gruppi **2, 6, 10**
 famiglia **III** : gruppi **3, 7, 11**
 famiglia **IV** : gruppi **0, 4, 8**

I gruppi appartenenti alla medesima famiglia sono tra di loro scambiabili con la semplice ridefinizione della morsettiera del trasformatore. I gruppi marcati sono quelli ai quali le norme CEI facevano riferimento prima dell'introduzione della classificazione in famiglie.

I manuali per periti elettrotecnici riportano delle tabelle che mostrano per i vari collegamenti possibili quale è il gruppo di appartenenza. Il trasformatore viene classificato mediante una sigla composta dalla successione di un carattere maiuscolo (**Y** per la stella, **D** per il triangolo) che denota il tipo di collegamento dal lato **AT**, un carattere minuscolo (**y** per la stella, **d** per il triangolo, **z** per lo zig-zag) che denota il tipo di collegamento dal lato **bt**, un numero che denota il gruppo di appartenenza. Se il secondario è a stella (o a zig-zag) e vi è il collegamento del centro al neutro si aggiunge alla sigla il carattere **n**.

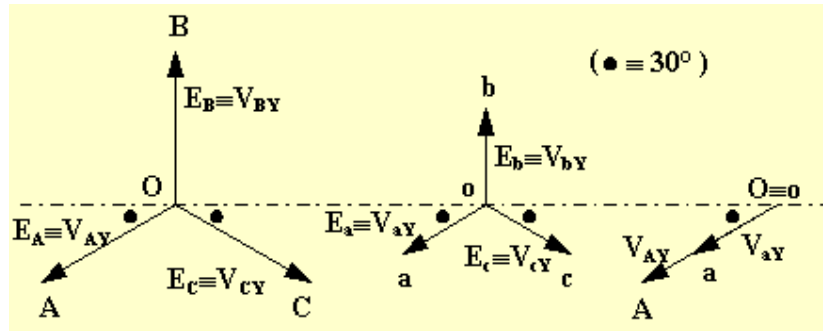
Vediamo alcuni esempi. Per ottenere lo spostamento angolare è importante disegnare la terna delle f.e.m. dal lato di **AT** ponendo la f.e.m. della seconda fase con l'estremità rivolta in alto. Inoltre, le terne si riportano sotto forma di triangolo equilatero nel caso di collegamento delle fasi a triangolo, sotto forma di stella simmetrica nel caso di collegamento delle fasi a stella. Infine bisogna tenere presente che il senso ciclico delle fasi cui fare riferimento è quello antiorario normale (prima fase in anticipo di 120° sulla seconda, a sua volta in anticipo di 120° sulla terza). Per ultimo, il confronto viene fatto con riferimento alle tensioni stellate relative alla prima fase V_{AY} (alta tensione), V_{aY} (bassa tensione).

Yy0 (primario e secondario a stella)



Il rapporto di trasformazione vale:

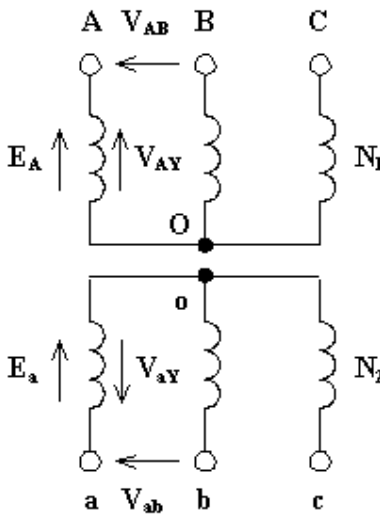
$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a} = \frac{E_A}{E_a} = \frac{N_1}{N_2} = m$$



Lo spostamento angolare vale $\alpha = 0^\circ$ e quindi il gruppo è lo 0.

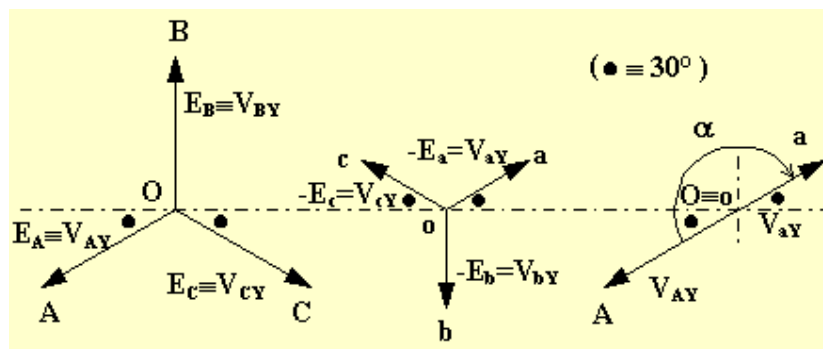
Yy6 (primario e secondario a stella, con la stella al secondario rovesciata)

Questo collegamento si può pensare ottenuto dal precedente spostando il centro della stella al secondario dalla parte opposta delle bobine, oppure lasciando inalterato il centro della stella e cambiando il senso di avvolgimento delle bobine dal lato secondario rispetto al senso di avvolgimento delle bobine dal lato primario.



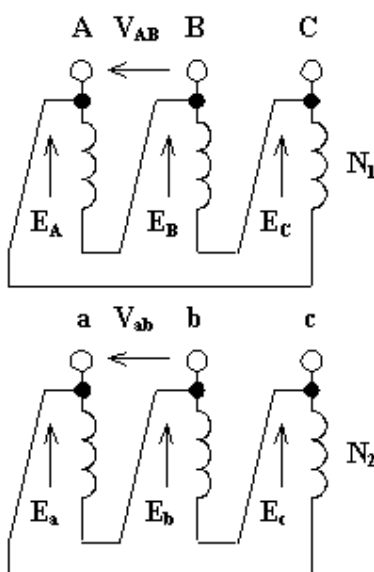
Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a} = \frac{E_A}{E_a} = \frac{N_1}{N_2} = m$$



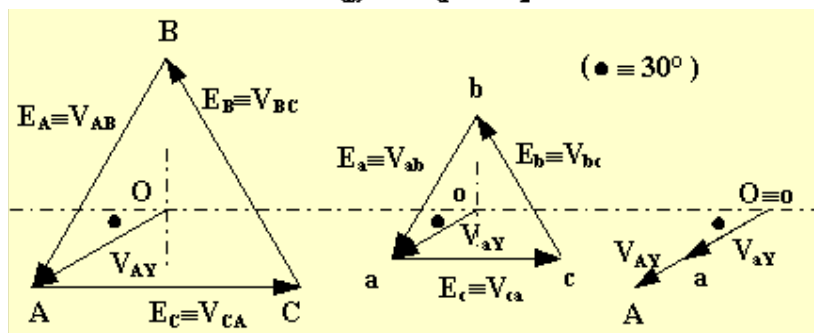
Lo spostamento angolare vale $\alpha = 180^\circ$ e quindi il gruppo è il **6**.

Dd0 (primario e secondario a triangolo)



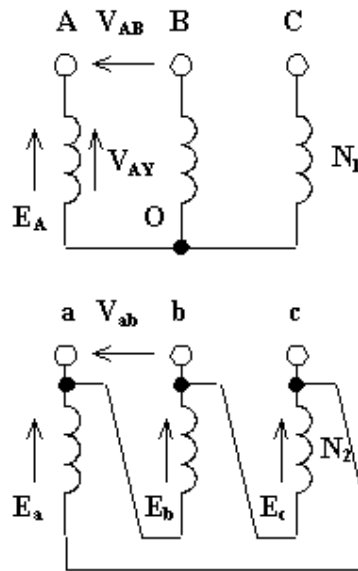
Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{E_A}{E_a} = \frac{N_1}{N_2} = m$$



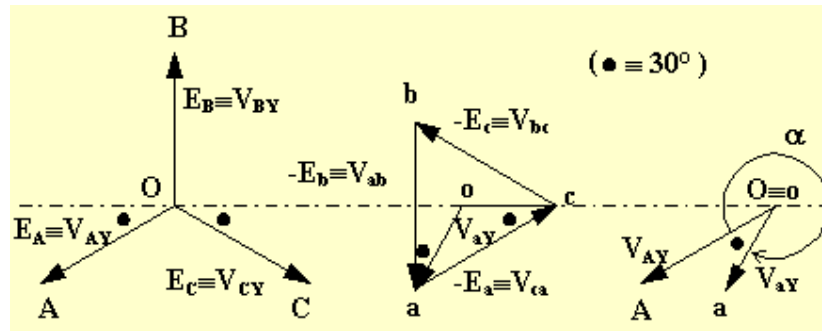
Lo spostamento angolare vale $\alpha = 0^\circ$ e quindi il gruppo è lo **0**.

Yd11 (primario a stella e secondario a triangolo rovesciato)



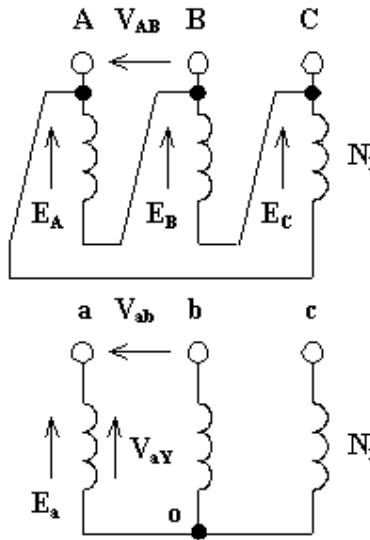
Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_A}{E_b} = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{3} \cdot m$$



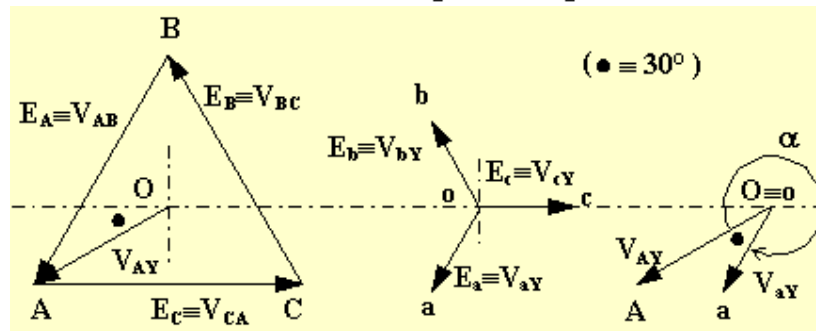
Lo spostamento angolare vale $\alpha = 330^\circ$ e quindi il gruppo è l' 11.

Dy11 (primario a triangolo e secondario a stella)



Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} = \frac{m}{\sqrt{3}}$$

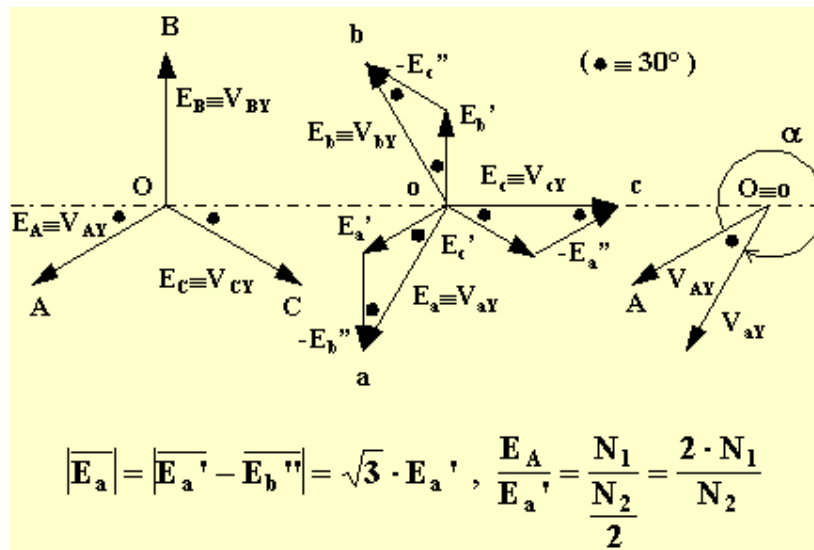
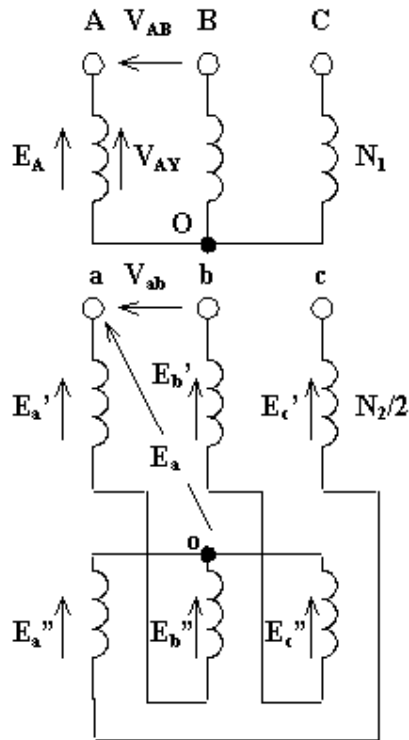


Lo spostamento angolare vale $\alpha = 330^\circ$ e quindi il gruppo è l' **11**.

Yz11 (primario a stella e secondario a zig-zag)

Ciascuna fase dell'avvolgimento a zig-zag è costituita da due bobine uguali, collocate su colonne contigue, collegate in serie unendo insieme una coppia di capi non corrispondenti delle due bobine. Le tre fasi dell'avvolgimento a zig-zag si collegano a stella unendo insieme una terna di capi corrispondenti delle tre fasi. Con riferimento allo schema sotto riportato si ha:

$$\overline{E_a} = \overline{E_a'} - \overline{E_b''} , \quad \overline{E_b} = \overline{E_b'} - \overline{E_c''} , \quad \overline{E_c} = \overline{E_c'} - \overline{E_a''}$$



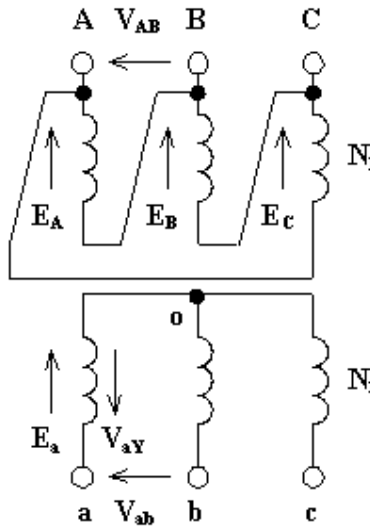
Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a} = \frac{E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a'} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{N_1}{N_2} = 1,155 \cdot m$$

Lo spostamento angolare vale $\alpha = 330^\circ$ e quindi il gruppo è l' 11.

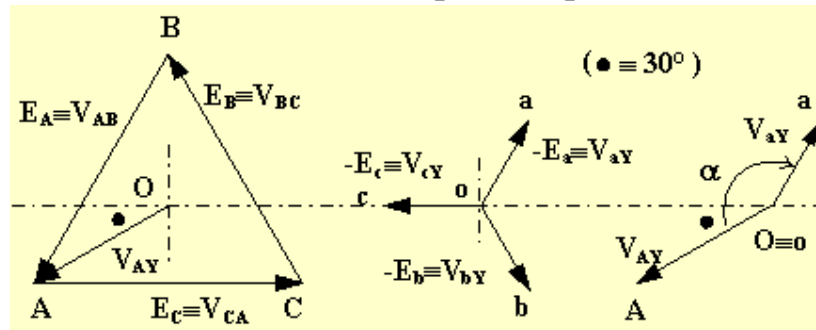
E' il caso di osservare che, a parità di tensione primaria e di numero di spire N_1 ed N_2 , la tensione secondaria nel trasformatore **Yz** è minore della tensione secondaria del trasformatore **Yy** (risulta essere $V_{20Yz} = 0,866 \cdot V_{20Yy}$) e perciò anche la potenza del trasformatore **Yz**, a parità di correnti nominali, è inferiore nella stessa misura rispetto alla potenza del trasformatore **Yy**.

Dy5 (primario a triangolo e secondario a stella rovesciata)



Il rapporto di trasformazione vale:

$$K_0 = \frac{V_{AB}}{V_{ab}} = \frac{E_A}{\sqrt{3} \cdot E_a} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} = \frac{m}{\sqrt{3}}$$

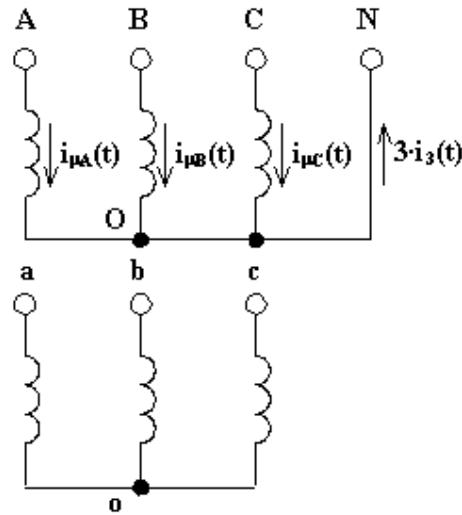


Lo spostamento angolare vale $\alpha = 150^\circ$ e quindi il gruppo è il 5.

Corrente a vuoto nei trasformatori trifasi

Lo studio della corrente a vuoto nei trasformatori trifasi va fatto in funzione del tipo di collegamento delle fasi. Se il trasformatore è alimentato a tensione sinusoidale, a causa della non linearità del nucleo ferromagnetico sappiamo che, affinché possa essere sinusoidale la f.e.m. indotta, deve essere la corrente magnetizzante assorbita da ogni fase non sinusoidale ma deformata (cioè composta da una fondamentale e da una armonica del terzo ordine; sono presenti anche armoniche di ordine superiore, ma essendo la loro intensità molto piccola si possono trascurare). Nei trasformatori con nucleo a colonne si suppone la corrente magnetizzante nelle tre fasi uguale, anche se in realtà la corrente nella fase centrale è diversa dalla corrente nelle altre due. Vediamo i possibili casi:

Primario a stella con neutro, secondario a stella



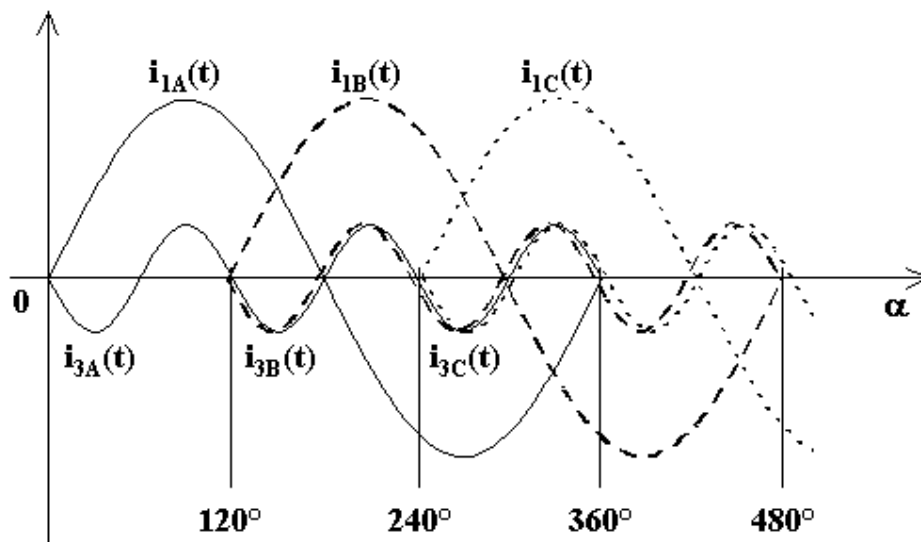
Ciascuna delle tre correnti magnetizzanti $\mathbf{i}_{\mu}(t)$ assorbite nelle tre fasi si compone di una fondamentale $\mathbf{i}_1(t)$ (a **50 [Hz]**) ed un'armonica di terzo ordine $\mathbf{i}_3(t)$ (a **150 [Hz]**):

$$\mathbf{i}_{\mu A}(t) = \mathbf{i}_{1A}(t) + \mathbf{i}_{3A}(t)$$

$$\mathbf{i}_{\mu B}(t) = \mathbf{i}_{1B}(t) + \mathbf{i}_{3B}(t)$$

$$\mathbf{i}_{\mu C}(t) = \mathbf{i}_{1C}(t) + \mathbf{i}_{3C}(t)$$

Applicando il primo principio di Kirchhoff al centro della stella **O**, si ottiene che le tre componenti fondamentali a **50 [Hz]**, essendo sfasate di un terzo di periodo, cioè **120°** tra di loro, danno come risultante zero $\mathbf{i}_{1A}(t) + \mathbf{i}_{1B}(t) + \mathbf{i}_{1C}(t) = 0$. Di conseguenza, attraverso il filo neutro non circolerà alcuna componente fondamentale di corrente magnetizzante.

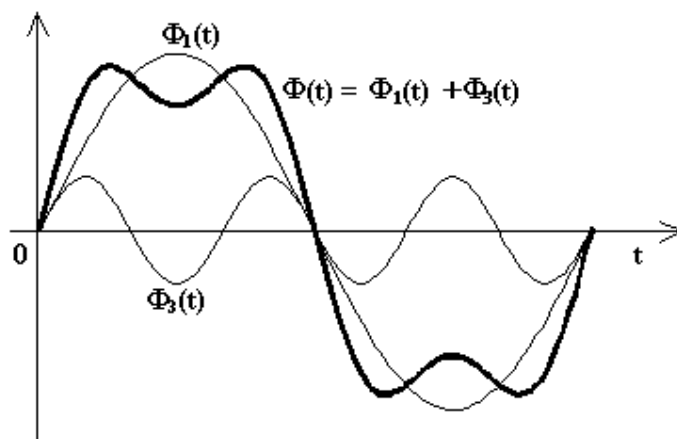


Le componenti armoniche di terzo ordine a **150 [Hz]**, invece, essendo tra di loro in fase (come si può osservare nella figura sopra riportata), danno una risultante pari a $\mathbf{i}_{3A}(t) + \mathbf{i}_{3B}(t) + \mathbf{i}_{3C}(t) = 3 \cdot \mathbf{i}_3(t)$. Questa corrente, di frequenza **150 [Hz]**, si chiuderà quindi attraverso il neutro.

La possibilità di circolazione per la componente di terza armonica della corrente magnetizzante permette alla corrente magnetizzante stessa di deformarsi la qual cosa fa sì che il flusso, e quindi la f.e.m. indotta, sia sinusoidale (ed è questa la condizione ricercata). L'unico inconveniente che potrebbe prodursi è costituito dal possibile disturbo che la corrente alla frequenza di **150 [Hz]** circolante nel neutro introduce nelle linee telefoniche vicine alla rete elettrica che alimenta il trasformatore.

Primario a stella, secondario a stella

Essendo in questo caso il primario del trasformatore privo del filo neutro è chiaro che la somma delle correnti deve dare nel punto **O** una risultante nulla, sia che si tratti delle componenti fondamentali che delle componenti di terza armonica. Le componenti fondamentali, essendo sfasate di **120°** l'una rispetto all'altra, soddisfano alla condizione di dare una risultante nulla. Le componenti di terza armonica, essendo in fase tra di loro, per soddisfare al primo principio di Kirchhoff nel nodo **O** devono essere identicamente nulle, ovvero $i_{3A}(t) = i_{3B}(t) = i_{3C}(t) = 0$. Ne consegue che la corrente magnetizzante deve essere sinusoidale (non potendo avere componenti armoniche che la deformino), di conseguenza dovrà essere deformato il flusso e, con esso, dovranno essere deformate le f.e.m. indotte in ciascuna fase.



La deformazione cui è soggetto il flusso viene mostrata nella figura riportata sopra. Con le f.e.m. indotte saranno deformate le tensioni stellate al secondario mentre le tensioni concatenate, essendo date dalla differenza vettoriale tra due tensioni stellate, risulteranno sinusoidali (infatti le componenti di terza armonica delle tensioni stellate sono in fase tra di loro e, quindi, si elidono facendone la differenza).

Primario a stella, secondario a triangolo

Per il primario è valido il ragionamento fatto nel caso precedente e cioè la corrente magnetizzante risulta sinusoidale per cui saranno deformati i flussi e, con essi, le f.e.m. indotte. Al secondario le f.e.m. indotte si trovano tra di loro in serie nella maglia chiusa del triangolo: le componenti fondamentali a **50 [Hz]** essendo sfasate tra di loro di **120°** danno luogo ad una risultante nulla, mentre le componenti armoniche del terzo ordine a **150 [Hz]**, essendo tra di loro in fase, impongono la circolazione di una corrente pure a **150 [Hz]**. Tale corrente di terza armonica tenderà per la legge di Lenz ad opporsi alla causa che l'ha generata, perciò tenderà a limitare la terza armonica nei flussi. Ne segue che con il collegamento a triangolo del secondario si diminuisce sensibilmente la deformazione delle f.e.m. indotte.

Osservazione: per i collegamenti **Yy** e **Yd** privi del neutro al primario abbiamo osservato che il flusso risulta deformato e precisamente costituito da una componente fondamentale e da una componente di terza armonica. Se il nucleo del trasformatore è a colonne, applicando il primo principio di Kirchhoff ai flussi in uno dei due nodi del circuito magnetico deve risultare nulla la sommatoria dei flussi. Si verifica che solamente le componenti fondamentali dei flussi (sfasate di **120°** tra di loro) soddisfano tale relazione mentre le componenti di terza armonica (tra di loro in fase) non possono dare risultante nulla. Questo fatto impone ai flussi di terza armonica di chiudersi, per i trasformatori a secco, non attraverso le colonne bensì attraverso l'aria. Se il trasformatore si trova in un cassone d'olio allora il flusso si chiuderà attraverso la carcassa del contenitore dell'olio presentando questa una permeabilità magnetica maggiore di quella dell'aria e, essendo la carcassa metallica, le perdite nel suo ferro saranno rilevanti tenendo conto che il flusso ha frequenza **150** [Hz].

Primario a triangolo, secondario a stella

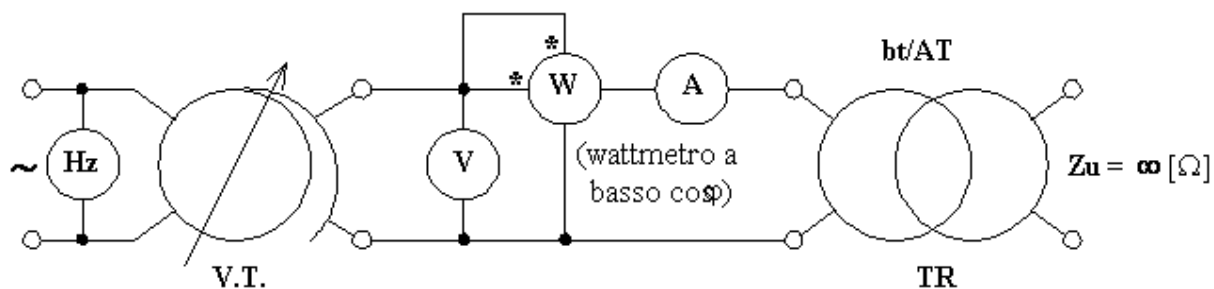
Siccome nulla si oppone alla deformazione delle correnti magnetizzanti in ciascuna fase del primario (la componente di terza armonica della corrente magnetizzante può circolare liberamente nella maglia formata dal triangolo), saranno sinusoidali sia il flusso che le f.e.m. indotte al primario ed al secondario. Le correnti di linea, essendo date dalla differenza vettoriale di due correnti di fase, risultano sinusoidali in quanto le componenti di terza armonica, essendo tra di loro in fase, si elidono. Risulta evidente la bontà di comportamento, rispetto ai problemi di non linearità del nucleo, del trasformatore trifase **Dy**.

Prova a vuoto del trasformatore

Serve per la determinazione delle perdite nel ferro, oltre che della corrente assorbita a vuoto (col relativo fattore di potenza). Inoltre permette di determinare i parametri trasversali del circuito equivalente semplificato.

Viene condotta alimentando il trasformatore con frequenza nominale ed i risultati vanno riferiti alla tensione nominale, infatti le perdite nel ferro dipendono sia dalla tensione che dalla frequenza.

Per il trasformatore monofase il circuito di misura consigliato è il seguente:



Tutti gli strumenti di misura impiegati devono essere per corrente alternata e frequenza pari a quella di prova, inoltre la loro classe di precisione deve essere pari a **0,5** o migliore, così che si possano trascurare gli errori sistematici strumentali e si possa tenere conto unicamente degli errori sistematici d'autoconsumo (che andranno corretti in relazione al tipo d'inserzione impiegato nella prova).

L'alimentazione del circuito deve essere in alternata con forma d'onda sinusoidale.

La regolazione del valore della tensione deve essere effettuata in modo tale da non introdurre deformazioni nella forma dell'onda. Ad esempio può essere utilizzato (come mostra lo schema) un autotrasformatore con rapporto di trasformazione variabile. E' lecito anche l'impiego di trasformatori a rapporto di trasformazione variabile, di regolatori ad induzione oppure di gruppi di generazione autonomi (motore ed alternatore) nel qual caso, oltre alla tensione, potrà essere variata anche la frequenza. Non si possono invece impiegare reostati di regolazione perché le eventuali deformazioni della corrente magnetizzante assorbita dalla macchina produrrebbero inevitabilmente delle deformazioni nelle c.d.t. sui reostati e, quindi, nella tensione applicata al circuito.

Il frequenzimetro, inserito a monte del variatore di tensione perché per un corretto funzionamento necessita di una tensione applicata sufficientemente grande, verifica che la frequenza sia quella nominale (dalla frequenza dipendono le perdite nel ferro).

Il voltmetro, inserito tra due fili di linea per misurare il valore della tensione applicata.

L' amperometro serve a misurare la corrente assorbita a vuoto.

Il wattmetro serve a misurare la potenza assorbita dal trasformatore. Siccome il f.d.p. per un trasformatore a vuoto è tipicamente molto basso, è consigliato l'impiego di un wattmetro a basso $\cos\phi$, si hanno così risultati più accurati.

L'inserzione adottata è del tipo con le voltmetriche a monte, questo perché il trasformatore a vuoto è assimilabile ad un'impedenza di grande valore e tale inserzione favorisce errori d'autoconsumo più piccoli (in ogni caso tali errori verranno corretti).

Il trasformatore deve essere alimentato dal lato di bassa tensione (lato secondario). Questo perché la corrente assorbita a vuoto è pochi percento della nominale e, per avere valori circolanti rilevabili con maggiore precisione, risulta conveniente scegliere il lato di bassa tensione nel quale la corrente nominale è più alta.

Se si desidera unicamente determinare il valore delle grandezze sopra elencate si può fare un'unica prova con tensione e frequenza nominali. Se invece si vogliono tracciare le caratteristiche a vuoto è necessario fare diversi rilievi, tutti alla frequenza nominale, a partire da una tensione applicata leggermente superiore alla nominale, ad esempio $1,1 \cdot V_n$ [V], e procedere riducendo la tensione fino a zero.

Per ciascuna delle prove si determineranno:

$$V_2 \text{ [V]}$$

direttamente indicata dal voltmetro.

$$I_{20} \text{ [A]}$$

direttamente indicata dall'amperometro.

$$P_0 = W - R_{WA} \cdot I_{20}^2 - R_A \cdot I_{20}^2 \text{ [W]}$$

essendo R_{WA} [Ω] la resistenza interna amperometrica del wattmetro e R_A [Ω] la resistenza interna dell'amperometro. La potenza così calcolata è quella assorbita dal trasformatore a vuoto che

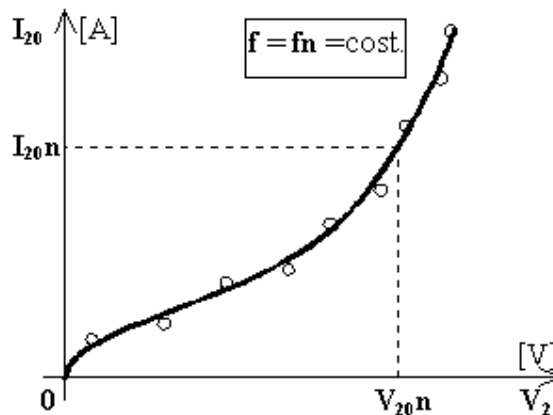
coincide (a meno delle perdite provocate dalla corrente a vuoto nel rame dell'avvolgimento di **bt** che si possono ritenere trascurabili visto il basso valore della corrente) con le perdite nel ferro.

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_2 \cdot I_{20}}$$

che rappresenta il f.d.p. a vuoto del trasformatore.

Grazie ai valori sopra calcolati, si possono determinare le seguenti caratteristiche a vuoto:

a) corrente assorbita in funzione della tensione applicata $I_{20} = f(V_2)$.

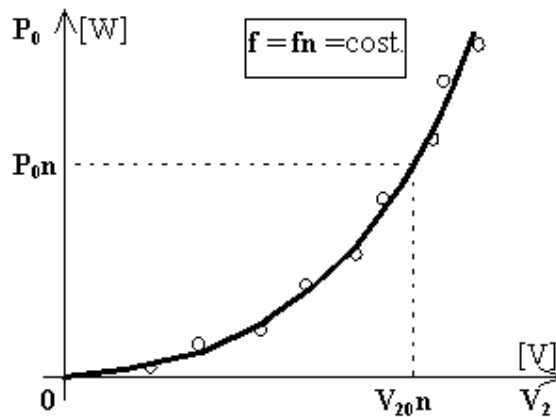


La caratteristica corrisponde a quella di magnetizzazione del nucleo della macchina, infatti la tensione applicata è proporzionale al flusso e quindi all'induzione e la corrente assorbita (per gran parte magnetizzante) è proporzionale al campo magnetico. Considerando che il circuito magnetico ha trasferi molto limitati, la caratteristica è abbastanza incurvata.

Il punto di funzionamento nominale, se il trasformatore è bene dimensionato, si situa nella zona iniziale del ginocchio. Questo permette di contenere sia i fenomeni di non linearità propri del mezzo ferromagnetico che le perdite nel ferro (legate ai valori dell'induzione).

In corrispondenza della tensione secondaria nominale V_{20n} [V] si leggerà sul diagramma la corrente secondaria a vuoto I_{20n} [A].

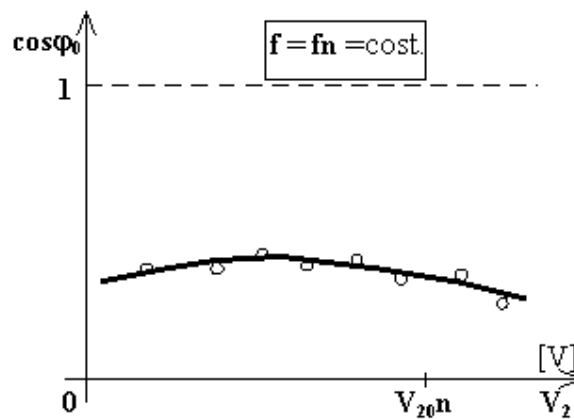
b) perdite nel ferro in funzione della tensione applicata $P_0 = f(V_2)$.



Le perdite nel ferro, a frequenza costante, dipendono pressoché dal quadrato dell'induzione massima e, quindi, dal quadrato della tensione applicata. Per tale motivo questa caratteristica ha andamento parabolico.

In corrispondenza della tensione secondaria nominale V_{20n} [V] si leggeranno sul diagramma le corrispondenti perdite nel ferro P_{0n} [W].

c) fattore di potenza a vuoto in funzione della tensione applicata $\cos\varphi_0 = f(V_2)$.



Il valore del fattore di potenza a vuoto si mantiene parecchio al di sotto del valore uno. La sua limitata variazione al variare della tensione applicata è dovuta al variare del rapporto tra la potenza attiva e la potenza reattiva assorbite ed è legata anche ai fenomeni di non linearità propri del mezzo ferromagnetico.

Dalle caratteristiche tracciate si determinano le seguenti grandezze riferite alla tensione e frequenza nominali:

$$I_{20n} \text{ [A]} , \quad I_0\% = \frac{I_{20n}}{I_{2n}} \cdot 100$$

$$P_{0n} \text{ [W]} , \quad P_0\% = \frac{P_{0n}}{S_n} \cdot 100$$

$$\cos\varphi_{0n} = \frac{P_{0n}}{V_{20n} \cdot I_{2n}} = \frac{P_0\%}{I_0\%}$$

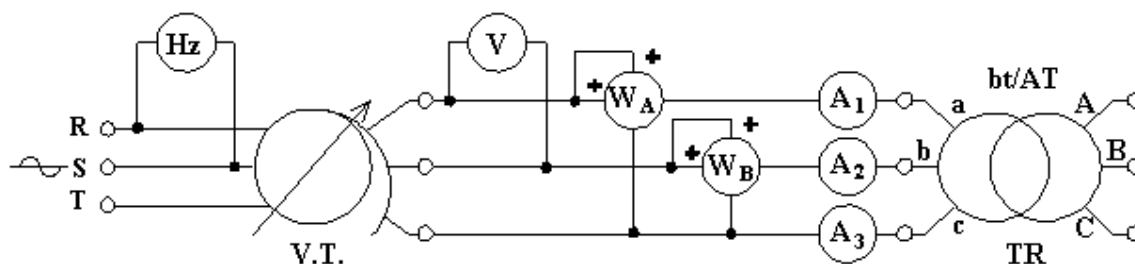
Tali valori andranno confrontati con quelli forniti dalle tabelle dei costruttori al fine di valutare la bontà del comportamento a vuoto del trasformatore provato.

Si possono poi determinare i parametri trasversali del circuito elettrico equivalente semplificato:

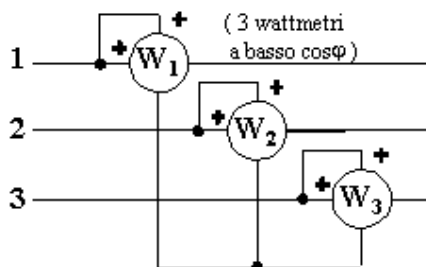
$$R_{\sigma'} = \frac{V_{1n}^2}{P_{0n}} [\Omega], \quad X_{\mu'} = \frac{R_{\sigma'}}{\tan \varphi_{0n}} [\Omega], \quad R_{\sigma''} = \frac{V_{20n}^2}{P_{0n}} [\Omega], \quad X_{\mu''} = \frac{R_{\sigma''}}{\tan \varphi_{0n}} [\Omega]$$

Osservazione: le portate amperometriche e voltmetriche degli strumenti di misura andranno definite con riferimento ai dati di targa ed ai dati riportati sulle tabelle dei costruttori.

Per il trasformatore trifase il circuito di misura consigliato è il seguente:



Lo schema sopra disegnato impiegante l'inserzione Aron è utilizzabile senz'altro nel caso di trasformatore trifase con nucleo corazzato (detto anche a mantello). Infatti per tale tipo il comportamento a vuoto (dove la corrente magnetizzante è prevalente) è di tipo equilibrato e, quindi, si può utilizzare tale inserzione pure per calcolare il fattore di potenza. Se il nucleo è a colonne bisogna tenere conto dello squilibrio della corrente magnetizzante nelle tre fasi (discusso in teoria) e di conseguenza bisogna ricorrere ad un diverso schema, ad esempio si possono impiegare tre wattmetri uguali inseriti su un centro stella equilibrato:



Tale inserzione è pure consigliabile nel caso di nucleo corazzato, infatti diventa possibile usare tre wattmetri a basso $\cos \varphi$ ed in tal modo si possono ridurre significativamente gli errori strumentali (si ricordi che il f.d.p. a vuoto è bassissimo, inferiore di **0,5** in ritardo, ed impiegando l'inserzione Aron si avrebbe il secondo wattmetro con indicazione negativa. Di conseguenza la potenza attiva andrebbe calcolata come differenza aritmetica tra il primo ed il secondo wattmetro con la conseguente propagazione di un grave errore sul risultato).

Sempre riguardo al circuito di misura bisogna aggiungere che l'alimentazione deve essere costituita da una terna simmetrica di tensioni sinusoidali e che si pongono tre amperometri per controllare che le correnti nelle tre fasi siano pressoché uguali (differenze significative starebbero ad indicare un cattivo funzionamento ed in tal caso si dovrebbe sospendere la misura). Valgono inoltre tutte le altre considerazioni già fatte per il circuito relativo al trasformatore monofase.

Se non si desidera tracciare le caratteristiche a vuoto è possibile fare un'unica misura con tensione e frequenza nominali. Con ovvio significato dei simboli, le espressioni con le quali elaborare i risultati sperimentali sono le seguenti:

$$V_{20n} \text{ [V]}$$

direttamente indicata dal voltmetro.

$$I_{20n} = (A_1 + A_2 + A_3) / 3 \text{ [A]}$$

purché le indicazioni dei tre amperometri non differiscano sensibilmente.

$$P_{0n} = W_A + W_B - 2 \cdot R_{WA} \cdot I_{20n}^2 - 3 \cdot R_A \cdot I_{20n}^2 \text{ [W]}$$

essendo $R_{WA} \text{ } [\Omega]$ la resistenza interna amperometrica dei wattmetri (supposti uguali) e $R_A \text{ } [\Omega]$ la resistenza interna degli amperometri (supposti uguali). La potenza così calcolata è quella assorbita dal trasformatore a vuoto che coincide (a meno delle perdite provocate dalla corrente a vuoto nel rame degli avvolgimenti di **bt** che si possono ritenere trascurabili visto il basso valore della corrente) con le perdite nel ferro.

Se si fosse utilizzata l'inserzione coi tre wattmetri sul centro stella artificiale si sarebbe calcolato:

$$P_{0n} = W_1 + W_2 + W_3 - 3 \cdot R_{WA} \cdot I_{20n}^2 - 3 \cdot R_A \cdot I_{20n}^2 \text{ [W]}$$

$$\cos \varphi_{0n} = \frac{P_{0n}}{\sqrt{3} \cdot V_{20n} \cdot I_{20n}}$$

che rappresenta il f.d.p. a vuoto del trasformatore.

Le formule per il calcolo dei valori percentuali e dei parametri trasversali del circuito equivalente semplificato sono esattamente le stesse del trasformatore monofase.

Prova in corto circuito del trasformatore

Serve per la determinazione delle perdite negli avvolgimenti, oltre che della tensione di cortocircuito (col relativo fattore di potenza). Inoltre permette di determinare i parametri longitudinali del circuito equivalente semplificato.

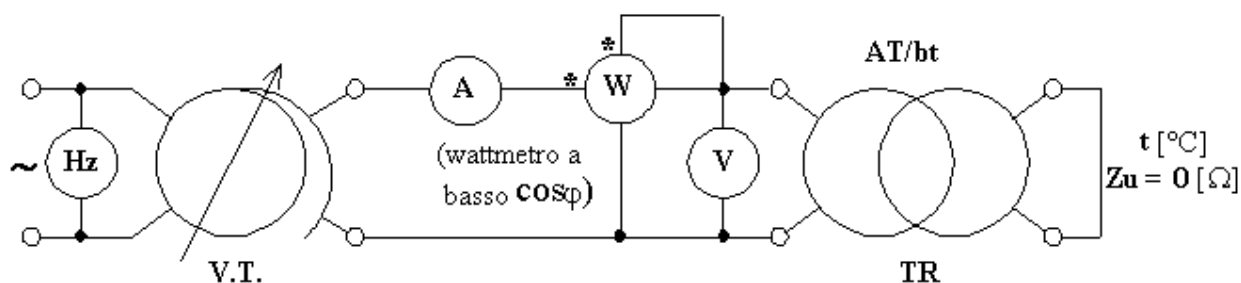
Per quanto riguarda le perdite negli avvolgimenti esse sono di due tipi:

a) perdite Ohmiche che dipendono dalla resistenza Ohmica misurata in corrente continua, dalla corrente al quadrato ed aumentano all'aumentare della temperatura.

b) perdite addizionali che si aggiungono a quelle Ohmiche quando l'avvolgimento è in corrente alternata. Queste perdite dipendono dalla frequenza, dal quadrato della corrente e diminuiscono all'aumentare della temperatura.

Viene condotta alimentando il trasformatore con frequenza nominale e tensione ridotta (tensione di cortocircuito) così che il trasformatore abbia negli avvolgimenti le correnti nominali, infatti entrambe le perdite nel rame dipendono dalla corrente e la reattanza di dispersione e le perdite addizionali dipendono dalla frequenza.

Per il trasformatore monofase il circuito di misura consigliato è il seguente:



Tutti gli strumenti di misura impiegati devono essere per corrente alternata e frequenza pari a quella di prova, inoltre la loro classe di precisione deve essere pari a **0,5** o migliore, così che si possano trascurare gli errori sistematici strumentali e si possa tenere conto unicamente degli errori sistematici d'autoconsumo (che andranno corretti in relazione al tipo d'inserzione impiegato nella prova).

L'alimentazione del circuito di misura deve avere forma d'onda sinusoidale.

La regolazione del valore della tensione deve essere effettuata in modo tale da non introdurre deformazioni nella forma dell'onda. Ad esempio può essere utilizzato (come mostra lo schema) un autotrasformatore con rapporto di trasformazione variabile. E' lecito anche l'impiego di trasformatori a rapporto di trasformazione variabile, di regolatori ad induzione oppure di gruppi di generazione autonomi (motore ed alternatore) nel qual caso, oltre alla tensione, potrà essere variata anche la frequenza. Non si possono invece impiegare reostati di regolazione perché le eventuali deformazioni della corrente magnetizzante assorbita dalla macchina produrrebbero inevitabilmente delle deformazioni nelle c.d.t. sui reostati e, quindi, nella tensione applicata al circuito.

Il frequenzimetro, inserito a monte del variatore di tensione perché per un corretto funzionamento necessita di una tensione applicata sufficientemente grande, verifica che la frequenza sia quella nominale.

Il voltmetro verifica il valore della tensione di cortocircuito.

L' amperometro serve a verificare che la corrente assorbita sia quella nominale.

Il wattmetro serve a misurare la potenza assorbita dal trasformatore. Siccome il f.d.p. per un trasformatore in corto è tipicamente basso, è consigliato l'impiego di un wattmetro a basso $\cos\phi$, si hanno così risultati più accurati.

Il termometro serve a misurare la temperatura degli avvolgimenti $t [^{\circ}\text{C}]$ (praticamente uguale a quella ambientale se la macchina è stata a riposo per un tempo sufficiente). Se la prova ha una durata contenuta nel tempo ed è condotta con i necessari accorgimenti si potrà ritenere tale temperatura costante durante il suo svolgimento.

L'inserzione adottata è del tipo con le voltmetriche a valle, questo perché il trasformatore in corto è assimilabile ad un'impedenza di piccolo valore e tale inserzione favorisce errori d'autoconsumo più piccoli (in ogni caso tali errori verranno corretti).

Il trasformatore deve essere alimentato dal lato di alta tensione (lato primario). Questo perché la tensione di cortocircuito è pochi percento della nominale e, per avere valori rilevabili con maggiore precisione, risulta conveniente scegliere il lato di alta tensione.

Se si desidera unicamente determinare il valore delle grandezze sopra elencate si può fare un'unica prova con applicata la tensione ridotta necessaria a fare circolare le correnti nominali, la frequenza deve essere la nominale. Se invece si vogliono tracciare le caratteristiche di cortocircuito è necessario fare diversi rilievi, tutti alla frequenza nominale, a partire da una tensione applicata sufficiente a fare circolare una corrente leggermente superiore alla nominale, ad esempio **1,1·I_n** [A], e continuare riducendo la tensione fino a zero. E' importante procedere riducendo le correnti circolanti, questo per facilitare il raffreddamento degli avvolgimenti durante la prova così da potere ritenere la temperatura degli stessi costante e pari al valore **t** [°C] che essi avevano prima di cominciare la prova.

Per ciascuna delle prove si determineranno:

$$t \text{ [°C]}$$

direttamente indicata dal termometro e costante.

$$V_{1CCt} \text{ [V]}$$

direttamente indicata dal voltmetro.

$$I_1 \text{ [A]}$$

direttamente indicata dall'amperometro.

$$P_{CCt} = W - \frac{V_{1CCt}^2}{R_{WV}} - \frac{V_{1CCt}^2}{R_V} \text{ [W]}$$

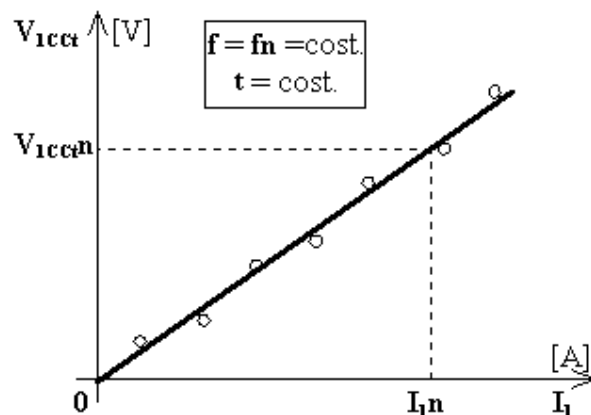
essendo **R_{WV}** [Ω] la resistenza interna voltmetrica del wattmetro e **R_V** [Ω] la resistenza interna del voltmetro. La potenza così calcolata è quella assorbita dal trasformatore in corto che coincide (a meno delle perdite nel ferro che si possono ritenere trascurabili visto il basso valore della tensione) con le perdite negli avvolgimenti.

$$\cos\varphi_{CCt} = \frac{P_{CCt}}{V_{1CCt} \cdot I_1}$$

che rappresenta il f.d.p. in corto del trasformatore.

Grazie ai valori sopra calcolati, si possono disegnare le caratteristiche di cortocircuito:

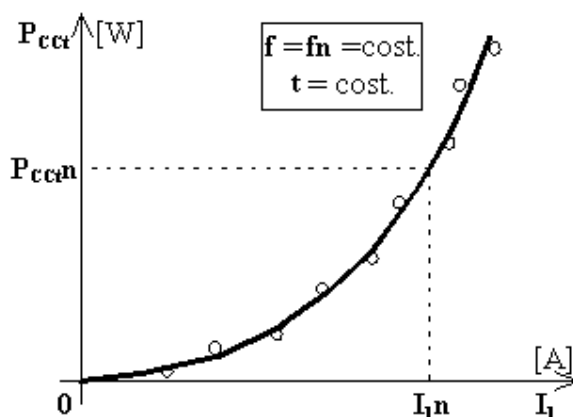
a) tensione applicata in funzione della corrente assorbita **V_{1CCt} = f(I₁)**.



Se durante la prova la temperatura è rimasta costante e così pure la frequenza, saranno rimaste costanti la resistenza e la reattanza di dispersione degli avvolgimenti. Per tale motivo la caratteristica avrà un andamento rettilineo essendo la tensione proporzionale alla corrente attraverso l'impedenza equivalente (costante per quanto sopra esposto).

In corrispondenza della corrente primaria nominale I_{1n} [A] si leggerà sul diagramma la tensione primaria nominale di cortocircuito V_{1ccn} [V] riferita alla temperatura di misura t [°C].

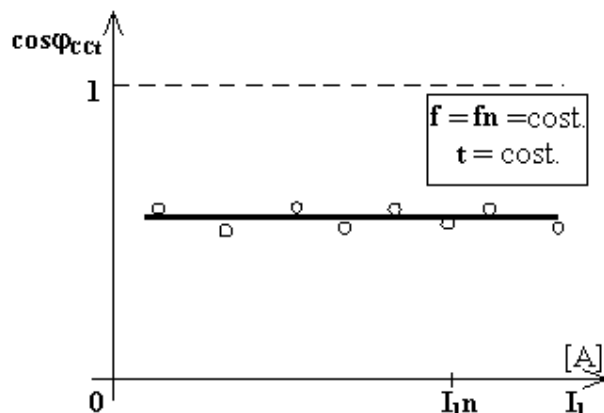
b) perdite negli avvolgimenti in funzione della corrente assorbita $P_{Cct} = f(I_1)$.



La curva ha un andamento pressoché parabolico dato che le perdite negli avvolgimenti variano con il quadrato della corrente e, per le ragioni dette prima, la resistenza degli stessi si può ritenere costante.

In corrispondenza della corrente primaria nominale I_{1n} [A] si leggeranno sul diagramma le corrispondenti perdite negli avvolgimenti P_{Cctn} [W] alla temperatura di misura t [°C].

c) fattore di potenza in corto in funzione della corrente assorbita $\cos\phi_{Cct} = f(I_1)$.



Tale curva ha un andamento quasi orizzontale dato che il f.d.p. si ricava dal rapporto tra la resistenza e l'impedenza che si possono ritenere costanti per le ragioni sopra esposte.

Dalle caratteristiche tracciate si determinano le seguenti grandezze riferite alla corrente nominale I_{1n} [A], alla frequenza nominale ed alla temperatura di misura t [°C]:

$$V_{1ccn} \text{ [V] , } P_{ccn} \text{ [W]}$$

Si tratta ora di riportare i risultati dalla temperatura di misura t [°C] alla temperatura convenzionale di riferimento T [°C] che, come già detto, dipende dalla classe d'isolamento del trasformatore. Per fare questa operazione è necessario separare le perdite Ohmiche dalle perdite addizionali perché le prime aumentano con la temperatura mentre le seconde diminuiscono all'aumentare della temperatura.

Si procede come segue.

Per prima cosa si calcolano le perdite Ohmiche impiegando le resistenze Ohmiche R_{1t} [Ω], R_{2t} [Ω] rilevate con la misura in corrente continua già descritta:

$$P_{\Omega n} = R_{1t} \cdot I_{1n}^2 + R_{2t} \cdot I_{2n}^2 \text{ [W]}$$

Quindi si confrontano le perdite Ohmiche $P_{\Omega n}$ [W] con quelle misurate in corrente alternata nella prova di cortocircuito P_{ccn} [W]. Deve sempre essere $P_{ccn} > P_{\Omega n}$ in quanto passando dalla corrente continua alla corrente alternata accade che alle perdite Ohmiche si aggiungono quelle addizionali. Ecco allora che si è in grado di separare le perdite addizionali alla temperatura di misura:

$$P_{Adtn} = P_{ccn} - P_{\Omega n} \text{ [W]}$$

Dopo avere separato le perdite si possono riportare le stesse dalla temperatura di misura t [°C] alla temperatura convenzionale T [°C] (che vale **75** [°C] per isolamenti in classe **A, E, B** e **115** [°C] per isolamenti in classe **F, H**). Allo scopo si deve calcolare il coefficiente di trasporto, che per il rame vale:

$$K_t = \frac{235 + T}{235 + t}$$

e ricordare come le perdite variano rispetto la temperatura:

$$P_{CCTn} = P_{\Omega n} \cdot Kt + \frac{P_{ADn}}{Kt} \quad [W]$$

Osservazione: le perdite addizionali, pur sempre presenti, assumono valori significativi solo nei trasformatori aventi avvolgimenti di sezione elevata (avvolgimenti per alte correnti e basse tensioni). Diversamente esse sono molto piccole e può accadere che a causa degli inevitabili errori di misura (sistematici ed accidentali) risulti essere $P_{CCTn} \leq P_{\Omega n}$ la qual cosa è un assurdo fisico. Se si verifica questo caso bisogna porre $P_{ADn} = 0$ [W] ed assumere $P_{CCTn} = P_{\Omega n} \cdot Kt$ [W].

Quindi si può procedere alla determinazione dei parametri longitudinali del circuito equivalente semplificato. I passaggi necessari sono di seguito esposti.

Per la reattanza di dispersione equivalente riportata al primario, ricordando che essa è indipendente dalla temperatura, si ha:

$$\left. \begin{aligned} Ze'_t &= \frac{V_{1CCTn}}{I_{1n}} \\ Re'_t &= \frac{P_{CCTn}}{I_{1n}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Xe'_T = Xe'_t = \sqrt{Ze'^2_t - Re'^2_t} \quad [\Omega]$$

Per la resistenza equivalente riportata al primario si ha:

$$Re'_T = \frac{P_{CCTn}}{I_{1n}^2} \quad [\Omega]$$

Per l'impedenza equivalente riportata al primario si ha:

$$Ze'_T = \sqrt{Re'^2_T + Xe'^2_T} \quad [\Omega]$$

Dalla teoria è noto che i parametri riportati al secondario si determinano da quelli al primario dividendo per il quadrato del rapporto di trasformazione nominale a vuoto:

$$Re''_T = \frac{Re'_T}{K_0^2} \quad [\Omega], \quad Xe''_T = \frac{Xe'_T}{K_0^2} \quad [\Omega], \quad Ze''_T = \frac{Ze'_T}{K_0^2} \quad [\Omega]$$

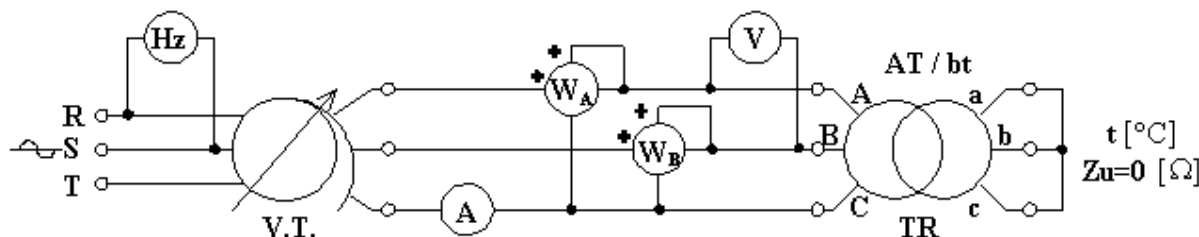
Noti i parametri del circuito equivalente si determinano la tensione di cortocircuito secondaria ed il fattore di potenza di cortocircuito:

$$V_{2CCT} = Ze''_T \cdot I_{2n} \quad [V], \quad \cos \varphi_{CCT} = \frac{Re''_T}{Ze''_T} = \frac{P_{cc\%}}{V_{cc\%}}$$

Infine si calcolano i valori percentuali delle perdite e della tensione di cortocircuito per poterli confrontare con quelli forniti dai costruttori e così giudicare sulla buona progettazione e realizzazione della macchina in prova:

$$V_{cc}\% = \frac{V_{2CCT}}{V_{20n}} \cdot 100, \quad P_{cc}\% = \frac{P_{CCTn}}{S_n} \cdot 100$$

Per il trasformatore trifase il circuito di misura consigliato è il seguente:



Essendo il TR trifase in cortocircuito un sistema essenzialmente equilibrato qualunque sia il tipo di nucleo (questo perché, a causa del valore ridotto della tensione applicata, la corrente di magnetizzazione è del tutto trascurabile), è lecito adottare l'inserzione ARON anche per determinare il fattore di potenza.

Sempre riguardo al circuito di misura bisogna aggiungere che l'alimentazione deve essere costituita da una terna simmetrica di tensioni sinusoidali. Valgono inoltre tutte le altre considerazioni già fatte per il circuito relativo al trasformatore monofase.

Se non si desidera tracciare le caratteristiche di cortocircuito è possibile fare un'unica misura con applicata la tensione ridotta tale da far circolare negli avvolgimenti le correnti nominali, con frequenza nominale. Con ovvio significato dei simboli, le espressioni con le quali elaborare i risultati sperimentali sono le seguenti:

$$t [^{\circ}\text{C}]$$

direttamente indicata dal termometro.

$$V_{1CCTn} [V]$$

direttamente indicata dal voltmetro.

$$I_{1n} [A]$$

direttamente indicata dall'amperometro.

$$P_{CCTn} = W_A + W_B - 2 \cdot \frac{V_{1CCTn}^2}{R_{WV}} - \frac{V_{1CCTn}^2}{R_V} [W]$$

essendo $R_{WV} [\Omega]$ la resistenza interna voltmetrica dei wattmetri (supposti uguali) e $R_V [\Omega]$ la resistenza interna del voltmetro. La potenza così calcolata è quella assorbita dal trasformatore in corto che coincide (a meno delle perdite nel ferro che si possono ritenere trascurabili visto il basso valore della tensione) con le perdite negli avvolgimenti.

Si tratta ora di riportare i risultati dalla temperatura di misura $t [^{\circ}\text{C}]$ alla temperatura convenzionale di riferimento $T [^{\circ}\text{C}]$ che, come già detto, dipende dalla classe d'isolamento del trasformatore.

Si procede come per il trasformatore monofase, ovviamente si deve tenere conto del fatto che le tensioni sono quelle concatenate, le correnti sono quelle di linea, le perdite sono quelle complessive nelle tre fasi ed i parametri sono riferiti al trasformatore Yy .

$$P_{\Omega n} = 3 \cdot R_{1t} \cdot I_{1n}^2 + 3 \cdot R_{2t} \cdot I_{2n}^2 \text{ [W]}$$

$$P_{Adt n} = P_{Cct n} - P_{\Omega n} \text{ [W]}$$

$$P_{CCT n} = P_{\Omega n} \cdot K_t + \frac{P_{Adt n}}{K_t} \text{ [W]}$$

Se $P_{Cct n} \leq P_{\Omega n}$ allora $P_{Adt n} = 0$ [W] e $P_{CCT n} = P_{Cct n} \cdot K_t$ [W]

$$\left. \begin{aligned} Ze'_t &= \frac{V_{1Cct n}}{\sqrt{3} \cdot I_{1n}} \\ Re'_t &= \frac{P_{Cct n}}{3 \cdot I_{1n}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Xe'_T = Xe'_t = \sqrt{Ze'^2_t - Re'^2_t} \text{ [\Omega]}$$

$$Re'_T = \frac{P_{CCT n}}{3 \cdot I_{1n}^2} \text{ [\Omega]}, \quad Ze'_T = \sqrt{Re'^2_T + Xe'^2_T} \text{ [\Omega]}$$

$$Re''_T = \frac{Re'_T}{K_0^2} \text{ [\Omega]}, \quad Xe''_T = \frac{Xe'_T}{K_0^2} \text{ [\Omega]}, \quad Ze''_T = \frac{Ze'_T}{K_0^2} \text{ [\Omega]}$$

$$V_{2CCT} = \sqrt{3} \cdot Ze''_T \cdot I_{2n} \text{ [V]}, \quad \cos \varphi_{CCT} = \frac{Re''_T}{Ze''_T} = \frac{P_{cc\%}}{V_{cc\%}}$$

$$V_{cc\%} = \frac{V_{2CCT}}{V_{20n}} \cdot 100, \quad P_{cc\%} = \frac{P_{CCT n}}{S_n} \cdot 100$$

Macchina Asincrona

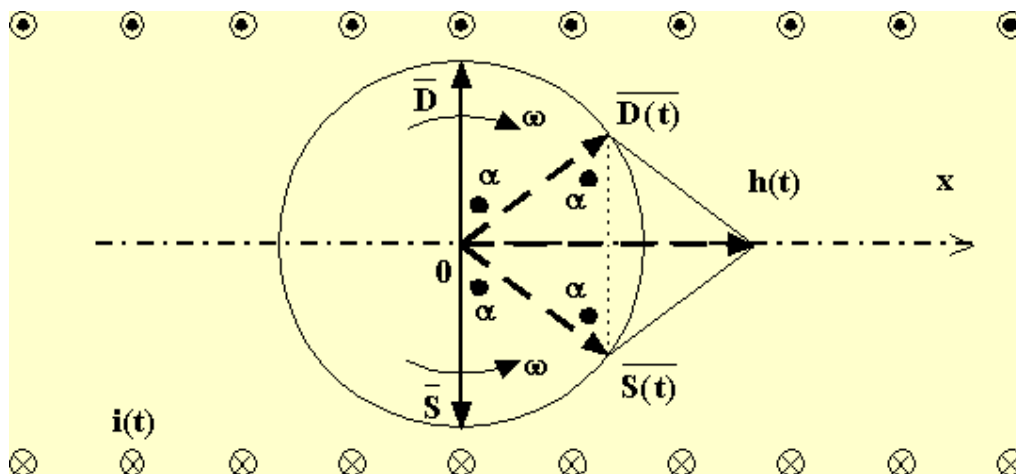
Generalità

Nella trattazione esposta in questi appunti si immagina che il campo rotante abbia una distribuzione dell'induzione nel traferro perfettamente sinusoidale e che il rotore sia di tipo avvolto (nel caso di rotore a gabbia il comportamento è lo stesso purché il numero delle sbarre che costituiscono la gabbia sia sufficientemente elevato).

Campo rotante bifase e trifase

E' tale un campo magnetico di intensità costante la cui direzione ruota in un piano con moto uniforme. E' del tutto simile a quello che può essere ottenuto con la rotazione di un magnete permanente o di un solenoide eccitato in corrente continua.

Componenti rotatorie di un campo alternativo sinusoidale.



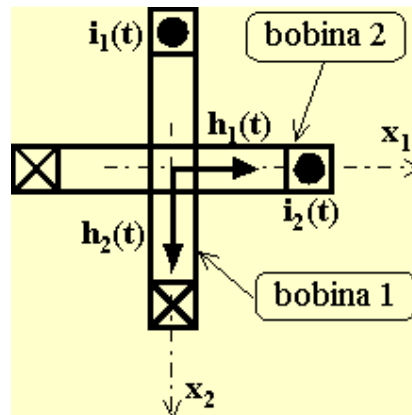
La circolazione nel solenoide di una corrente alternata sinusoidale $i(t) = I_M \cdot \sin(\omega t)$ produrrà lo sviluppo lungo il suo asse x di un campo sinusoidale $h(t) = H_M \cdot \sin(\omega t)$. Si dimostra che, in ogni istante, il campo sinusoidale $h(t)$ è pari alla somma vettoriale di due campi $\overline{D}$ ed $\overline{S}$ di intensità pari ad $H_M/2$ e ruotanti in sensi contrapposti alla velocità angolare ω [rad/s] pari alla pulsazione del campo sinusoidale. Infatti, se si conta il tempo a partire dall'istante in cui è $h(t) = 0$, cioè dall'istante in cui i due vettori $\overline{D}$ ed $\overline{S}$ sono contrapposti, allora dopo un certo tempo t i due vettori avranno ruotato dello stesso angolo $\alpha = \omega t$, per cui si potrà scrivere:

$$|\overline{D(t)} + \overline{S(t)}| = D \cdot \sin(\alpha) + S \cdot \sin(\alpha) = (D + S) \cdot \sin(\alpha) = H_M \cdot \sin(\alpha) = h(t)$$

Osservazione: per la rappresentazione si conviene di fissare le componenti rotatorie $\overline{D}$ ed $\overline{S}$ nella posizione che esse assumono, rispetto all'asse orientato x lungo il quale si sviluppa il campo sinusoidale, nell'istante $t = 0$ [s].

Conclusione: una bobina percorsa da corrente sinusoidale $i(t)$ crea lungo il suo asse x un campo magnetico alternativo sinusoidale $h(t)$ equivalente a due campi $\overline{D}$ ed $\overline{S}$ di intensità costante e pari alla metà valore massimo del campo sinusoidale, simmetricamente ruotanti in versi opposti. Si deduce che, sovrapponendo due o più campi alternati di eguale ampiezza e frequenza, agenti in direzioni opportune ed opportunamente sfasati nel tempo, è possibile ottenere che le rispettive componenti rotatorie in un dato verso si annullino e che invece le componenti rotatorie nell'altro verso si sommino così che l'effetto risultante sia un campo rotante puro di intensità costante.

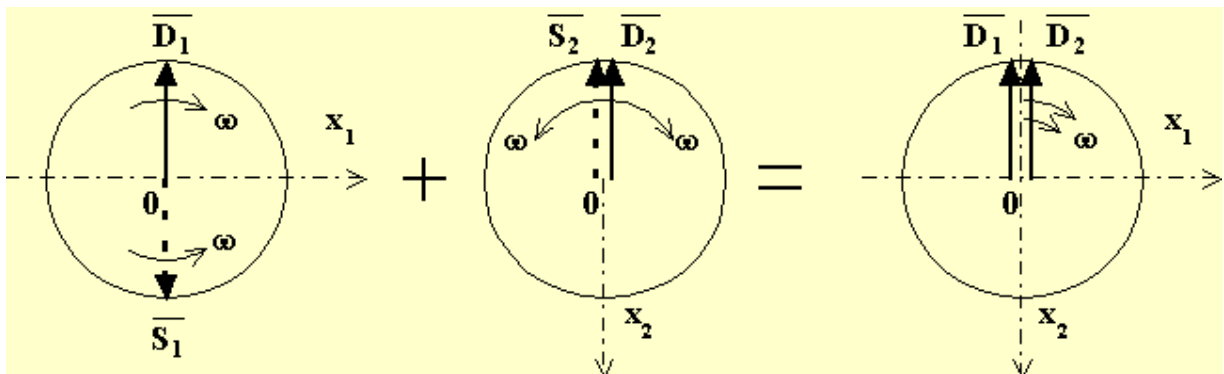
Campo rotante bifase.



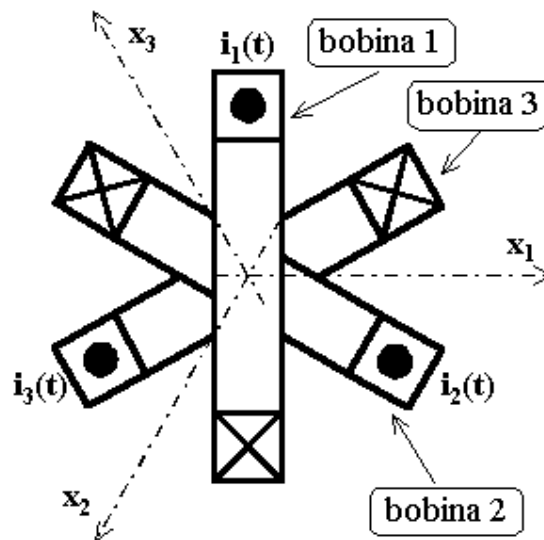
Le due bobine siano uguali e con gli assi x_1 ed x_2 fra di loro ortogonali. Le correnti di eccitazione delle bobine (e quindi i campi magnetici da esse originati) siano sinusoidali di eguale valore massimo ed eguale pulsazione, con $i_1(t)$ in quadratura in anticipo su $i_2(t)$. Il campo rotante che ne consegue ha intensità pari a:

$$|\overline{D_1} + \overline{D_2}| = \frac{H_M}{2} + \frac{H_M}{2}$$

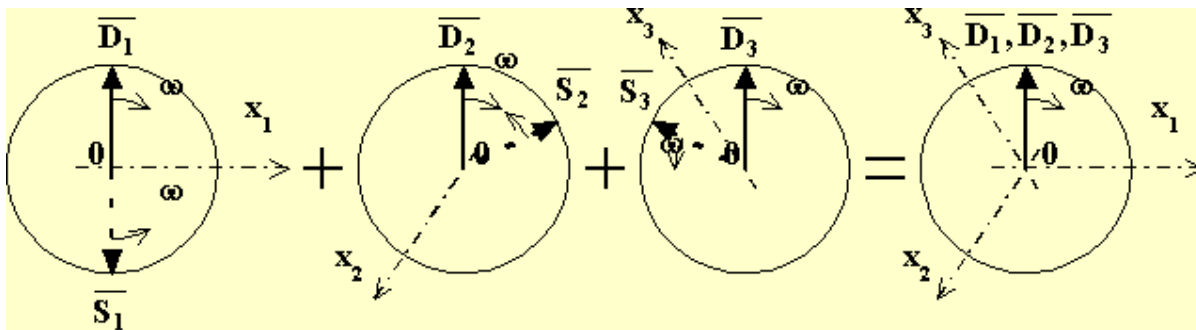
infatti le componenti $\overline{S_1}$ ed $\overline{S_2}$ si elidono perché opposte. La velocità con la quale ruota il campo rotante è uguale alla pulsazione delle correnti nelle bobine ed il verso di rotazione è quello che va dalla direzione positiva del campo sfasato in anticipo alla direzione positiva del campo sfasato in ritardo (il verso, quindi, cambia invertendo la corrente in uno dei due avvolgimenti).



Campo rotante trifase.



Le tre bobine siano uguali e con gli assi orientati a 120° tra di loro (con x_1 in anticipo su x_2 ed in ritardo su x_3), le tre correnti sinusoidali (e quindi i corrispondenti campi magnetici) abbiano lo stesso valore massimo e la stessa pulsazione ω ma siano sfasate tra di loro di un terzo di periodo, con $i_1(t)$ in anticipo su $i_2(t)$ ed in ritardo su $i_3(t)$.



Il campo rotante che si genera ha intensità pari a:

$$|\overline{D_1} + \overline{D_2} + \overline{D_3}| = \frac{H_M}{2} + \frac{H_M}{2} + \frac{H_M}{2} = 1,5 \cdot H_M$$

in quanto le componenti $\overline{s_1}$, $\overline{s_2}$, $\overline{s_3}$ formando una terna simmetrica si elidono. Il campo rotante ruota alla velocità ω con lo stesso verso già descritto a proposito del campo bifase.

Osservazione:

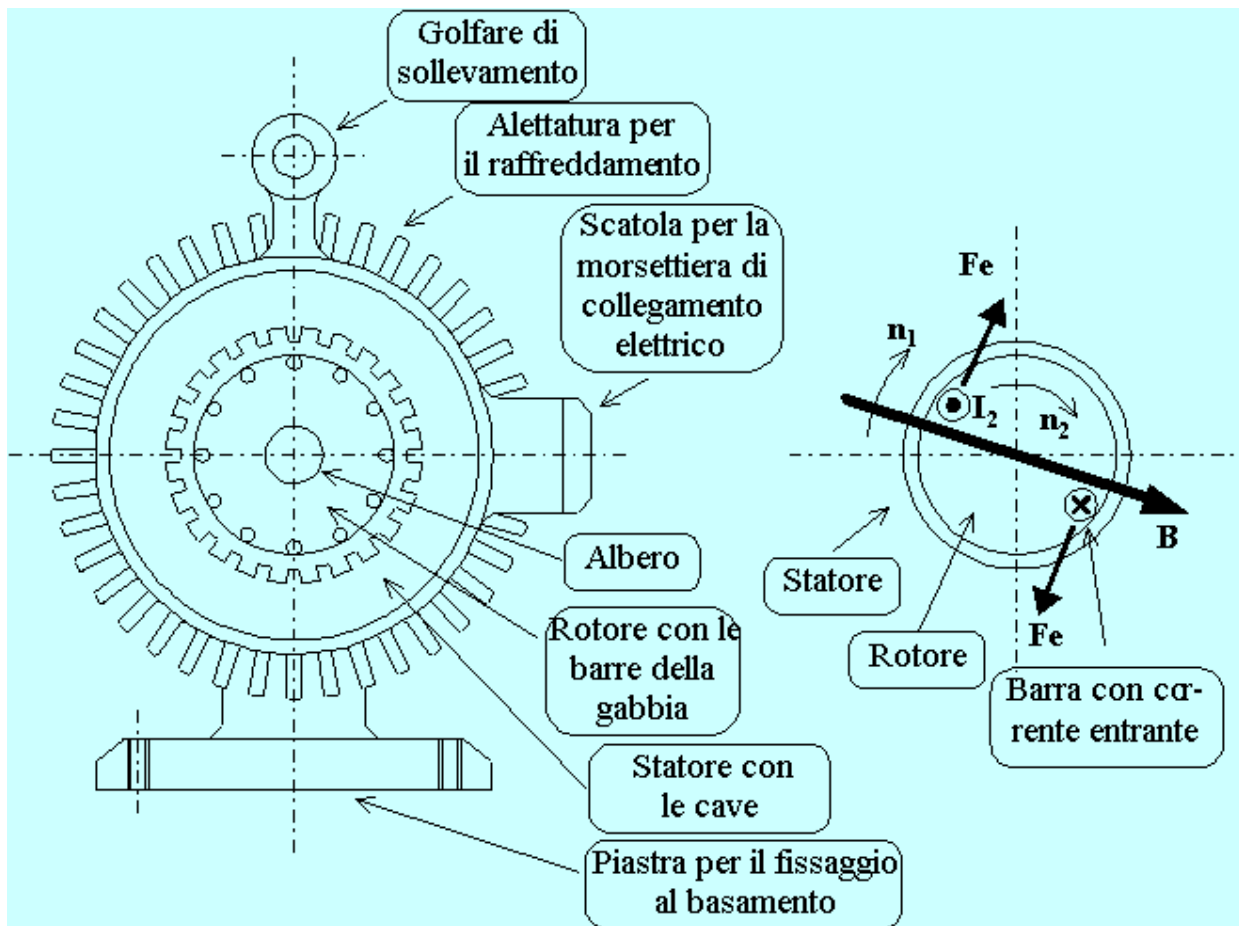
Per i campi multipolari, se $2 \cdot p$ è il numero di poli ed f [Hz] la frequenza delle correnti sinusoidali che alimentano le bobine, si ha la velocità del campo rotante:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \quad [g / l']$$

Principio generale di funzionamento

La figura sottostante a sinistra riporta le principali parti costituenti un normale motore asincrono, con particolare riferimento al motore con rotore a gabbia. Il disegno vuole essere una vista in sezione del motore, col piano di sezione normale all'asse longitudinale della macchina (asse dell'albero del motore). Non sono quindi rappresentate le due calotte che completano la chiusura protettiva ed i cuscinetti che sostengono l'albero tenendolo centrato sull'asse di rotazione. Inoltre per lo statore non sono riportati gli avvolgimenti induttori (del tipo aperto per correnti alternate trifase) che sostengono il campo rotante, ma è solo riportata la vista a forma di corona circolare di uno dei lamierini ferromagnetici che compongono il pacco statorico per il quale sono raffigurate le cave (separate da denti) destinate a contenere i conduttori attivi dell'avvolgimento statorico. Per il rotore sono in vista le sezioni delle barre di alluminio che compongono la gabbia di scoiattolo che costituisce l'avvolgimento d'indotto della macchina (non compaiono gli anelli di cortocircuito della gabbia stessa) e la vista di uno dei lamierini del pacco rotorico.

La figura di destra riassume invece il principio di funzionamento.



Gli avvolgimenti trifasi statorici, alimentati da una terna simmetrica di tensioni e quindi percorsi da una terna trifase di correnti sinusoidali, generano un campo magnetico rotante di intensità B [Wb/m²] la cui velocità n_1 [g / l'] dipende dalla frequenza di alimentazione f_1 [Hz] e dal numero p di coppie polari secondo la relazione:

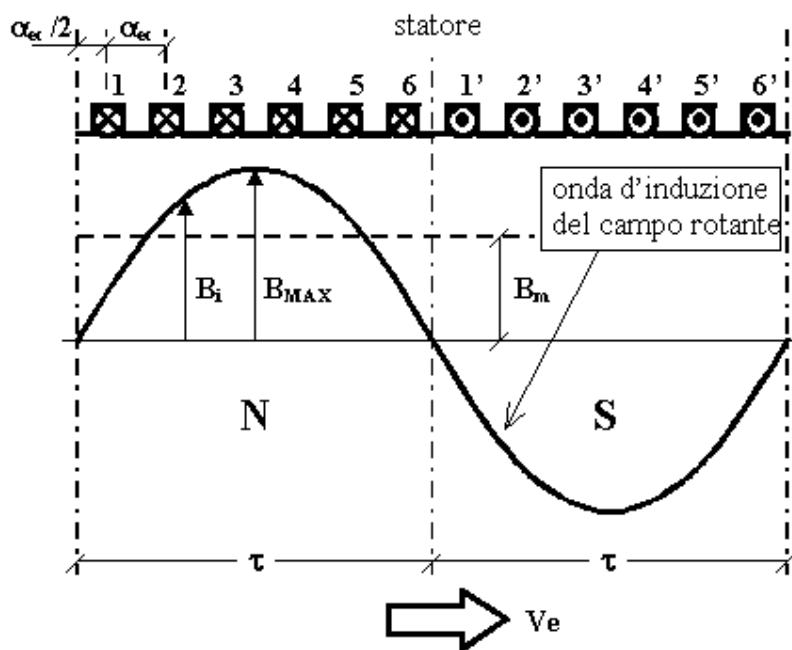
$$n_1 = \frac{f_1 \cdot 60}{p} \text{ [g / 1']}$$

Immaginando inizialmente il rotore fermo, $n_2 = 0$, tale campo rotante, bipolare nella rappresentazione, taglierà trasversalmente i conduttori attivi rotorici raffigurati che costituiscono i lati attivi di una spira chiusa in cortocircuito. Nella spira si svilupperà, grazie alla legge generale dell'induzione elettromagnetica, una forza elettromotrice indotta che farà circolare una corrente I_2 col verso di figura. Tale corrente interagirà col campo magnetico rotante induttore dando luogo a delle forze elettromagnetiche di intensità F_e dirette in modo tale da formare una coppia motrice C_M . A causa della coppia motrice il rotore si metterà in movimento nello stesso senso del campo rotante. Mano a mano che il rotore acquista velocità sotto l'azione della coppia diminuirà la velocità con la quale il campo rotante taglia i conduttori attivi di rotore e con essa le correnti rotoriche e la coppia motrice. Idealmente, se si trascurano gli attriti, la coppia motrice si annulla quando la velocità n_2 del rotore eguaglia la velocità n_1 del campo rotante. In realtà, anche se il motore è a vuoto (cioè senza coppie frenanti applicate al suo albero), le perdite meccaniche dovute all'attrito nei cuscinetti ed alla ventilazione del rotore nell'aria, fanno sì che sia sempre $n_2 < n_1$ e che quindi permanga la piccola coppia motrice necessaria a vincere la coppia resistente.

Se, col motore alimentato (e quindi col campo rotante induttore presente) e funzionante a vuoto, si applica una coppia frenante all'albero si ha che il rotore rallenta così che aumenta la velocità con la quale il campo rotante taglia gli avvolgimenti rotorici. Aumenta quindi la corrente rotorica e con essa la coppia motrice fino a che la coppia motrice eguaglierà la coppia resistente esterna ripristinando nuove condizioni di equilibrio dinamico ad una velocità del rotore inferiore alla precedente. Nel caso in cui la coppia frenante sia eccessiva, il rotore rallenterà fino a fermarsi ed il motore si troverà a funzionare nella condizione di cortocircuito (o rotore bloccato) non sostenibile se non per un breve istante di tempo a causa dell'elevata intensità delle correnti negli avvolgimenti.

Forze elettromotrici indotte negli avvolgimenti di statore

La figura sottostante rappresenta attraverso un disegno panoramico due poli successivi del campo rotante, un Nord ed un Sud, raffigurati attraverso il profilo sinusoidale che i valori locali di induzione assumono. B_1 è un valore generico dell'induzione, B_{MAX} il suo valore massimo, B_m il valore medio per polo. E' inoltre raffigurata la porzione di statore interessata dai due poli, ipotizzando di avere due cave per polo e per fase e quindi sei cave sotto l'effetto del medesimo polo. In ciascuna cava è calato l'avvolgimento d'indotto ed i lati attivi di tale avvolgimento sono visti in sezione. Se il campo rotante taglia i lati attivi scorrendo con velocità lineare V_e [m/s] da sinistra verso destra, in ciascun lato attivo si svilupperà una forza elettromotrice indotta avente verso entrante nei conduttori tagliati dal polo Nord e verso uscente nei conduttori tagliati dal polo Sud. I lati attivi appartenenti alla stessa fase (1, 1', 2, 2' per la prima, 3,3',4,4' per la terza, 5,5',6,6' per la seconda) sono collegati in serie tra di loro. La figura rappresenta lo schema panoramico dell'intero motore se i suoi poli sono due, metà dell'intero se i suoi poli sono quattro, un terzo dell'intero se i suoi poli sono sei, eccetera.



Si supponga che il campo rotante (di velocità n_1 [g /']) abbia una distribuzione d'induzione sinusoidale nel traferro e che si muova con una velocità lineare costante V_e [m / s] rispetto agli avvolgimenti di statore. In ciascun conduttore attivo posto nelle cave di statore si indurrà una f.e.m. di valore istantaneo $e_i(t) = b_i(t) \cdot l \cdot V_e$ [V], dove $b_i(t)$ [Wb / m²] è il valore istantaneo della componente d'induzione normale al conduttore ed l [m] è la lunghezza attiva del conduttore.

Poiché l'induzione è sinusoidale nello spazio e scorre con velocità costante, in ogni conduttore si induce una f.e.m. sinusoidale nel tempo. Si deduce che il tempo T [s] che impiega l'intera onda di induzione (che occupa il doppio di un passo polare τ [m]) a tagliare il conduttore corrisponde al periodo della f.e.m. indotta nel conduttore medesimo. Per essa la frequenza varrà:

$$f_1 = \frac{1}{T} = \frac{V_e}{2 \cdot \tau} \text{ [Hz]} \Rightarrow V_e = 2 \cdot \tau \cdot f_1 \text{ [m / s]}$$

Il valore efficace della f.e.m. indotta nel conduttore si potrà esprimere con $E_i = B \cdot l \cdot V_e$ [V] ed in tale espressione il valore efficace B non ha alcun significato fisico perché l'induzione varia sinusoidalmente nello spazio, mentre la f.e.m. varia sinusoidalmente nel tempo. Tuttavia si può legare il valore di B al valore medio B_m che l'induzione ha attraverso un polo (ovvero in un semiperiodo dell'onda sinusoidale dell'induzione) mediante la relazione:

$$\frac{B}{B_m} = K_f \Rightarrow B = K_f \cdot B_m \text{ [Wb / m}^2\text{]}$$

L'espressione del valore efficace della f.e.m. indotta diventa così:

$$E_i = K_f \cdot B_m \cdot l \cdot V_e \text{ [V]}$$

Poiché B_m [Wb/m²] è il valore medio d'induzione attraverso una espansione polare, chiamando con Φ_{pp} [Wb] il flusso per polo e con S_p [m²] la sezione trasversale di un polo, si avrà:

$$B_m = \frac{\Phi_{pp}}{S_p} = \frac{\Phi_{pp}}{l \cdot \tau}$$

che sostituita nell'espressione del valore efficace della f.e.m. indotta dà:

$$E_i = K_f \cdot B_m \cdot l \cdot v_e = K_f \cdot \frac{\Phi_{pp}}{l \cdot \tau} \cdot l \cdot 2 \cdot \tau \cdot f_1 = 2 \cdot K_f \cdot \Phi_{pp} \cdot f_1 \text{ [V]}$$

Infine, considerando che per comporre una fase statorica si collegano N_1 conduttori in serie e che l'avvolgimento sarà caratterizzato da un coefficiente di Blondel K_{b1} e da un eventuale coefficiente di accorciamento di passo K_{p1} , il valore efficace che assume la f.e.m. indotta in ciascuna fase statorica varrà:

$$E_1 = 2 \cdot K_f \cdot K_{b1} \cdot K_{p1} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_1 \cdot N_1 \text{ [V]}$$

che, riassumendo tutte le costanti, si riduce alla:

$$E_1 = K_{A1} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_1 \cdot N_1 \text{ [V]}$$

Osservazione: il fattore K_f è analogo al fattore di forma delle grandezze alternate e se la distribuzione dell'onda d'induzione al traferro è sinusoidale vale:

$$K_f = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} \cong 1,11$$

Osservazione: il fattore di Blondel K_b tiene conto del fatto che la sommatoria vettoriale delle N_1 f.e.m. indotte nei conduttori collegati in serie che costituiscono una fase statorica è inferiore al prodotto $E_i \cdot N_1$ che ne costituisce la somma aritmetica per via del fatto che le varie f.e.m. sono tra di loro sfasate:

$$K_b = \frac{\sum \overline{E_i}}{\sum E_i} = \frac{\text{sen}\left(q \cdot \frac{\alpha_{ec}}{2}\right)}{q \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha_{ec}}{2}\right)}$$

In questa espressione q identifica il numero di cave per polo e per fase mentre α_{ec} rappresenta l'angolo elettrico di cava, ovvero l'angolo di sfasamento tra le f.e.m. indotte nei conduttori posti in due cave adiacenti. Tale angolo si calcola con:

$$\alpha_{ec} = \alpha_{mc} \cdot p = \frac{180^\circ}{3 \cdot q}$$

dove α_{mc} è l'angolo meccanico di cava (calcolabile dividendo 360° per il numero totale di cave statoriche e p è il numero di paia di poli dell'avvolgimento statorico).

Osservazione: il fattore di accorciamento di passo K_p tiene conto del fatto che, per eliminare dall'onda della f.e.m. indotta le componenti armoniche dovute alla non perfetta sinusoidalità della

distribuzione dell'induzione nel traferro, molto spesso si ricorre a raccorciare il passo, ovvero i conduttori posti in una cava non vengono collegati in serie con quelli che si trovano nella cava distante un passo polare bensì con quelli che si trovano in una cava più vicina. Raccorciando di un terzo di passo polare si elimina la componente armonica del terzo ordine, raccorciando di un quinto del passo polare si elimina la componente armonica del quinto ordine, eccetera. Il fattore di passo si determina mediante l'espressione:

$$K_p = \text{sen}\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

dove β è il passo di spira, ovvero l'angolo elettrico abbracciato da una spira dell'avvolgimento (ovviamente $\beta = 180^\circ$ se il passo è intero).

Grandezze che caratterizzano il rotore

- f.e.m. indotta in ciascuna fase rotorica: $E_2 = 2 \cdot K_f \cdot K_{b2} \cdot K_{p2} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_2 \cdot N_2$ [V] che,
riassumendo tutte le costanti, si riduce alla $E_2 = K_{A2} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_2 \cdot N_2$ [V]. Tale f.e.m. risulta essere variabile al variare delle frequenze rotoriche;

- velocità meccanica del rotore: n_2 [g/l'];

- velocità con la quale il campo rotante taglia i conduttori di rotore: $(n_1 - n_2)$ [g/l'];

- scorrimento assoluto:

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} ;$$

- scorrimento percentuale: $s\% = 100 \cdot s$;

- dall'espressione dello scorrimento assoluto si ricava: $n_2 = n_1 \cdot (1 - s)$ [g/l'];

- essendo la velocità n_1 del campo rotante legata alla frequenza f_1 di alimentazione degli avvolgimenti statorici dalla $f_1 = p \cdot n_1 / 60$, analogamente si avrà per il rotore:

$$f_2 = \frac{p \cdot (n_1 - n_2)}{60} = \frac{p \cdot s \cdot n_1}{60} = s \cdot f_1$$

cioè la frequenza rotorica varia con lo scorrimento;

- sostituendo nell'espressione della E_2 ad f_2 l'espressione appena ricavata si ottiene l'espressione $E_2(s) = K_{A2} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_1 \cdot s \cdot N_2$ [V]. Chiamando $E_2(1) = K_{A2} \cdot \Phi_{pp} \cdot f_1 \cdot N_2$ [V] la f.e.m. rotorica quando lo scorrimento vale 1 (ovvero quando il rotore è fermo) e quindi le frequenze rotoriche sono uguali a quelle statoriche, si avrà $E_2(s) = E_2(1) \cdot s$, cioè la f.e.m. rotorica varia con lo scorrimento ;

- rapporto di trasformazione del motore $m = E_1/E_2(1) = (K_{A1} \cdot N_1) / (K_{A2} \cdot N_2)$;

- reattanza di dispersione di una fase rotorica $X_2(s) = X_2(1) \cdot s$ dove $X_2(1)$ è la reattanza a rotore bloccato quando le frequenze rotoriche sono uguali a quelle statoriche ;

- corrente in una fase rotorica $I_2(s) = E_2(s) / Z_2(s)$, variabile con lo scorrimento essendo variabili sia la f.e.m. che la parte reattiva dell'impedenza.

Reazione rotorica

Le f.e.m. indotte negli avvolgimenti rotorici $E_2(s)$ generano delle correnti $I_2(s)$ negli avvolgimenti stessi (essendo questi chiusi in cortocircuito). Tali correnti, circolando in avvolgimenti polifasi simmetrici ed essendo sostenute da sistemi simmetrici di f.e.m. producono un campo rotante, detto campo rotante di indotto, il quale ha lo stesso numero di coppie polari del campo rotante induttore (quello originato dalle correnti presenti negli avvolgimenti statorici). La velocità del campo d'indotto rispetto al rotore vale:

$$\frac{60 \cdot f_2}{p} = \frac{60 \cdot s \cdot f_1}{p} = s \cdot n_1 = (n_1 - n_2)$$

Per ricavare la velocità del campo d'indotto rispetto allo statore bisognerà sommare alla sua velocità rispetto al rotore la velocità del rotore rispetto allo statore $(n_1 - n_2) + n_2 = n_1$. Si osserva così che il campo d'indotto ruota nel traferro con la stessa velocità del campo rotante induttore, qualunque sia la velocità n_2 propria del rotore (equivale a dire che i due campi conservano invariata durante la rotazione la loro posizione reciproca). Ne consegue che le correnti rotoriche, qualunque sia il funzionamento del motore, esercitano una reazione rotorica d'indotto sul sistema induttore (avvolgimenti statorici) con la stessa frequenza f_1 propria degli avvolgimenti statorici. Ovvero l'effetto di reazione delle correnti rotoriche $I_2(s)$ sullo statore è perfettamente analogo all'effetto di reazione, in un trasformatore, della corrente I_2 circolante negli avvolgimenti secondari sugli avvolgimenti primari, indipendentemente dalla rotazione meccanica del rotore. Tutto ciò rende il circuito equivalente del motore analogo a quello del trasformatore. Infatti ciascuna fase dello statore è concatenata con un flusso Φ_C alternato sinusoidale di frequenza f_1 (purchè sia sinusoidale la distribuzione nel traferro del flusso per polo e sia costante la velocità del campo rotante) e, come nei trasformatori, se sono costanti la tensione e la frequenza di alimentazione dovrà essere pressochè costante la f.e.m. indotta in ciascuna fase statorica che, a sua volta, presuppone la costanza di Φ_C e quindi della forza magnetomotrice che sostiene il flusso (nelle equazioni seguenti R_i è la riluttanza del circuito magnetico):

a vuoto:

$$K_{A1} \cdot N_1 \cdot \overline{I_{10}} = \overline{\Phi_{C0}} \cdot R_i$$

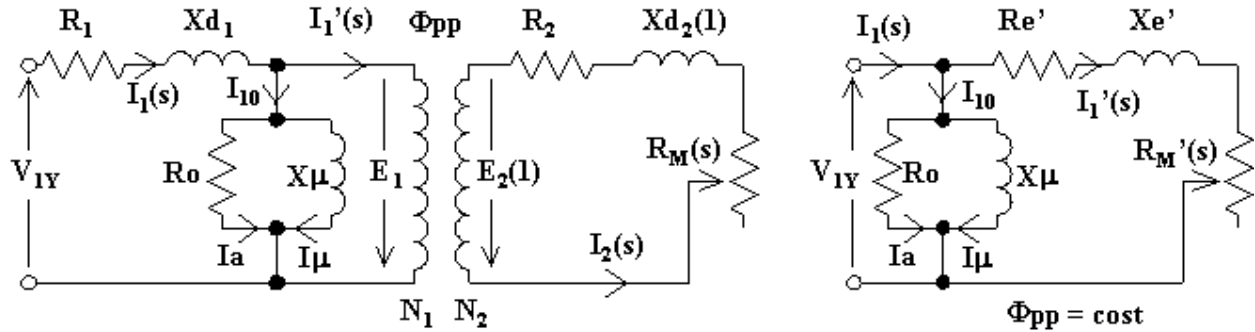
a carico:

$$\left. \begin{array}{l} V_{1Y} = \cos t \\ f_1 = \cos t \end{array} \right\} \Rightarrow E_1 = \cos t \Rightarrow \Phi_{C0} = \Phi_{CCA} \Rightarrow K_{A1} \cdot N_1 \cdot \overline{I_{10}} = K_{A1} \cdot N_1 \cdot \overline{I_1} + K_{A2} \cdot N_2 \cdot \overline{I_2}$$

$$\overline{I_1} = \overline{I_{10}} - \frac{K_{A2} \cdot N_2}{K_{A1} \cdot N_1} \cdot \overline{I_2} \Rightarrow \overline{I_1'} = - \frac{K_{A2} \cdot N_2}{K_{A1} \cdot N_1} \cdot \overline{I_2}$$

proprio come nei trasformatori.

Circuito equivalente



Essendo la macchina trifase, si fa riferimento ad una fase del motore equivalente Y/Y (quindi le correnti sono uguali a quelle di linea, mentre le tensioni sono quelle stellate che andranno moltiplicate per $\sqrt{3}$ al fine di ottenere quelle concatenate di linea).

Per quanto riguarda lo statore, il suo circuito equivalente è uguale a quello del primario di un trasformatore, valgono le stesse identiche considerazioni con l'osservazione che la f.e.m. indotta $\overline{E_1}$ è originata dal taglio degli avvolgimenti statorici da parte del campo magnetico rotante avente distribuzione sinusoidale nel traferro, mentre nei trasformatori la stessa f.e.m. indotta era originata dalla concatenazione con l'avvolgimento primario del flusso utile variabile sinusoidalmente nel tempo.

Per quanto riguarda il rotore, si devono considerare:

- la resistenza ohmica di una fase equivalente a stella R_2 [Ω] indipendente dalla velocità del motore;
- la reattanza di dispersione di una fase equivalente a stella dovuta ai flussi dispersi di rotore $Xd_2(s)$ [Ω]. Tale reattanza non è costante ma varia al variare della velocità del rotore (cioè è funzione dello scorrimento s). Infatti, variando lo scorrimento, varia il valore della frequenza rotorica così che:

$$\left. \begin{aligned} f_2(s) &= s \cdot f_1 \\ Xd_2(s) &= 2 \cdot \pi \cdot f_2(s) \cdot Ld_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} Xd_2(s) &= 2 \cdot \pi \cdot s \cdot f_1 \cdot Ld_2 \\ 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot Ld_2 &= Xd_2(1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow Xd_2(s) = s \cdot Xd_2(1)$$

dove $Xd_2(1)$ è la reattanza di dispersione rotorica a rotore bloccato. Si osserva che $Xd_2(1)$ è il massimo valore che la reattanza può assumere, infatti mano a mano che il rotore acquista velocità lo scorrimento diminuisce ($s = 1$ all'avviamento, s vale pochi centesimi a regime, $s = 0$ teoricamente a vuoto). Si può quindi dire che l'impedenza rotorica vale:

$$\overline{Z_2(s)} = R_2 + j \cdot Xd_2(1) \cdot s \text{ } [\Omega]$$

Considerando che la f.e.m. stellata che agisce su ciascuna fase rotorica vale $\overline{E_2(s)}$, la corrente che circola in ciascuna fase del rotore sarà data da:

$$\overline{I_2(s)} = \frac{\overline{E_2(s)}}{\overline{Z_2(s)}} = \frac{s \cdot \overline{E_2(1)}}{R_2 + j \cdot X_{d2}(1) \cdot s} = \frac{\overline{E_2(1)}}{\frac{R_2}{s} + j \cdot X_{d2}(1)} \quad (*)$$

Si osserva che la corrente che circola in ciascuna fase del rotore, quando esso ruota con scorrimento s , è la stessa che si avrebbe se il rotore fosse fermo ($s = 1$) ma con la resistenza ohmica di ogni fase rotorica aumentata dal valore R_2 [Ω] al valore R_2 / s [Ω].

La quantità $P_T = 3 \cdot I_2(s)^2 \cdot (R_2 / s)$ [W] rappresenta la potenza trasmessa dallo statore al rotore. Tale potenza sarà pari alla somma della potenza dissipata per effetto joule nella resistenza rotorica $P_{JR} = 3 \cdot I_2(s)^2 \cdot R_2$ [W] e della potenza elettrica trasformata in meccanica (potenza meccanica generata):

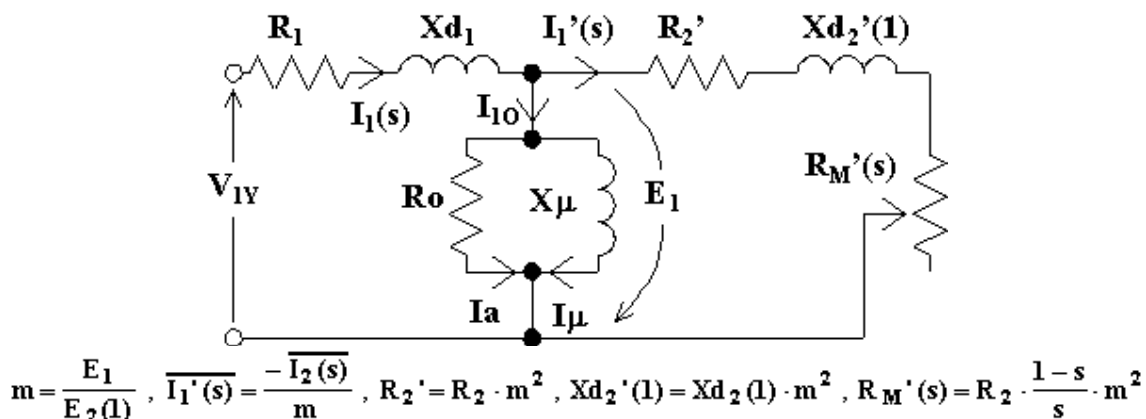
$$P_M = P_T - P_{JR} = 3 \cdot I_2(s)^2 \cdot R_2 \cdot \frac{1-s}{s} = 3 \cdot I_2(s)^2 \cdot R_M(s) \text{ [W]}$$

Pertanto, sdoppiando il termine R_2 / s nella somma:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + R_2 \cdot \frac{1-s}{s} = R_2 + R_M(s)$$

si possono mettere in evidenza separatamente la potenza persa per effetto joule P_{JR} e la potenza meccanica generata P_M per ciascuna fase. Ci riduciamo così al circuito equivalente di una fase Y/Y sopra disegnato. In tale circuito, che altro non è che l'interpretazione circuitale dell'equazione (*), le frequenze rotoriche sono le stesse dello statore essendo $f_2(1) = f_1$. Osserviamo che se il rotore è bloccato (situazione all'avviamento) si ha $s = 1$ ed $(1-s)/s = 0$ e pertanto tutta la potenza trasmessa viene dissipata per effetto joule, invece se il rotore raggiunge la velocità del campo magnetico rotante (cosa naturalmente impossibile) si ha $s = 0$ ed $(1-s)/s = \infty$ così che il circuito rotorico risulta aperto e quindi sono nulle sia la corrente rotorica che la potenza trasmessa.

Come per il trasformatore, è possibile riportare allo statore (primario) gli elementi del rotore (secondario) dando luogo al circuito equivalente:

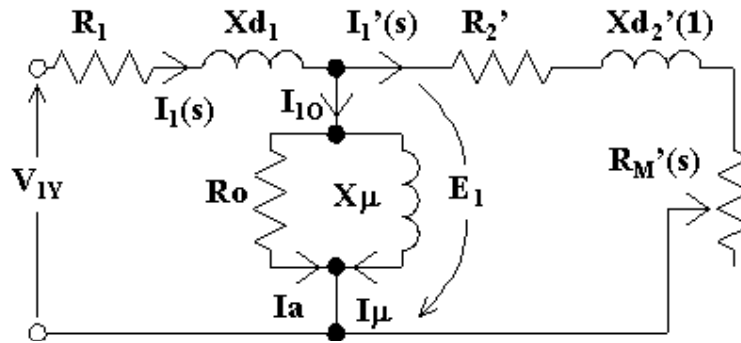


Se poi si trascura la c.d.t. nello statore, ovvero si ritiene la f.e.m. indotta nello statore E_1 costante ed uguale alla tensione applicata V_{1Y} , ovvero si suppone che la macchina funzioni a flusso per polo costante, si potrà trasportare i due rami trasversali a monte di tutto ed ottenere così il circuito equivalente semplificato ridotto a statore riportato sopra, per il quale:

$$R_e' = R_1 + R_2' [\Omega], \quad X_e' = X_{d1} + X_{d2}'(1) [\Omega]$$

Caratteristica elettromeccanica

Questa caratteristica fornisce il valore della coppia elettromagnetica generata C_M [N·m] in funzione dello scorrimento s . Per ricavarla bisogna far riferimento al circuito equivalente coi parametri di rotore riportati allo statore:



Per prima cosa possiamo scrivere:

$$C_M = \frac{P_M}{\Omega_2} \quad [\text{N} \cdot \text{m}]$$

dove P_M [W] è la potenza meccanica generata, Ω_2 [rad/s] è la velocità angolare del rotore.

La velocità angolare vale:

$$\Omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot (1-s)}{60} = \Omega_1 \cdot (1-s) \quad [\text{rad/s}]$$

dove Ω_1 è la velocità angolare del campo rotante.

Con riferimento al circuito equivalente coi parametri del rotore riportati allo statore, la potenza meccanica generata è legata alla resistenza fittizia $R_M'(s)$ dalla relazione:

$$P_M = 3 \cdot R_M'(s) \cdot [I_1'(s)]^2 \quad [\text{W}]$$

$$\left. \begin{aligned} I_1'(s) &= \frac{E_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{d2}'(1))^2}} \\ R_M'(s) &= R_2 \cdot \frac{1-s}{s} \cdot m^2 \\ R_2' &= R_2 \cdot m^2 \\ X_{d2}'(1) &= X_{d2}(1) \cdot m^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_M = \frac{3 \cdot (1-s) \cdot E_1^2}{s \cdot m^2} \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{s^2} + [X_{d2}(1)]^2} \text{ [W]}$$

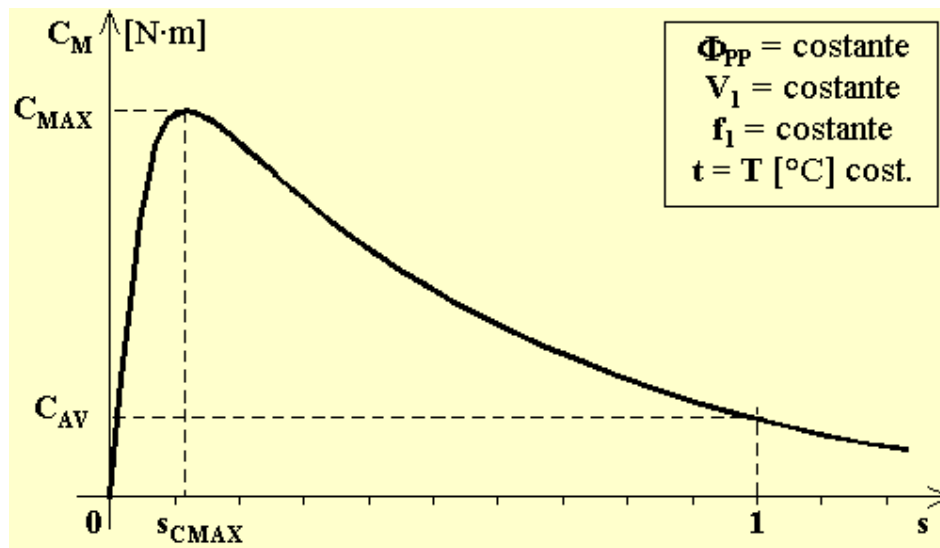
Dividendo per l'espressione di Ω_2 e semplificando si ha infine:

$$C_M = \frac{P_M}{\Omega_2} = \frac{3 \cdot E_1^2}{m^2 \cdot \Omega_1} \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{s} + s \cdot [X_{d2}(1)]^2} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Se si fa riferimento al circuito equivalente semplificato, confondendo E_1 con V_{1Y} si ha:

$$K_M \cong \frac{3 \cdot V_{1Y}^2}{m^2 \cdot \Omega_1} = \frac{3 \cdot V_{1Y}^2 \cdot p}{m^2 \cdot \omega_1} \text{ [N} \cdot \text{m} \cdot \Omega], \quad C_M = K_M \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2^2}{s} + s \cdot [X_{d2}(1)]^2} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

L'andamento qualitativo di tale funzione è il seguente:



Il caratteristico andamento della funzione $C_M = f(s)$ si giustifica osservando che quando $s = 0$ si ha $C_M = 0$. All'aumentare di s aumenta pure C_M , per valori di s molto piccoli, potendosi trascurare a denominatore $s \cdot [X_{d2}(1)]^2$ rispetto R_2^2 / s , si ha che C_M cresce con legge proporzionale con s e la caratteristica è rettilinea:

$$C_M \cong K_M \cdot \frac{s}{R_2} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

La C_M raggiunge il massimo quando i due termini a denominatore sono uguali:

$$\frac{R_2^2}{s} = s \cdot [X_{d2}(1)]^2 \Rightarrow s_{C_{MAX}} = \frac{R_2}{X_{d2}(1)} \Rightarrow C_{MAX} = K_M \cdot \frac{1}{2 \cdot X_{d2}(1)} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Si osserva che la massima coppia esprimibile dal motore dipende unicamente dalla reattanza di dispersione rotorica e, quindi, dalla estensione del traferro tra statore e rotore. Inoltre, essendo di solito $X_{d2}(1) = (5 \div 10) \cdot R_2$, sarà $s_{C_{MAX}} = (0,1 \div 0,2)$.

Per valori di s maggiori di $s_{C_{MAX}}$ la coppia diminuisce all'aumentare dello scorrimento e tende asintoticamente al valore zero.

All'avviamento, essendo $s = 1$, la coppia vale:

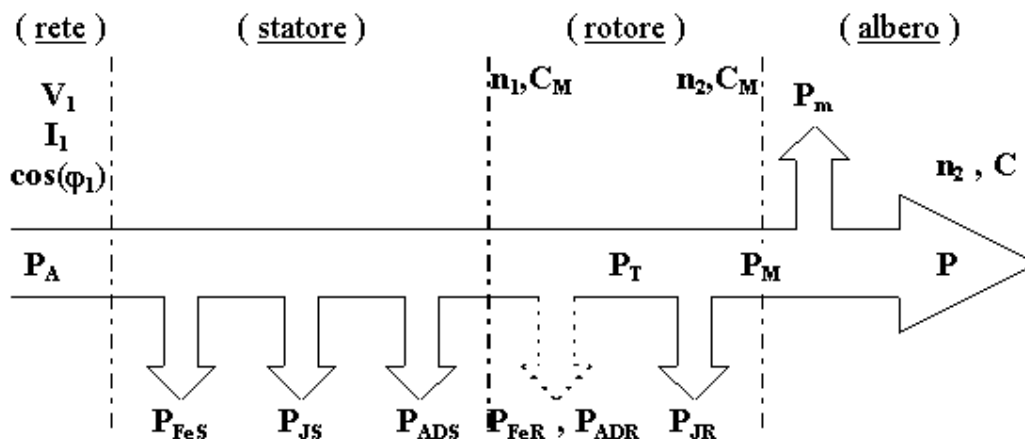
$$C_{AV} = K_M \cdot \frac{R_2}{R_2^2 + [X_{d2}(1)]^2} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Si può facilmente verificare che il tratto di funzionamento stabile è quello che va dall'origine (funzionamento a vuoto) allo scorrimento di massima coppia.

Il corretto dimensionamento del motore deve prevedere una coppia di normale funzionamento inferiore a $C_{MAX} / 2$ così che la macchina sia in grado di far fronte a temporanei sovraccarichi di coppia superiori al **100%**.

Osservazione : lo studio rigoroso della funzione $C_M = f(s)$ potrebbe essere fatto impiegando i noti metodi dell'analisi matematica, i risultati sarebbero comunque quelli esposti.

Bilancio delle potenze



La figura sopra disegnata mostra il flusso delle potenze nel motore, a partire dalla potenza elettrica assorbita P_A fino alla potenza meccanica utile erogata all'albero P . Sono inoltre mostrate le coppie trasmesse nelle varie sezioni con la relativa velocità in giri al minuto.

Potenza elettrica assorbita:

$$P_A = \sqrt{3} \cdot V_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\phi_1) \text{ [W]}$$

Perdite nel ferro di statore:

$$P_{FeS} = 3 \cdot \frac{V_{1Y}^2}{R_0} = P_{Fe n} \cdot \left(\frac{V_1}{V_{1n}} \right)^2 \quad [W]$$

dove $P_{Fe n}$ sono le perdite nel ferro rilevate con la prova a vuoto condotta con tensione (V_{1n}) e frequenza nominali. Tali perdite avvengono a vuoto nel solo statore, infatti la frequenza rotorica è circa zero essendo la velocità a vuoto del motore di pochissimo inferiore alla velocità del campo rotante e quindi le perdite nel ferro di rotore sono a vuoto quasi nulle.

Perdite nel rame di statore $P_{JS} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2$ [W], dove R_1 è la resistenza ohmica di una fase statorica a stella. Tale resistenza è uguale a quella di una fase se le fasi sono collegate a stella, è un terzo di quella di una fase se le fasi sono collegate a triangolo. Invece è sempre la metà di quella misurata tra morsetto e morsetto, qualunque sia il collegamento interno tra le fasi.

Perdite addizionali di statore:

$$P_{ADS} = \frac{0,5}{100} \cdot P_A = P_{ADS n} \cdot \left(\frac{I_1}{I_{1n}} \right)^2 \quad [W]$$

dove $P_{ADS n}$ sono le perdite addizionali quando la corrente (I_{1n}) e la frequenza sono quelle nominali.

Perdite addizionali di rotore P_{ADR} [W] sono trascurabili perché, a regime, le frequenze rotoriche sono piccolissime e, con esse, le perdite addizionali. All'avviamento, essendo le frequenze rotoriche uguali a quelle statoriche, è lecito attribuire al rotore delle perdite addizionali pari a quelle proprie dello statore.

Perdite nel ferro di rotore P_{FeR} [W] sono del tutto trascurabili a regime o a vuoto essendo piccolissime le frequenze rotoriche, mentre all'avviamento si possono considerare pari a quelle statoriche (essendo la massa di ferro rotorico paragonabile alla massa di ferro statorico e, all'avviamento, le frequenze rotoriche uguali alle statoriche).

Potenza trasmessa dallo statore al rotore $P_T = P_A - P_{FeS} - P_{JS} - P_{ADS} = P + P_m + P_{JR}$ [W] essendo a regime trascurabili le P_{ADR} e le P_{FeR} . Nel caso in cui le frequenze rotoriche non siano trascurabili (avviamento) si dovranno considerare le P_{ADR} e le P_{FeR} come estranee alla potenza trasmessa in quanto si intende trasmessa solo la potenza effettivamente raccolta nel circuito rotorico. Nel circuito equivalente, la potenza trasmessa è calcolabile con:

$$P_T = 3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_2^2 \quad [W]$$

dove R_2 è la resistenza ohmica a stella di una fase rotorica.

Perdite nel rame di rotore:

$$P_{JR} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = P_T - P_M = s \cdot P_T \quad [W]$$

si osserva che quando il rotore è bloccato si ha $P_{JR} = P_T$, ovvero tutta la potenza trasmessa è dissipata per effetto joule negli avvolgimenti rotorici.

Potenza meccanica generata $P_M = P + P_m = P_T - P_{JR} = P_T \cdot (1-s)$ [W], sul circuito equivalente tale potenza è rappresentata da $P_M = 3 \cdot R_M \cdot I_2^2$ ove:

$$R_M = R_2 \cdot \frac{1-s}{s} \quad [\Omega]$$

Perdite meccaniche P_m [W] che dipendono dalla velocità e si rilevano con la prova a vuoto condotta a velocità pari (o molto prossima) a quella nominale.

Potenza meccanica utile $P = P_M - P_m$ [W] è la potenza meccanica resa all'asse dal motore.

La potenza nominale P_n [W] riportata sulla targa è la potenza meccanica utile in condizioni nominali di funzionamento.

Coppia elettromagnetica generata:

$$C_M = \frac{P_T}{\Omega_1} = \frac{P_M}{\Omega_2} \quad [N \cdot m]$$

è la coppia discussa assieme alla caratteristica elettromeccanica, non è tutta utile perché in parte serve a vincere la coppia resistente dovuta alle perdite meccaniche. Si osserva che Ω_1 e Ω_2 [rad / s] sono le velocità angolari rispettivamente del campo rotante e del rotore. All'avviamento questa potenza è calcolabile, oltre che con l'espressione canonica già vista, anche con:

$$C_{AV} = \frac{P_{TAV}}{\Omega_1} \quad [N \cdot m]$$

Coppia utile:

$$C = \frac{P}{\Omega_2} \quad [N \cdot m]$$

è la coppia che il motore eroga all'albero.

Coppia nominale CEI:

$$C_n = \frac{P_n}{\Omega_1} \quad [N \cdot m]$$

è una coppia convenzionale.

Rendimento convenzionale:

$$\eta_C = \frac{P}{P_A} = \frac{P}{P + P_{Fes} + P_{JS} + P_{AD} + P_{JR} + P_m}$$

Osservazione : si definiscono perdite costanti al variare del carico le perdite nel ferro e le perdite meccaniche, si definiscono perdite sotto carico le perdite per effetto joule negli avvolgimenti, le perdite addizionali e le perdite elettriche nelle spazzole (se esistenti).

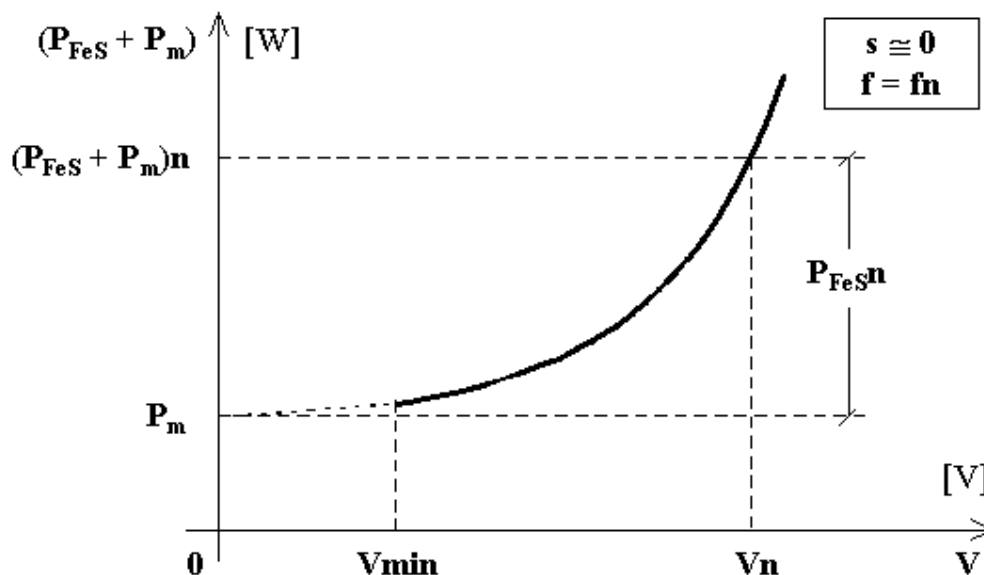
Separazione delle perdite nel ferro dalle perdite meccaniche

a) Mediante motore tarato : dopo aver fatto la prova a vuoto a tensione e frequenza nominali ed aver ricavato la somma delle perdite costanti $(P_{FeS} + P_m)n$, si accoppia il motore in prova ad un motore tarato (il quale permette di ricavare la potenza meccanica resa al suo albero una volta che sia nota la potenza elettrica assorbita) e con esso si fa ruotare il motore in prova alla sua velocità nominale senza che la macchina venga alimentata. In queste condizioni la potenza resa dal motore tarato coincide con le sole perdite meccaniche P_m del motore in prova e, quindi, le perdite nel ferro si avranno per differenza $P_{FeS}n = (P_{FeS} + P_m)n - P_m$.

b) Metodo del motore a vuoto : dopo aver fatto la prova a vuoto a tensione V_n e frequenza nominali ed aver ricavato la somma delle perdite costanti $(P_{FeS} + P_m)n$, si fa un'altra prova a tensione V' ridotta (comunque non ridotta in quantità tale da far ridurre in misura apprezzabile la velocità a vuoto del motore) rilevando le nuove perdite $(P_{FeS} + P_m)'$. Siccome le perdite meccaniche sono legate solo alla velocità di rotazione, esse rimarranno costanti e pari a P_m , mentre le perdite nel ferro, a valori bassi di saturazione, sono proporzionali al quadrato della tensione, si potrà scrivere:

$$\begin{cases} (P_{FeS} + P_m)n = P_m + K \cdot V_n^2 \\ (P_{FeS} + P_m)' = P_m + K \cdot V_n'^2 \end{cases} \Rightarrow K = \frac{(P_{FeS} + P_m)n - (P_{FeS} + P_m)'}{V_n^2 - V_n'^2} \Rightarrow \begin{cases} P_{FeS}n = K \cdot V_n^2 \\ P_m = (P_{FeS} + P_m)n - P_{FeS}n \end{cases}$$

c) Metodo della interpolazione grafica : si eseguono diversi rilievi delle perdite costanti $(P_{FeS} + P_m)^*$ per valori della tensione V^* applicata al motore variabili da poco più della tensione nominale fino ad un valore inferiore V_{min} per il quale comunque non vari sensibilmente la velocità a vuoto (la frequenza deve essere sempre quella nominale). Per ogni prova sarà $(P_{FeS} + P_m)^* = P_{mis}^* - P_{ac}^* - P_{JS0}^*$ dove P_{mis}^* è la potenza misurata dal sistema di misura, P_{ac}^* è l'autoconsumo del sistema di misura e $P_{JS0}^* = 3 \cdot R_1 \cdot I_{10}^{*2}$ è la potenza persa per effetto joule negli avvolgimenti di statore. Con i valori misurati si costruisce il diagramma della funzione $(P_{FeS} + P_m) = f(V)$:

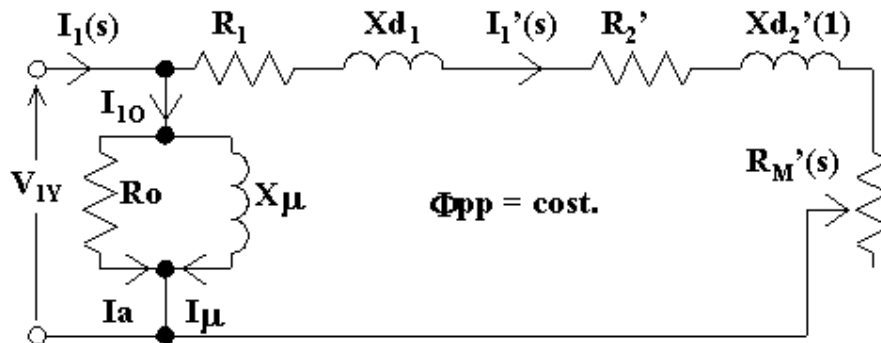


Tale diagramma avrà l'aspetto di un ramo di parabola avente il vertice sull'asse delle ordinate e la concavità rivolta verso l'alto. Estrapolando il tratto rilevato sperimentalmente al valore $V = 0$ si ottengono evidentemente le P_m in quanto le perdite nel ferro con tensione applicata nulla sono nulle. Per estrapolare correttamente, si ricordi che la parabola interseca l'asse delle ordinate con tangente perpendicolare all'asse stesso, oppure si ricordi che tracciando il grafico $(P_{FeS} + P_m) = f(V^2)$ l'andamento sarà rettilineo e quindi più facilmente riproducibile. Leggendo il valore di ordinata in corrispondenza di $V = V_n$ si avrà $(P_{FeS} + P_m)n$ per cui sarà $P_{FeSn} = (P_{FeS} + P_m)n - P_m$.

d) Caso del motore con rotore avvolto : si esegue dapprima la prova a vuoto a tensione e frequenza nominali con gli avvolgimenti rotorici in cortocircuito e si rilevano le perdite costanti $(P_{FeS} + P_m)n = P_{mis} - P_{ac} - P_{JS0}$. Quindi, senza togliere l'alimentazione al motore, si apre il circuito rotorico tramite un interruttore precedentemente collegato ai suoi morsetti e, in brevissimo tempo, si rilevano le perdite costanti in tali condizioni $P_{FeSn} = P_{mis}^* - P_{ac}^* - P_{JS0}^*$. Tali perdite saranno costituite dalle sole perdite nel ferro in quanto, essendo il rotore aperto, sarà nulla la corrente rotorica che in precedenza sviluppava la coppia motrice necessaria a vincere le perdite meccaniche e quindi mancherà nella potenza elettrica assorbita la componente P_m . Come si è già fatto notare, è importante che il rilievo venga fatto prima che il motore perda sensibilmente velocità altrimenti, a causa dell'aumentare delle frequenze rotoriche, crescono le perdite nel ferro di rotore (che devono invece essere trascurabili) e la prova non è più valida. Note $(P_{FeS} + P_m)n$ e P_{FeSn} sarà $P_m = (P_{FeS} + P_m)n - P_{FeSn}$.

Diagramma circolare

Considerando la macchina funzionante a flusso per polo costante, si può ritenere che al variare dello scorrimento sia $E_1 = V_{1Y}$ costante e, nel circuito equivalente ridotto alla statore porre il ramo trasversale a monte di tutto:



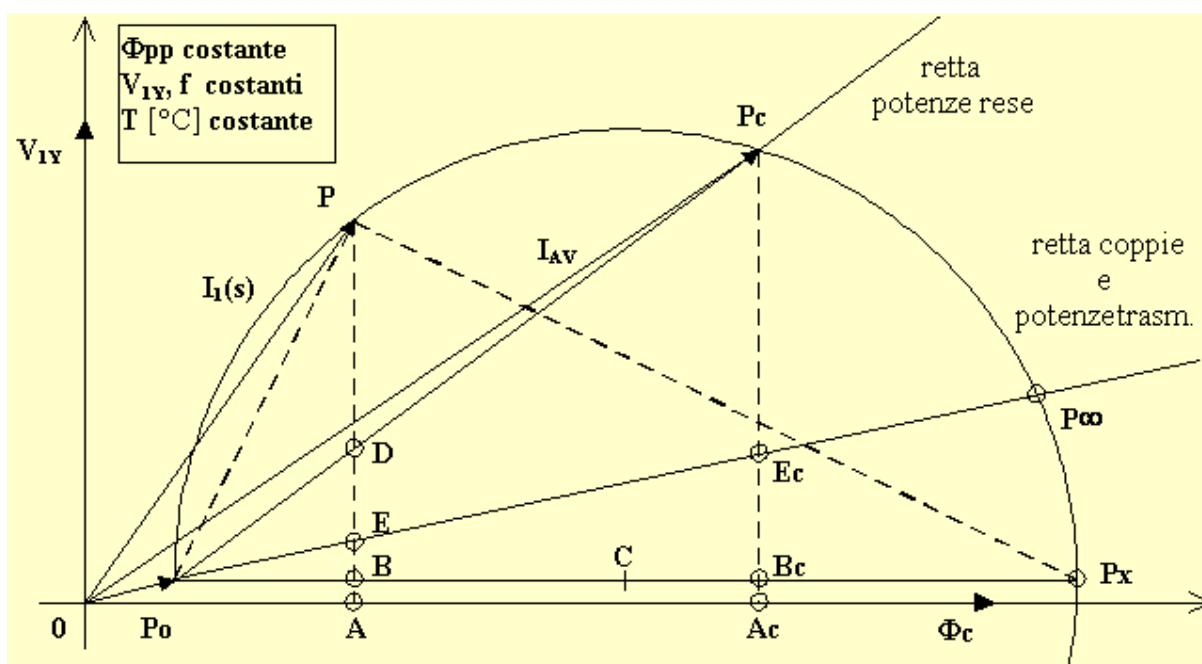
Per la legge di Ohm si ha:

$$\overline{V_{1Y}} = (R_1 + \frac{R_2'}{s}) \cdot \overline{I_1'(s)} + j \cdot (X_{d1} + X_{d2}'(1)) \cdot \overline{I_1'(s)} \quad \text{dove} \quad \frac{R_2'}{s} = R_2' + R_2' \cdot \frac{1-s}{s}$$

Dividendo entrambi i membri dell'equazione per $j \cdot (X_{d1} + X_{d2}'(1))$ si otterrà:

$$-j \cdot \frac{\overline{V_{1Y}}}{X_{d1} + X_{d2}'(1)} = -j \cdot \frac{R_1 + \frac{R_2'}{s}}{X_{d1} + X_{d2}'(1)} \cdot \overline{I_1'(s)} + \overline{I_1'(s)}$$

Siccome $\overline{I_1(s)} = \overline{I_{10}} + \overline{I_1'(s)}$, anche l'estremo del vettore rappresentante la corrente assorbita dal motore descriverà, al variare dello scorrimento, una circonferenza.


$$\overline{0, P_0} \Rightarrow \overline{I_{10}} \quad , \quad \overline{P_0, P_x} \Rightarrow -j \cdot \frac{\overline{V_{IV}}}{\overline{X_{d1} + X_{d2}'(1)}} \quad , \quad \overline{P, P_x} \Rightarrow -j \cdot \frac{R_1 + \frac{R_2'}{s}}{\overline{X_{d1} + X_{d2}'(1)}} \cdot \overline{I_1'(s)}$$

Sul diagramma circolare assumono particolare rilievo i seguenti punti:

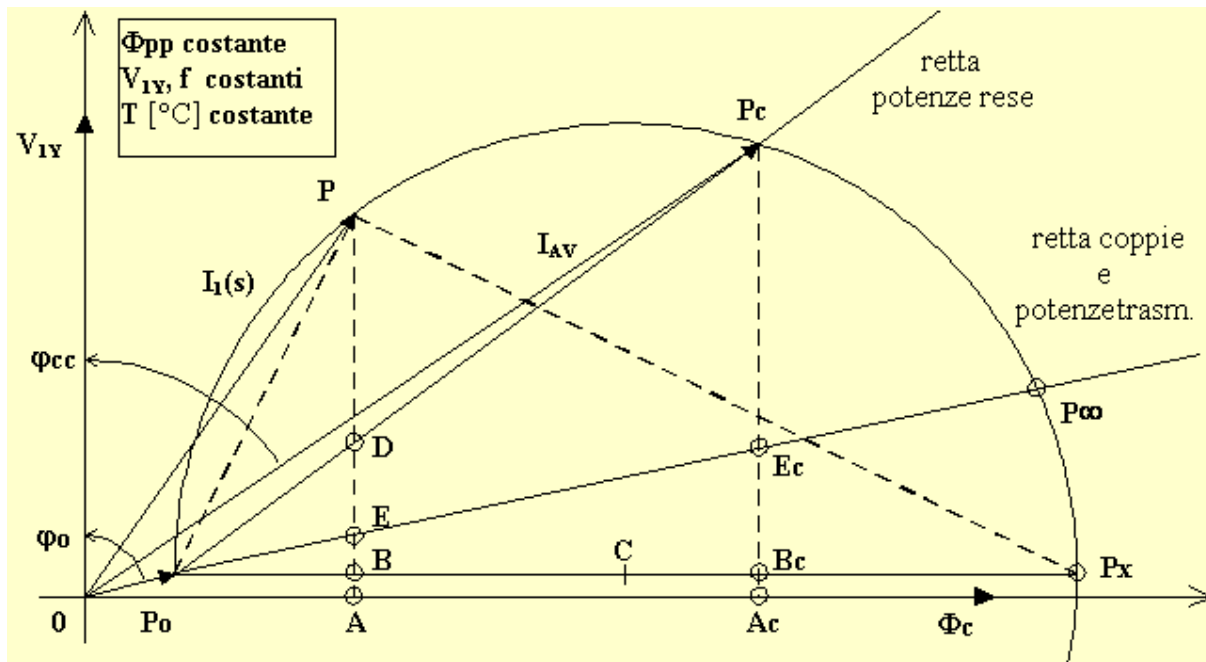
- a) **P₀** , punto di funzionamento a vuoto per il quale $s = 0$, $I_1'(s) = 0$, $I_1(s) = I_{10}$;
- b) **P_c** , punto di funzionamento in cortocircuito per il quale $s = 1$, $I_1(s) = I_{AV}$;
- c) **P_∞** , punto di funzionamento a scorrimento infinito per il quale $R_2'/s = 0$;
- d) **P_x** , punto di funzionamento a corrente di reazione reattiva per il quale lo scorrimento è negativo e pari a $s = -R_2'/R_1$ in quanto deve essere $R_1 + R_2'/s = 0$.

Interpretazione del Diagramma circolare

Il diagramma circolare viene normalmente dedotto dalle seguenti prove fatte sul MAT:

- 1) misura della resistenza equivalente a stella di una fase statorica **R₁** , tale valore deve ovviamente essere riferito alla temperatura convenzionale di riferimento (che dipende dalla classe di isolamento della macchina);
- 2) prova a vuoto dalla quale si ricava la corrente assorbita **I₁₀** ed il relativo fattore di potenza **cosφ₀**;
- 3) prova a rotore bloccato (prova di cortocircuito) dalla quale si ricava la corrente di avviamento **I_{AV}** ed il relativo fattore di potenza **cosφ_{cc}** (valori riferiti alla temperatura convenzionale di riferimento).

Gli sfasamenti in ritardo **φ₀** e **φ_{cc}** delle correnti rispetto alla tensione $\overline{V_{1Y}}$ permettono di individuare le direzioni delle correnti $\overline{I_{10}}$ e $\overline{I_{AV}}$ e, attraverso i moduli delle correnti stesse, i punti **P₀** e **P_c**. Sapendo che il centro del diagramma circolare ha la stessa ordinata del punto **P₀** e che il segmento **P₀__P_c** è una corda della circonferenza, basterà tracciare l'asse di tale corda per ottenere il centro **C** come intersezione dell'asse con la semiretta orizzontale mandata da **P₀**. Centrando in **C** con raggio **C__P₀** si traccia infine il diagramma circolare.



Pur essendo il diagramma circolare un diagramma di correnti, esso può essere utilizzato per determinare tutte le grandezze che caratterizzano il funzionamento del MAT. Allo scopo è necessario individuare le seguenti tre rette di riferimento:

retta delle potenze assorbite : è la semiascissa positiva del diagramma;

retta delle potenze meccaniche erogate : è la semiretta mandata dal punto **Po** e passante per **Pc**;

retta delle coppie (o delle potenze trasmesse) : è la semiretta mandata dal punto **Po** e passante per **P∞**. Tale semiretta si può tracciare dopo aver determinato il punto **Ec** che separa il segmento **Pc_Bc** in due parti **Pc_Ec**, **Ec_Bc**. Il segmento **Pc_Bc** rappresenta le perdite complessive nel rame all'avviamento, il segmento **Pc_Ec** rappresenta le perdite nel rame di rotore all'avviamento, il segmento **Ec_Bc** rappresenta le perdite nel rame di statore all'avviamento. Queste ultime si possono calcolare con la relazione $P_{jscc} = 3 \cdot R_1 \cdot I_{AV}^2$ [W] e riportare, attraverso un'opportuna scala delle potenze, come segmento **Ec_Bc**.

I fattori di scala con i quali leggere il diagramma circolare sono i seguenti:

$$1[\text{mm}] = a [\text{A}] , 1[\text{mm}] = 3 \cdot V_{1Y} \cdot a = w [\text{W}]$$

$$1[\text{mm}] = w \cdot \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot f} = c [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Considerati un generico punto **P** sul diagramma circolare e gli adeguati fattori di scala, si ha la seguente corrispondenza tra segmenti e caratteristiche del motore:

O_P corrente assorbita;

$\frac{P_A}{O_P}$ fattore di potenza;

P_o __ P corrente di reazione;

P_{AA} potenza elettrica assorbita;

B_{AA} perdite costanti;

E_B perdite nel rame di statore;

D_E perdite nel rame di rotore;

P_D potenza meccanica erogata;

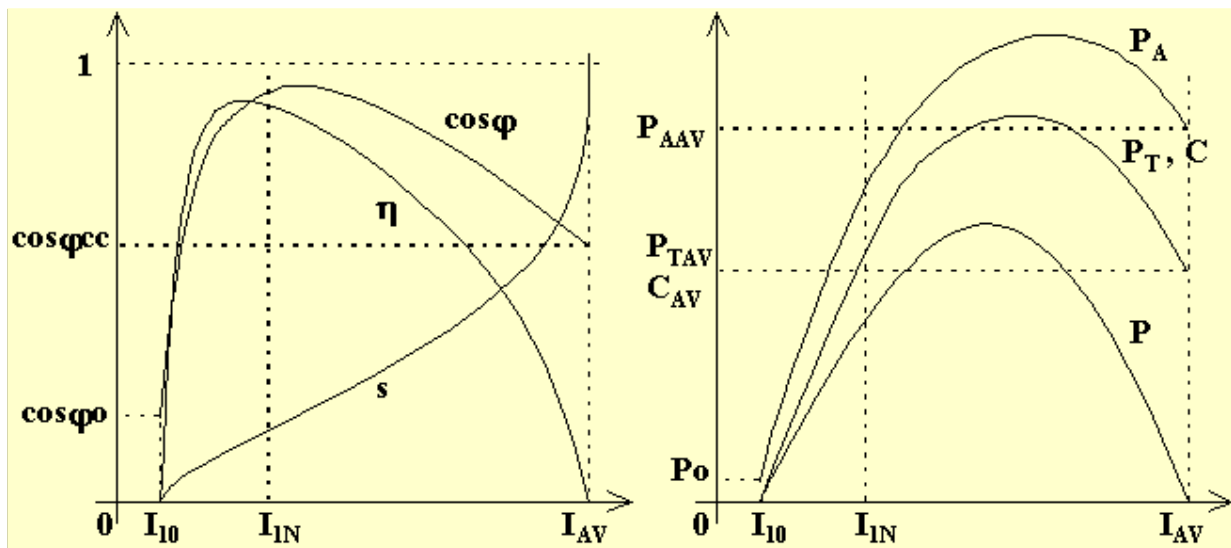
P_E potenza trasmessa e coppia;

$\frac{P_D}{P_{AA}}$ rendimento;

$\frac{D_E}{P_E}$ scorrimento.

Si osservi che per il fattore di potenza, il rendimento e lo scorrimento di possono anche costruire adeguate scale graduate, riducendo così a semplici costruzioni grafiche le operazioni necessarie per conoscere tali caratteristiche.

Tutte queste caratteristiche possono essere infine riassunte in funzione della corrente assorbita dal motore, dando così luogo ai seguenti diagrammi:



Si osserva come, in un motore correttamente dimensionato, la corrente di funzionamento nominale I_{1N} si collochi in modo tale da realizzare condizioni prossime a quelle di massimo rendimento e massimo fattore di potenza, oltre a permettere un più che considerevole sovraccarico di coppia. Risultano ovvi i motivi di tale scelta.

Nel trarre le caratteristiche di funzionamento dal diagramma circolare si sono effettuate le seguenti approssimazioni:

- a) si è considerata la macchina funzionante a flusso per polo costante, oltre che a tensione e frequenza costanti.
- b) si è assunto nullo lo scorrimento in corrispondenza del funzionamento a vuoto, in realtà così non è essendo presente la coppia frenante dovuta alle perdite meccaniche che obbliga il motore a sviluppare un'adeguata (seppure piccola) coppia motrice.
- c) il punto **Po** è determinato dalla **I₁₀** e dal **cosφ₀**, ma entrambe queste grandezze sono relative ad una condizione di scorrimento non nullo ed alla presenza di perdite (seppure piccole) nel rame della macchina. In effetti il punto **Po** così determinato risulta spostato più in alto rispetto al punto di funzionamento ideale a vuoto.
- d) al variare dello scorrimento sicuramente variano sia le perdite nel ferro di rotore **P_{FeR}** che le perdite meccaniche **P_m**, più precisamente le **P_{FeR}** aumentano mentre le **P_m** diminuiscono all'aumentare dello scorrimento. Nel diagramma circolare, invece, si assume costante la somma (**P_{FeS}** + **P_{FeR}** + **P_m**) riassunta dal segmento **B__A**. Tale approssimazione risulta accettabile considerando la variazione di segno opposto per le perdite suddette.
- e) la costruzione è basata sull'ipotesi di valutare le perdite nel rame di statore trascurando la corrente a vuoto rispetto alla corrente di reazione.
- f) la potenza trasmessa viene valutata sul diagramma senza il contributo delle perdite meccaniche (conglobate nelle perdite costanti e quindi nel segmento **B__A**). Questo fatto influisce poco sulla coppia calcolata sul diagramma stesso, infatti tale coppia risulta essere intermedia tra quella generata e quella erogata definite precedentemente.

In base a semplici considerazioni sul diagramma, risulta facile individuare per quali punti si ha il massimo per il f.d.p., per il rendimento, per la potenza assorbita, per la potenza erogata, per la coppia.

Esistono delle costruzioni corrette del diagramma circolare (tutte tendenti ad innalzare leggermente il centro **C**) che rimediano parzialmente agli errori dovuti alle approssimazioni sopra ricordate. Tuttavia, considerando il procedimento sperimentale dal quale trae origine il diagramma stesso, tali correzioni possono essere ritenute inutili e quindi omesse.

Doppia funzione del reostato di avviamento

Assume grande importanza la coppia allo scorrimento **s = 1**, cioè all'avviamento:

$$C_{AV} = K_M \cdot \frac{R_2}{R_2^2 + [X_{d2}(1)]^2} \quad [N \cdot m]$$

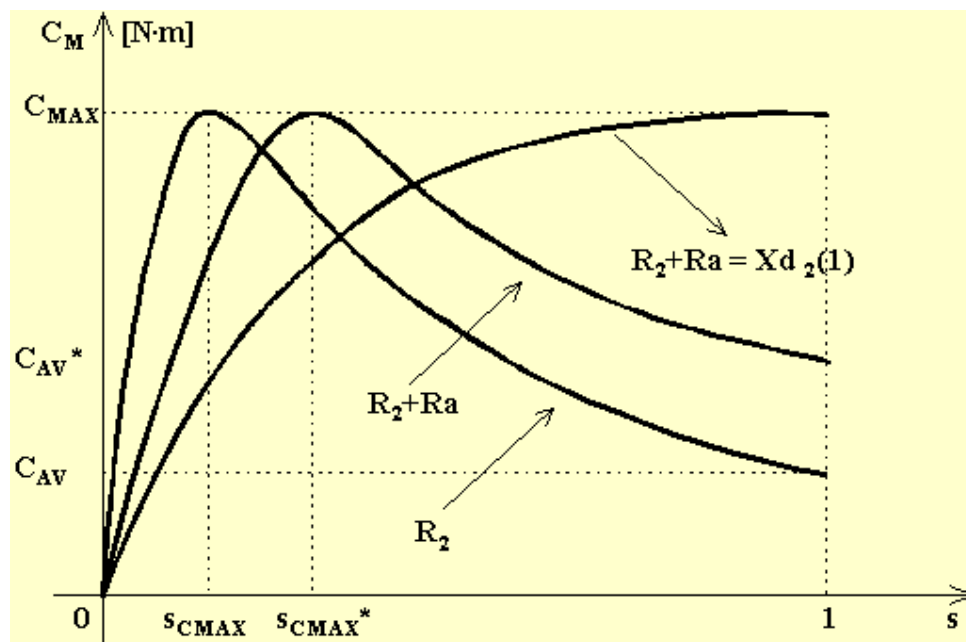
Essendo **R₂² << [X_{d2}(1)]²** si ha:

$$C_{AV} \cong K_M \cdot \frac{R_2}{[X_{d2}(1)]^2} \quad [N \cdot m]$$

dalla quale si deduce che per aumentare la coppia di spunto è necessario aumentare la resistenza rotorica. A ciò provvede il reostato di avviamento inserito in serie a ciascuna fase rotorica grazie al quale la resistenza per fase rotorica assume il valore $R_2^* > R_2$. L'effetto di una maggiore resistenza rotorica è quello di fare aumentare lo scorrimento per il quale si ha la massima coppia mantenendo invariata la coppia massima. Per avere la massima coppia proprio all'avviamento bisogna rendere $R_2^* = X_{d2}(1)$ e pertanto si dovrà disporre un reostato di resistenza $R_a = X_{d2}(1) - R_2$. Se invece si desidera dare luogo alla massima coppia in corrispondenza di un valore di scorrimento $s_{CMAX}^* > s_{CMAX}$ è facile verificare che sarà necessario un reostato di resistenza:

$$R_a = R_2 \cdot \frac{s_{CMAX}^* - s_{CMAX}}{s_{CMAX}} \quad [\Omega]$$

in quanto lo scorrimento di massima coppia è direttamente proporzionale alla resistenza rotorica.



Quale seconda funzione, il reostato riduce la corrente assorbita all'avviamento aumentandone anche il fattore di potenza.

Ad avviamento completato il reostato deve essere disinserito in quanto, a parità di coppia generata, lo scorrimento del motore è tanto più grande ed il rendimento è tanto più piccolo quanto più è grande la resistenza rotorica.

Funzionamento a 50 e 60 [Hz] con tensione applicata costante

Si immagini di avere un motore costruito per funzionare alla tensione V ed alla frequenza $f = 50$ [Hz]. Ci si chiede come si modificheranno le grandezze più caratteristiche se, mantenendo costante la tensione, si porta la frequenza a $f^* = 60$ [Hz].

Campo rotante:

la velocità del campo rotante:

$$n = \frac{60 \cdot f}{p} \text{ [g / l']}$$

risulta essere direttamente proporzionale alla frequenza di alimentazione:

$$\frac{n^*}{n} = \frac{f^*}{f} = \frac{60}{50} = 1,2 \Rightarrow n^* = 1,2 \cdot n \text{ [g / l']}$$

Flusso per polo:

il flusso, e quindi l'induzione nella macchina, risulta essere inversamente proporzionale alla frequenza di alimentazione. Questo fatto è facilmente dimostrabile ricordando l'espressione della forza elettromotrice (e quindi della tensione applicata a meno delle cadute di tensione nell'avvolgimento statorico):

$$V_Y \cong K_{AN} \cdot \Phi_{pp} \cdot f \Rightarrow \Phi_{pp} \cong \frac{K_{ANI}}{f} \text{ [Wb]}$$

Si avrà quindi:

$$\frac{\Phi_{pp}^*}{\Phi_{pp}} = \frac{f}{f^*} = \frac{50}{60} = 0,833 \Rightarrow \Phi_{pp}^* = 0,833 \cdot \Phi_{pp} \text{ [Wb]}$$

Perdite nel ferro:

quelle per correnti parassite non variano in quanto esse dipendono dal quadrato sia dell'induzione che della frequenza e tali grandezze variano in misura inversamente proporzionale tra di loro. Quelle per isteresi diminuiscono all'aumentare della frequenza perché dipendono linearmente dalla frequenza e secondo un esponente maggiore di uno (o **1,6** o **2** a secondo che sia $B_M < 1 \text{ [Wb / m}^2\text{]}$ o $B_M \geq 1 \text{ [Wb / m}^2\text{]}$) dall'induzione. In definitiva le perdite nel ferro diminuiscono leggermente all'aumentare della frequenza.

Corrente assorbita a vuoto e parametri trasversali:

considerando la piccola diminuzione delle perdite nel ferro conseguentemente all'aumento della frequenza, è lecito ritenere pressoché costante la componente attiva della corrente assorbita a vuoto. Questo significa considerare il parametro trasversale **R_o** del circuito equivalente invariato nel funzionamento a **50** e **60** [Hz]. Per quanto riguarda la componente magnetizzante della corrente assorbita a vuoto, si dovrà tenere conto del fatto che il flusso per polo varia con legge inversamente proporzionale con la frequenza e quindi anche la corrente magnetizzante seguirà la medesima variazione. Questo significa considerare il parametro trasversale **X_μ** del circuito equivalente direttamente proporzionale alla frequenza:

$$\frac{X_{\mu}^*}{X_{\mu}} = \frac{f^*}{f} = \frac{60}{50} = 1,2 \Rightarrow X_{\mu}^* = 1,2 \cdot X_{\mu} \text{ [}\Omega\text{]}$$

Resistenza equivalente:

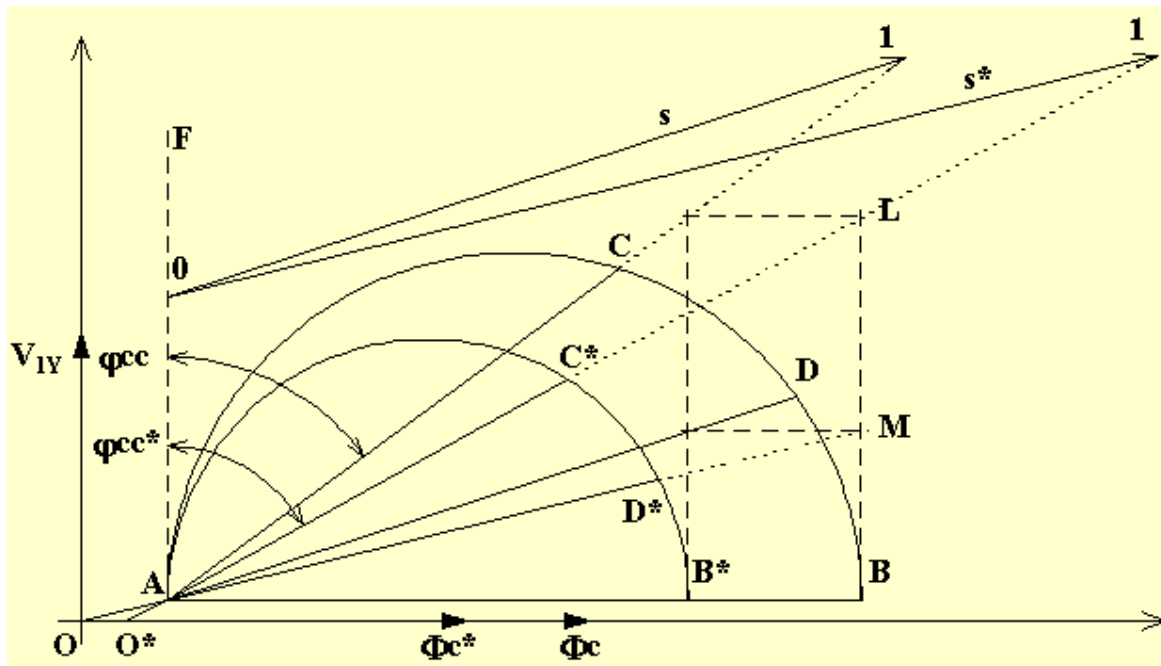
tale parametro, considerando che tiene conto soprattutto delle perdite ohmiche (ed in parte, molto minore, delle perdite addizionali) negli avvolgimenti, non varia con la frequenza e quindi ha lo stesso valore $\mathbf{Re'}$ sia a **50** che **60** [Hz]. Per quanto riguarda le perdite addizionali, che comunque sono una piccola frazione di quelle ohmiche, si ha che esse sono proporzionali al quadrato della frequenza.

Reattanza equivalente:

tale parametro del circuito equivalente, che tiene conto degli effetti autoinduttivi e dell'impegno di potenza reattiva causato dalle dispersioni di flusso, varia proporzionalmente con la frequenza essendo notoriamente la reattanza proporzionale alla frequenza (a parità di coefficiente d'autoinduzione):

$$\frac{X_{e'}^{**}}{X_{e'}} = \frac{f^{*}}{f} = \frac{60}{50} = 1,2 \Rightarrow X_{e'}^{**} = 1,2 \cdot X_{e'} \text{ } [\Omega]$$

Diagramma circolare:



legenda: **O** , **O*** origini del sistema di assi coordinati a **50** e **60** [Hz];

O__A corrente assorbita a vuoto a **50** [Hz];

O*__A corrente assorbita a vuoto a **60** [Hz];

C , **C*** punti di funzionamento in cortocircuito a **50** e **60** [Hz];

D , **D*** punti a scorrimento infinito a **50** e **60** [Hz];

A__C , **A__C*** rette potenze rese a **50** e **60** [Hz];

A__D , **A__D*** rette coppie a **50** e **60** [Hz];

Da quanto premesso, risulta facile disegnare il diagramma circolare relativo al funzionamento a **60** [Hz] se è noto quello relativo a **50** [Hz]. I due diagrammi conviene che siano tracciati mantenendo in comune il punto **A** di funzionamento a vuoto. Ne consegue che i punti **O** ed **O*** relativi all'origine dei vettori rappresentanti le correnti assorbite saranno distinti essendo la componente magnetizzante della corrente assorbita a vuoto dal motore a **60** [Hz] più piccola di quella relativa al funzionamento a **50** [Hz]. Anche i diametri **AB** ed **AB*** dei cerchi saranno diversi, più precisamente sarà **AB* = AB · 0,833** perché il diametro, a parità di tensione applicata, risulta essere inversamente proporzionale alla reattanza equivalente.

Per quanto riguarda i punti **C*** e **D*** sul diagramma a **60** [Hz] relativi rispettivamente agli scorrimenti **1** ed ∞ , si possono facilmente determinare attraverso la costruzione grafica rappresentata in figura.

Vediamo la dimostrazione per il punto **C*** di corto:

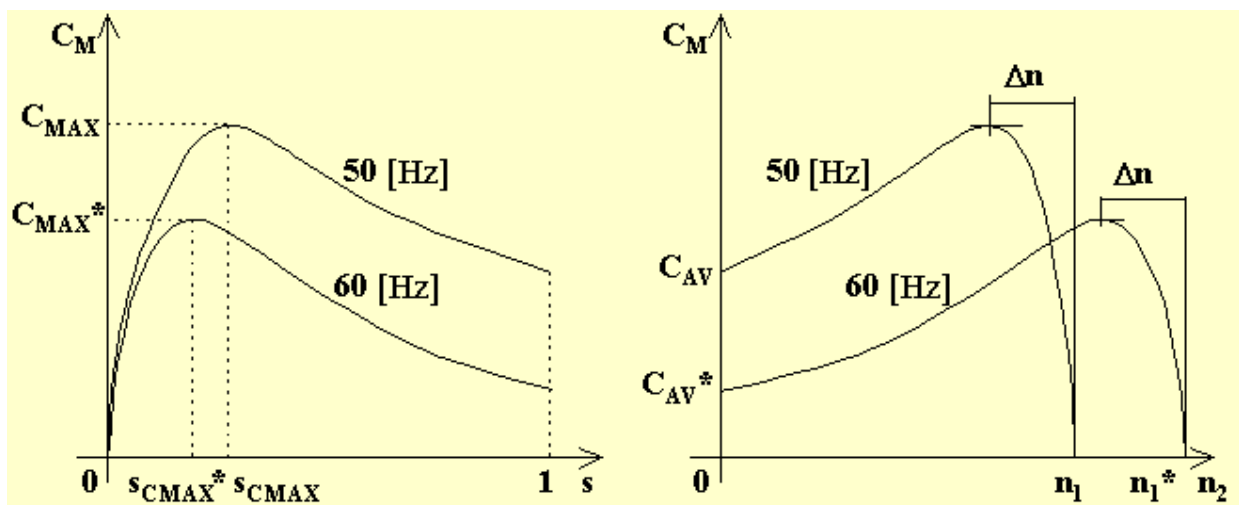
$$\operatorname{tg} \varphi_{cc} = \frac{X_{e'}}{R_{e'}} \quad , \quad \operatorname{tg} \varphi_{cc}^* = \frac{X_{e'}^*}{R_{e'}} = 1,2 \cdot \frac{X_{e'}}{R_{e'}} = 1,2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{cc}$$

Dalla figura:

$$\operatorname{tg}(C^* \hat{A} F) = \frac{AB}{LB} = 1,2 \cdot \frac{AB^*}{LB} = 1,2 \cdot \operatorname{tg}(C \hat{A} F) = 1,2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_{cc} = \operatorname{tg} \varphi_{cc}^*$$

Quindi $(C^* \hat{A} F) = \varphi_{cc}^*$ ed il punto **C*** rappresenta effettivamente il punto di funzionamento in cortocircuito a **60** [Hz].

Avendo ora i due diagrammi circolari a disposizione diventa possibile effettuare, anche quantitativamente, qualsiasi confronto tra il funzionamento del motore a **50** e **60** [Hz]. Ad esempio si può verificare che la corrente assorbita a parità di coppia aumenta con la frequenza, a parità di scorrimento diminuisce, a parità di potenza resa aumenta. Occorre tenere presente che mentre le scale delle correnti e delle potenze sono le stesse per i due diagrammi, quelle delle coppie variano in ragione inversa della frequenza (essendo la velocità del campo rotante proporzionale alla frequenza). Caratteristica meccanica:



La coppia di avviamento vale:

$$C_{AV} = \frac{K \cdot E_1^2 \cdot R_2}{f_1 \cdot [R_2^2 + X_{d2}(1)^2]} \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad \text{dove} \quad K = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot m^2}$$

Ricordando che la reattanza di dispersione dipende dalla frequenza e trascurando a denominatore R_2^2 rispetto $X_{d2}(1)^2$ si ha che la coppia di avviamento è inversamente proporzionale al cubo della frequenza:

$$\frac{C_{AV}^*}{C_{AV}} = \left(\frac{f}{f^*} \right)^3 = \left(\frac{50}{60} \right)^3 \Rightarrow C_{AV}^* = C_{AV} \cdot 0,579 \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

La coppia massima vale:

$$C_{MAX} = \frac{K \cdot E_1^2}{f_1 \cdot 2 \cdot X_{d2}(1)} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Per quanto sopra detto risulta evidente come la massima coppia sia inversamente proporzionale al quadrato della frequenza. Sia per la coppia di avviamento che per la coppia massima si può inoltre affermare che la loro diminuzione in seguito ad un aumento della frequenza è ancora più marcata di quanto appena detto, infatti all'aumentare della frequenza aumenta pure la reattanza di dispersione dello statore così che aumenta la caduta di tensione statorica ed, a parità di tensione applicata, diminuisce la f.e.m. E_1 e con essa la coppia.

Lo scorrimento per il quale si ha la massima coppia vale:

$$s_{CMAX} = \frac{R_2}{X_{d2}(1)}$$

Per quanto sopra detto risulta evidente come tale scorrimento vari in misura inversamente proporzionale con la frequenza. La differenza $\Delta n = (n_1 - n_{CMAX})$ non dipende invece dalla frequenza, infatti risulta essere $\Delta n = [n_1 - n_1 \cdot (1 - s_{CMAX})] = n_1 \cdot s_{CMAX}$, mentre n_1 aumenta con la frequenza, s_{CMAX} diminuisce con la frequenza.

Dall'espressione generale della coppia motrice generata:

$$C_M = \frac{K \cdot E_1^2 \cdot R_2 \cdot s}{f_1 \cdot [R_2^2 + s^2 \cdot X_{d2}(1)^2]} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

e nel caso di piccoli scorrimenti, così che a denominatore si possa trascurare $X_{d2}(1)^2$ rispetto R_2^2 , si dimostra che a coppia costante lo scorrimento è inversamente proporzionale alla frequenza.

Potenza meccanica erogata:

è importante tenere presente la legge meccanica con cui varia la coppia resistente delle macchine operatrici al variare della velocità, questo per valutare le conseguenze che un aumento della

frequenza e quindi della velocità ha sulla potenza meccanica erogata (e quindi anche sulla corrente assorbita) dal motore.

Per le macchine utensili la coppia resistente non dipende dalla velocità e quindi la potenza erogata dal motore cresce proporzionalmente con la frequenza.

Per le pompe centrifughe ed i ventilatori la coppia resistente è proporzionale al quadrato della velocità e quindi la potenza erogata dal motore cresce proporzionalmente col cubo della frequenza.

Funzionamento a tensione diversa dalla nominale e frequenza costante

Se la macchina è poco satura, le variazioni contenute di tensione si ripercuotono pressoché proporzionalmente sul flusso per polo cosicché, risultando ancor valide le espressioni della coppia, si può dedurre che la coppia massima e la coppia di spunto, dipendendo dal quadrato della tensione, avranno variazioni notevolmente più grandi di quelle presentate dalla stessa tensione d'alimentazione (se la tensione aumenta di molto, a causa della saturazione del circuito magnetico, il flusso magnetico aumenta meno della tensione così che le coppie aumentano assai meno).

Considerando il diagramma circolare, sempre nell'ipotesi di variazioni contenute della tensione così che si possa ritenere costante la permeabilità del circuito magnetico e quindi anche i parametri del circuito equivalente, accade che gli sfasamenti in ritardo sulla tensione della corrente assorbita a vuoto e della corrente di cortocircuito rimarranno invariati mentre i valori delle correnti stesse varieranno proporzionalmente alle tensioni. Quindi i due diagrammi per due tensioni diverse V_1 e V_1^* si corrisponderanno secondo una similitudine geometrica, essendo (V_1/V_1^*) il rapporto di similitudine. Si possono quindi disegnare i due diagrammi per le due diverse tensioni (il diagramma di diametro maggiore sarà relativo alla tensione maggiore), tenendo comune il punto di funzionamento a vuoto. Avendo a disposizione i due diagrammi circolari si possono fare tutti i confronti desiderati tra le due diverse condizioni di funzionamento.

Ad esempio, è facile verificare che, a parità di coppia sviluppata, saranno maggiori sia la corrente assorbita che lo scorrimento quando la tensione è minore, così che si avranno maggiori perdite negli avvolgimenti, mentre la minore tensione determinerà minori perdite nel ferro. Il rendimento potrà essere sia maggiore che minore, tutto dipende dalle variazioni delle perdite, e questo potrà essere verificato sui diagrammi circolari.

Metodi di avviamento

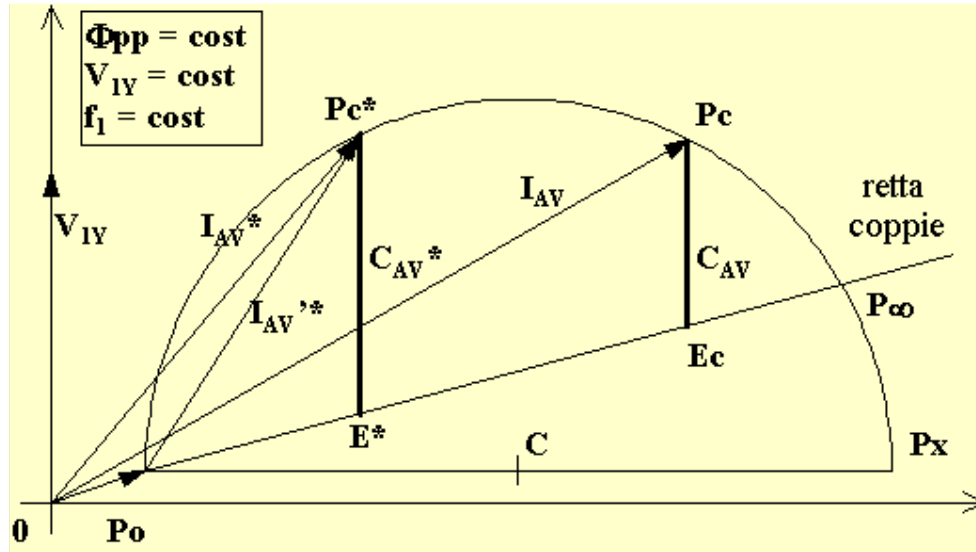
All'avviamento si ha negli avvolgimenti rotorici la stessa frequenza propria degli avvolgimenti statorici ed una perfetta analogia col trasformatore in cortocircuito. Tutto questo determina l'assorbimento di una corrente molto più grande di quella nominale (anche $8 \div 10$ volte), con un bassissimo fattore di potenza ($< 0,2r$) essendo $X_{d2}(1) \gg R_2$.

Per tali motivi, l'avviamento a piena tensione, specie se il motore è di media o grande potenza, provoca perturbazioni inaccettabili nella rete di distribuzione cui esso è allacciato. Si sono quindi messi a punto diversi metodi di avviamento, tutti tendenti a ridurre l'intensità della corrente assorbita e, per alcuni, ad aumentare sia il fattore di potenza che la coppia sviluppata.

Avviamento mediante reostato.

E' possibile solo per i motori con rotore avvolto e ad anelli. Consiste nel collegare in serie, prima dell'avviamento, a ciascuna fase rotorica una resistenza addizionale **R_a** così da aumentare la resistenza rotorica stessa da **R₂** a (**R₂ + R_a**). Si ottiene in tal modo una riduzione dell'intensità di corrente assorbita, un aumento del fattore di potenza, un aumento della coppia di spunto (questi aspetti sono già stati discussi a proposito della doppia funzione del reostato di avviamento). E' adatto ad avviare il motore sotto carico.

A titolo di approfondimento vediamo come, utilizzando il diagramma circolare, sia possibile calcolare il valore **R_a** del reostato affinché la coppia di spunto assuma il valore desiderato **C_{AV}***, noti che siano il rapporto di trasformazione **m** ed **R₂**.



Sul diagramma la coppia di avviamento propria del motore è **C_{AV}** individuata dal segmento **Pc__Ec**, mentre la corrente assorbita è **I_{AV}**. Utilizzando la scala delle coppie si può determinare la lunghezza del segmento **Pc*__E*** corrispondente alla coppia di spunto desiderata **C_{AV}***, quindi si individua il nuovo punto di avviamento **Pc***. Si osserva come la nuova corrente di spunto **I_{AV}*** sia più piccola e meno sfasata che non quella precedente. Siccome **Pc*** è il nuovo punto di cortocircuito, il segmento **Pc*__E*** rappresenta, nella scala delle potenze, anche le perdite nel rame di rotore all'avviamento. Si può quindi scrivere:

$$P_{JRCC}^* = 3 \cdot (R_2 + R_a) \cdot I_{2AV}^{*2} = 3 \cdot (R_2 + R_a) \cdot m^2 \cdot I_{AV}^{*2} \text{ [W]}$$

dove **I_{AV}*** è la corrente di reazione all'avviamento pari al segmento **Po__Pc***. Risolvendo rispetto **R_a** si ottiene infine:

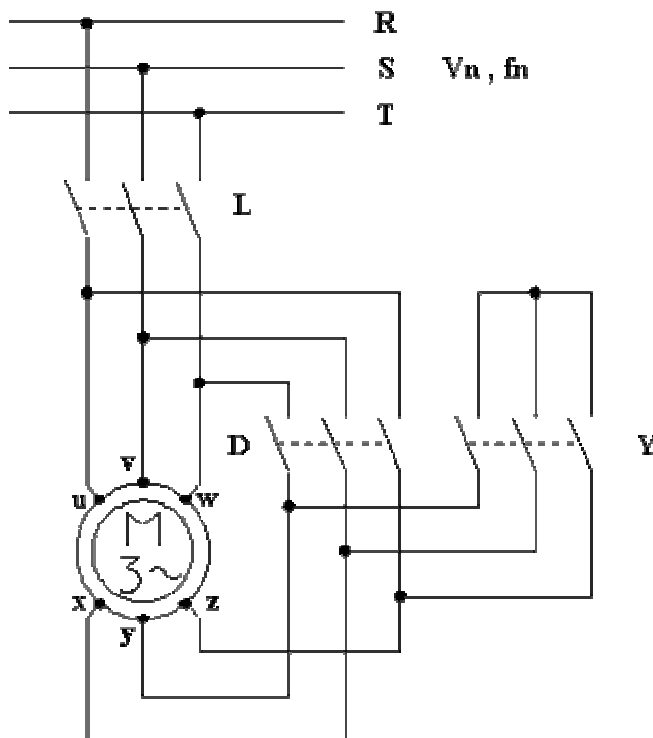
$$R_a = \frac{P_{JRCC}^*}{3 \cdot m^2 \cdot I_{AV}^{*2}} - R_2 \text{ } [\Omega]$$

che è quanto si cercava.

Avviamento Y/D.

Si utilizza per motori di potenza fino a **20 [KW]** ed aventi l'avvolgimento statorico collegato con le fasi a triangolo nel funzionamento normale. Il rotore può essere indifferentemente del tipo avvolto od a gabbia. Si presta solo per avviamenti a vuoto essendo la coppia di spunto notevolmente ridotta.

La figura sottostante riporta lo schema di potenza di un avviamento **Y/D** (**u** , **v** , **w** sono i morsetti d'inizio delle fasi statoriche del motore, **x** , **y** , **z** sono i morsetti d'uscita delle fasi statoriche del motore. Non sono riportati i dispositivi di protezione).



All'avviamento, l'interruttore **Y** deve essere chiuso così che il MAT parta con gli avvolgimenti statorici a stella. Dopo aver chiuso l'interruttore di linea **L** si dovrà attendere che il motore abbia raggiunto circa l'ottanta per cento della velocità a vuoto prima di aprire l'interruttore **Y** e, subito dopo, chiudere l'interruttore **D** relativo al funzionamento con gli avvolgimenti statorici a triangolo. E' importante che l'interruttore **D** venga chiuso solo dopo avere aperto l'interruttore **Y** per evitare il cortocircuito tra due fasi. Ovviamente accade che viene a mancare per un breve intervallo di tempo l'alimentazione al motore, così che nell'istante in cui essa si ripristina si presenta una punta di corrente assorbita che può provocare gravi disturbi elettrici nella linea di alimentazione ed altrettanto gravi disturbi elettromagnetici nell'ambiente circostante.

L'avviamento a **Y** comporta la riduzione di tre volte della corrente assorbita (per capirlo basta considerare l'equivalenza tra due carichi trifasi equilibrati, di eguale impedenza, ma alimentati l'uno a stella e l'altro a triangolo) e di tre volte della coppia di spunto (perché la coppia dipende dal quadrato della tensione applicata ed a stella la tensione è $\sqrt{3}$ più piccola che non a triangolo).

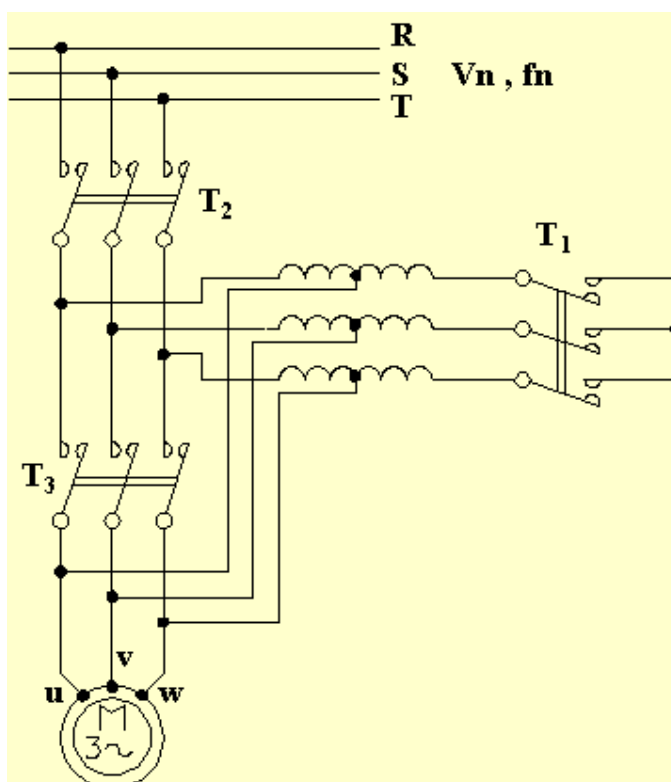
Avviamento mediante autotrasformatore.

E' più costoso dello **Y/D** , tuttavia è adottato comunemente per i motori di potenza più elevata in quanto elimina le punte di corrente all'avviamento non mancando mai la tensione durante l'avviamento. Il rotore può essere indifferentemente del tipo avvolto od a gabbia. Inoltre permette di

rendere più graduale l'avviamento essendo possibile adottare per l'autotrasformatore più prese intermedie. Anche per questo tipo di avviamento, considerando la dipendenza della coppia dal quadrato della tensione ed il basso valore che di solito si adotta per la tensione iniziale, si deve avere il motore a vuoto.

La figura sottostante riporta lo schema di potenza di un avviamento mediante un autotrasformatore ad un'unica presa intermedia (**u** , **v** , **w** sono i morsetti d'inizio delle fasi del motore, **x** , **y** , **z** sono i morsetti d'uscita delle fasi del motore. Non sono riportati i dispositivi di protezione).

La successione delle operazioni da eseguirsi per avviare il motore è la seguente: per primo viene chiuso l'interruttore **T₁** così che l'autotrasformatore sia predisposto per il funzionamento a stella. Poi si chiude **T₂** (conservando chiuso **T₁**) ed il motore viene alimentato tramite l'autotrasformatore ad una tensione pari a **0,5·V_n**. Quindi si apre **T₁** così che il motore venga alimentato attraverso le bobine di reattanza dell'autotrasformatore che si trovano in serie alla linea. Per ultimo si chiude **T₃** ed il motore si trova ad essere alimentato a piena tensione essendo le bobine di reattanza cortocircuitate.



Nel caso preso in considerazione di un autotrasformatore ad un'unica presa intermedia, la coppia all'avviamento è ridotta ad **1/4** (essendo la tensione **1/2** della nominale) ed anche la corrente assorbita è ridotta ad **1/4** della nominale (purché si supponga il motore come un carico d'impedenza costante: infatti al motore è applicata metà della sua tensione nominale ed esso assorbirà metà della corrente normale di avviamento; questa corrente poi è ridotta ancora della metà essendo il rapporto di tensione dell'autotrasformatore due ad uno).

Gli autotrasformatori per questo impiego, essendo destinati ad un servizio di durata limitata (**1** minuto circa), lavorano con elevati valori di induzione magnetica (fino a **1,6 [Wb/m²]**) e con elevati valori di densità di corrente (fino a **20 [A /mm²]**). Per questo motivo sono molto più compatti e

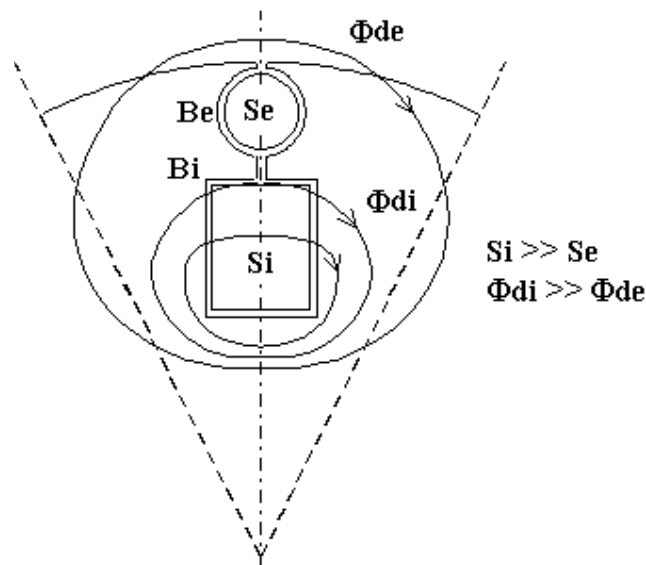
meno costosi degli autotrasformatori per il servizio continuo (il costo e l'ingombro possono essere ulteriormente ridotti adottando autotrasformatori con due sole fasi collegate a " V ").

Avviamento mediante reattanze o resistenze statoriche.

Può essere adottato nel caso di piccoli motori alimentati da reti di modesta portata. Il rotore può essere indifferentemente del tipo avvolto od a gabbia. Rispetto all'avviamento **Y/D** presenta il vantaggio di non avere interruzioni nell'alimentazione. Le reattanze vengono bypassate mediante un cortocircuito ad avviamento completato. La coppia di spunto si riduce secondo il quadrato della tensione applicata, la corrente assorbita si riduce in misura pressoché proporzionale alla tensione applicata.

Motori col rotore a doppia gabbia.

Discutendo l'influenza di **R₂** sul comportamento del motore abbiamo visto come all'avviamento sia conveniente un elevato valore di **R₂**, per favorire una elevata coppia di spunto associata ad una corrente assorbita bassa e poco sfasata, mentre in marcia normale è conveniente un basso valore di **R₂**, per favorire un basso scorrimento ed un elevato rendimento. Un modo semplice ed ingegnoso di soddisfare tali contrastanti esigenze consiste nel costruire il circuito rotorico in forma di doppia gabbia. Viste in sezione, due generiche barre, esterna **Be** ed interna **Bi** (tra di loro poste in parallelo mediante gli anelli frontali), si presentano nel seguente modo:

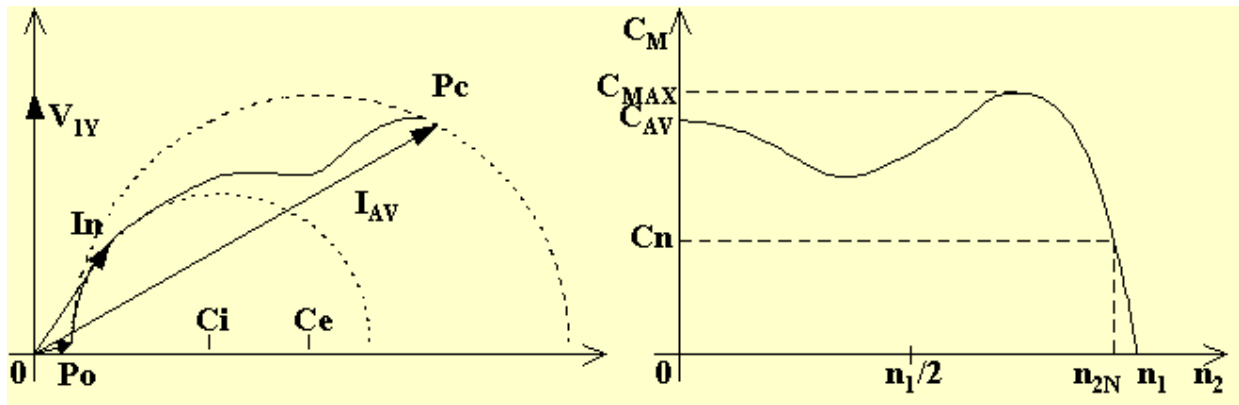


La gabbia esterna ha barre di sezione molto minore di quelle della gabbia interna, quindi sarà **R_{2e}** >> **R_{2i}**. La gabbia interna, essendo molto più immersa nel ferro rotorico, è autoconcatenata con una maggior quantità di flusso disperso così da avere un coefficiente di autoinduzione molto maggiore **L_{d2i}** >> **L_{d2e}**.

All'avviamento, essendo le frequenze rotoriche le più alte (uguali a quelle statoriche), l'impedenza di ciascuna barra è determinata soprattutto dalla componente reattiva (proporzionale alla frequenza) e, quindi, la barra interna avrà una impedenza maggiore della barra esterna. La corrente rotorica circolerà prevalentemente nella gabbia esterna che, avendo elevata resistenza, favorirà ottime condizioni di avviamento.

Mano a mano che l'avviamento procede, le frequenze rotoriche diminuiranno fino a ridursi a qualche frazione di Hertz (velocità a vuoto) o pochi Hertz (velocità a carico nominale). Per tale motivo l'impedenza di ciascuna barra sarà sempre più determinata dalla componente ohmica e, quindi, la barra esterna avrà una impedenza sempre più grande della barra interna. La corrente rotorica circolerà sempre più nella gabbia interna che, avendo bassa resistenza, favorirà ottime condizioni di marcia nominale.

Un motore a gabbia semplice, se avviato a piena tensione, presenta l'assorbimento di una corrente $6 \div 8$ volte la nominale ed una coppia di spunto sempre minore della nominale. L'avviamento a piena tensione è consentito solo per motori di piccola potenza (< 3 [KW]) ed a vuoto; per potenze maggiori si deve effettuare un avviamento a tensione ridotta e sempre col motore a vuoto. Un motore a doppia gabbia, se avviato a piena tensione, assorbe una corrente mai superiore di **4** volte la nominale ed una coppia di spunto che può essere anche il doppio della nominale. Avviandolo a tensione ridotta la corrente supera non di molto quella nominale e la coppia può eguagliare la nominale, per cui è possibile anche l'avviamento a carico. I motori vengono costruiti con la gabbia semplice per potenze fino a **20** [KW], a doppia gabbia per potenze fino a circa **10.000** [KW] (per potenze attorno ai **20** [KW] si costruiscono motori con gabbia a barre alte che hanno un comportamento intermedio tra i due).



Il comportamento elettrico di un motore a doppia gabbia si discosta sensibilmente da quanto visto finora. Infatti i parametri elettrici del rotore (resistenza e induttanza) risultano essere variabili al variare dello scorrimento. Il diagramma delle correnti è sensibilmente circolare nella parte prossima al funzionamento nominale, ma presenta un insellamento nella vicinanza della condizione di cortocircuito (in coincidenza della migrazione della corrente rotorica dall'una all'altra gabbia). All'insellamento della caratteristica di corrente corrisponde un insellamento della caratteristica meccanica.

Variazione della velocità dei MAT

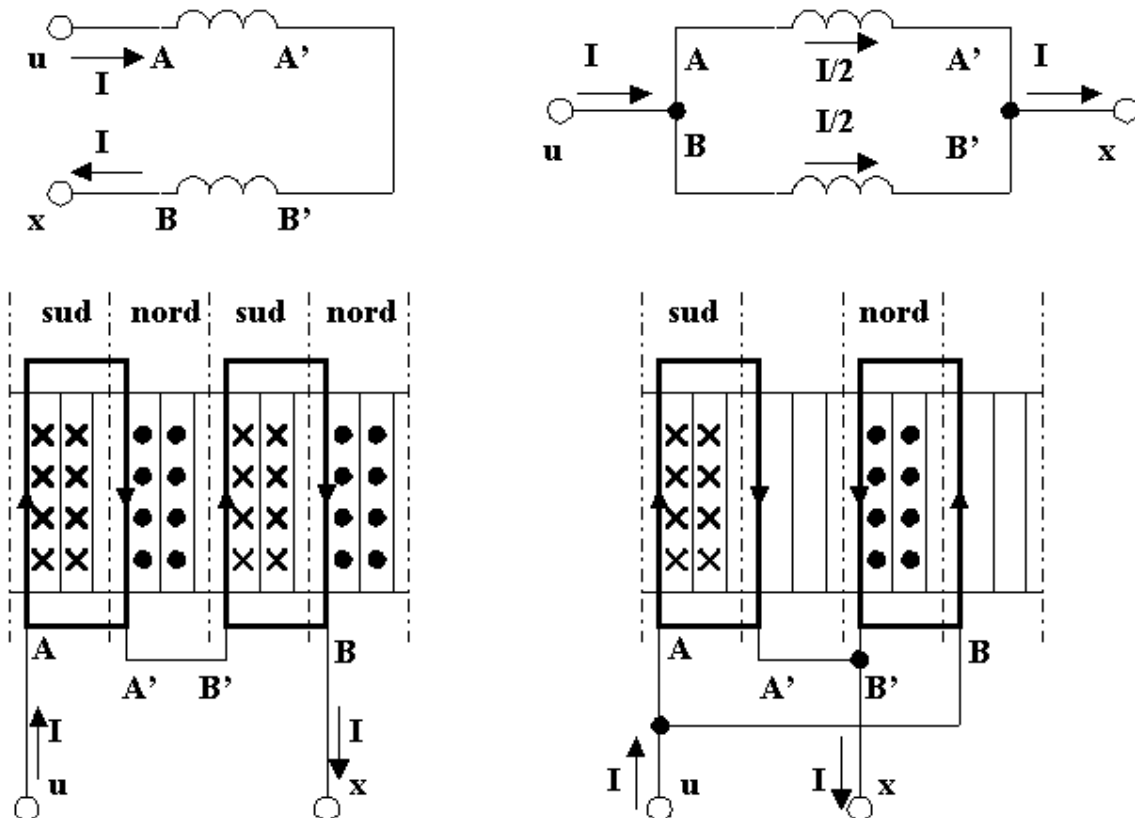
Il normale motore a induzione soddisfa ottimamente le esigenze degli azionamenti a velocità praticamente costante. Molte applicazioni richiedono invece diverse velocità di funzionamento o addirittura una velocità regolabile con continuità in un certo campo. I metodi più comuni per variare la velocità sono i seguenti:

Variazione del numero delle coppie polari.

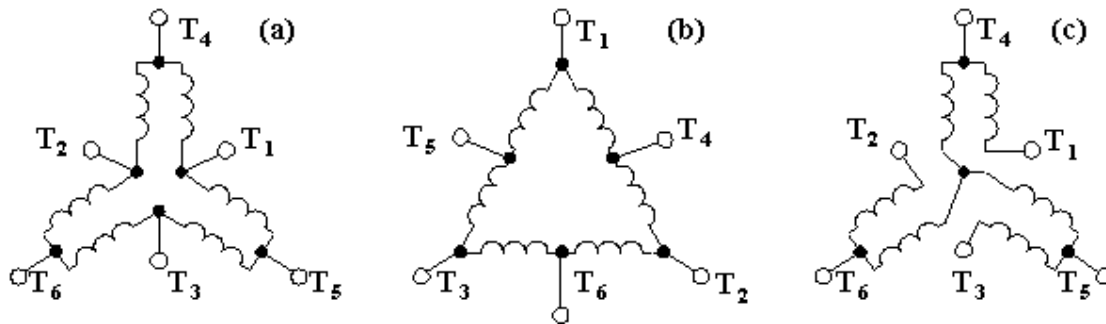
Variando il numero di coppie polari varia la velocità del campo rotante (secondo la relazione $n_1 = 60 \cdot f_1 / p$) e quindi anche la velocità del motore. L'avvolgimento di statore può essere progettato in

modo che con semplici variazioni nei collegamenti degli avvolgimenti si possa cambiare il numero di poli nel rapporto **2 a 1** (si parla di avvolgimenti a poli commutabili). Si può quindi scegliere l'una o l'altra delle due velocità sincrone. Il rotore è quasi sempre del tipo a gabbia, un rotore di tale tipo infatti presenta il vantaggio di non avere un numero di poli naturale e di dar luogo ad un campo di rotore con lo stesso numero di poli del campo statorico induttore. Se si usasse un rotore avvolto, si introdurrebbe una ulteriore complicazione giacché dovrebbe essere variato anche il numero di poli dell'avvolgimento di rotore. Con due avvolgimenti di statore indipendenti, ciascuno del tipo a poli commutabili, si possono avere quattro distinte velocità sincrone.

Uno degli schemi più usati è quello Dahlander nel quale ciascuna fase si compone di due bobine distinte che possono essere collegate in serie (bassa velocità) od in parallelo (alta velocità). La figura sottostante fa riferimento, attraverso lo schema elettrico e lo schema panoramico, alla prima fase di un motore avente **12** cave statoriche. A sinistra è raffigurato il collegamento serie dal quale si ottengono **4** poli (bassa velocità), a destra il collegamento parallelo dal quale si ottengono **2** poli (alta velocità).



Variando il tipo di collegamento varia, oltre alla velocità del campo rotante, anche l'induzione al traferro e quindi si possono produrre, per lo stesso motore, diverse caratteristiche coppia-velocità:



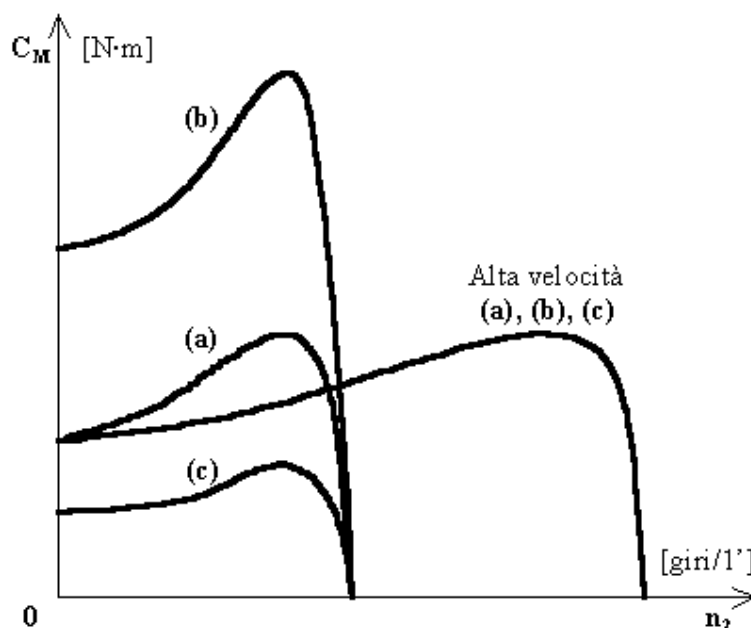
la figura mostra tre possibilità nel collegamento per tre motori aventi identica caratteristica coppia-velocità nel collegamento a velocità alta.

Il collegamento (a) dà luogo a una coppia massima pressoché uguale ad entrambe le velocità (per la bassa si collegano T_1, T_2, T_3 alla linea e si lasciano aperti T_4, T_5, T_6 mentre per l'alta si collegano T_4, T_5, T_6 alla linea e si cortocircuitano T_1, T_2, T_3). Viene usato negli azionamenti che chiedono pressappoco la stessa coppia con entrambe le velocità, ad esempio nei carichi in cui l'attrito è preponderante e negli argani. Questo collegamento è detto a coppia costante.

Il collegamento (b) determina una coppia pressoché doppia alla velocità inferiore (per la bassa si collegano T_4, T_5, T_6 alla linea e si cortocircuitano T_1, T_2, T_3 mentre per l'alta si collegano T_1, T_2, T_3 alla linea e si lasciano aperti T_4, T_5, T_6). Viene applicato ad azionamenti che chiedono potenza pressoché costante, ad esempio macchine utensili. Questo collegamento è detto a potenza costante.

Il collegamento (c) dà luogo ad una coppia massima notevolmente più ridotta alla velocità inferiore (per la bassa si collegano T_1, T_2, T_3 alla linea e si lasciano aperti T_4, T_5, T_6 mentre per l'alta si collegano T_4, T_5, T_6 alla linea e si cortocircuitano T_1, T_2, T_3). Viene utilizzato per azionamenti che richiedono meno coppia alle basse velocità, come ventilatori e pompe centrifughe. Questo collegamento è detto a coppia variabile.

Le caratteristiche meccaniche per i tre tipi di motore a poli commutabili appena visti sono:

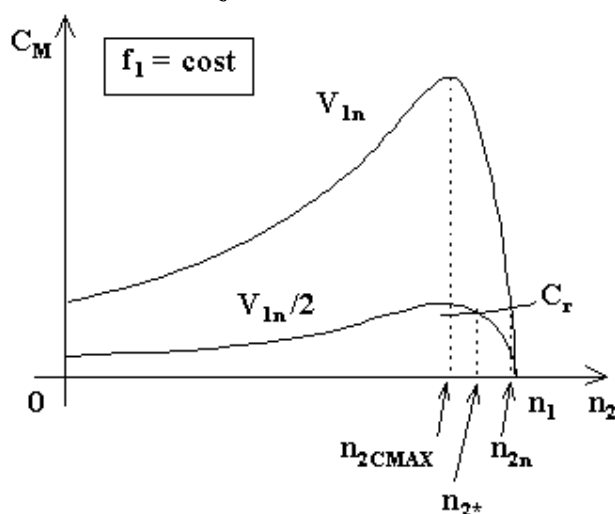


Variazione della frequenza.

La velocità del campo rotante di un motore ad induzione può essere regolata variando la frequenza di alimentazione. Per mantenere pressoché costante l'induzione, andrebbe anche variata la tensione di alimentazione in misura direttamente proporzionale alla frequenza (questo perché il flusso per polo è direttamente proporzionale alla f.e.m. statorica e quindi, a meno della c.d.t. negli avvolgimenti statorici, alla tensione applicata ed inversamente proporzionale alla frequenza di alimentazione). In tal modo la coppia massima rimane pressoché costante. Un motore a induzione usato in questo modo presenta caratteristiche simili a quelle di un motore in corrente continua ad eccitazione indipendente a flusso costante e tensione d'armatura variabile.

Per regolare la frequenza si può usare una macchina ad induzione a rotore avvolto o, molto meglio, si può usare un convertitore statico di frequenza.

Variazione della tensione di alimentazione.

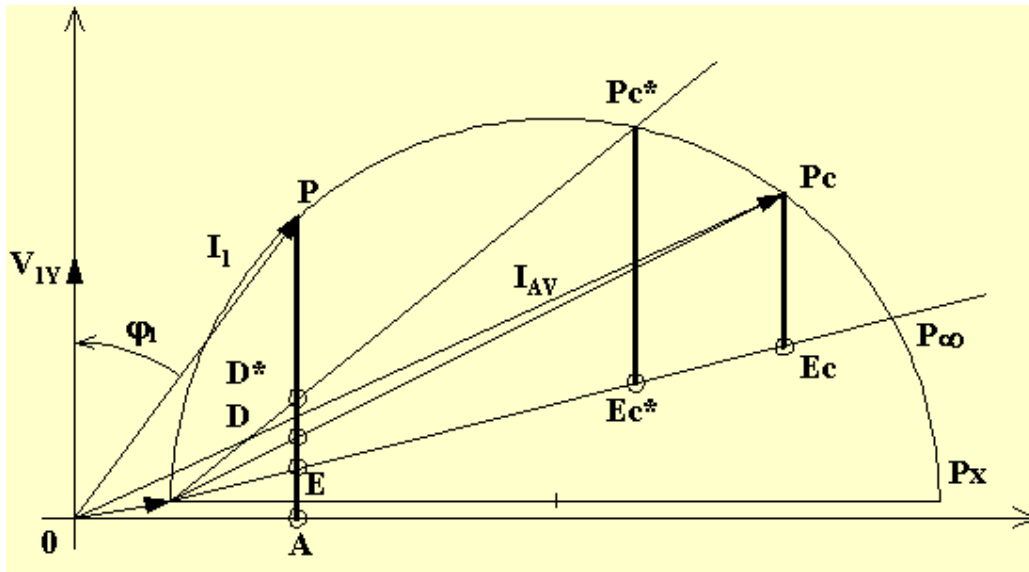


La coppia elettromagnetica sviluppata da un motore a induzione è proporzionale al quadrato della f.e.m. statorica e quindi, a meno della c.d.t. negli avvolgimenti statorici, della tensione applicata. Osservando il grafico si nota come si modifica la caratteristica dimezzando la tensione. Se la coppia resistente C_r è pressoché costante, la velocità si riduce da n_{2n} a n_{2+} con il quasi annullamento dei margini di sovraccarico. Questo metodo di variazione della velocità, anche a causa del basso rendimento, è praticamente usato per i piccoli motori a gabbia per il comando di ventilatori.

Variazione della resistenza rotorica.

Abbiamo già visto come si modifica la caratteristica meccanica al variare della resistenza rotorica di un motore a rotore avvolto, con tensione e frequenza di alimentazione costanti. E' evidente che, se la coppia resistente è costante, ad un aumento della resistenza di rotore corrisponde un aumento dello scorrimento e, quindi, una diminuzione di velocità.

Verifichiamo quel che succede nel motore studiando il diagramma circolare:



Se il motore deve sviluppare una coppia costante definita dal segmento P_E , il punto P di funzionamento rimarrà costante e, con esso, rimarranno costanti la corrente assorbita I_1 , la corrente di reazione, la corrente rotorica, lo sfasamento ϕ_1 , la potenza elettrica assorbita pari a P_A . Ovviamente rimarrà costante anche la potenza trasmessa essendo individuata dal medesimo segmento della coppia. Aumentando la resistenza rotorica da R_2 a (R_2+R_a) , a parità di corrente assorbita, aumenta la perdita per effetto Joule negli avvolgimenti di rotore in tutte le condizioni di funzionamento. Più precisamente le perdite nel rotore all'avviamento aumentano da $P_c_E_c$ a $P_c*_E_c*$ ed il punto di funzionamento in corto passa da P_c a P_c* , la retta delle potenze rese ruota quindi verso l'alto. Inoltre le perdite nel rame di rotore nella condizione di funzionamento indicata dal punto P aumentano da E_D a E_D* . Infine la potenza meccanica resa diminuisce da P_D a P_D* , in definitiva diminuisce il rendimento. Per ultimo, essendo il punto di funzionamento più vicino al punto di cortocircuito si avrà un maggior scorrimento e quindi una più bassa velocità.

Avendo a disposizione il diagramma circolare, risulta facile individuare quantitativamente tutte le grandezze discusse, in particolare la velocità prima e dopo l'inserzione della resistenza R_a in serie all'avvolgimento di rotore:

$$P = C \cdot \Omega = C \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \Rightarrow n_2 = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P}{C}, \quad P^* = C \cdot \Omega^* = C \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2^*}{60} \Rightarrow n_2^* = \frac{60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{P^*}{C}$$

Si osserva come, a coppia costante, aumentando la resistenza rotorica diminuiscono nella stessa misura sia la potenza meccanica resa che la velocità.

Si può anche facilmente dimostrare che, sempre a coppia costante, lo scorrimento è direttamente proporzionale alla resistenza rotorica:

$$s = \frac{P_{JR}}{P_T} = \frac{3 \cdot R_2 \cdot I_2^2}{P_T}, \quad s^* = \frac{P_{JR}^*}{P_T} = \frac{3 \cdot (R_2 + R_a) \cdot I_2^2}{P_T}$$

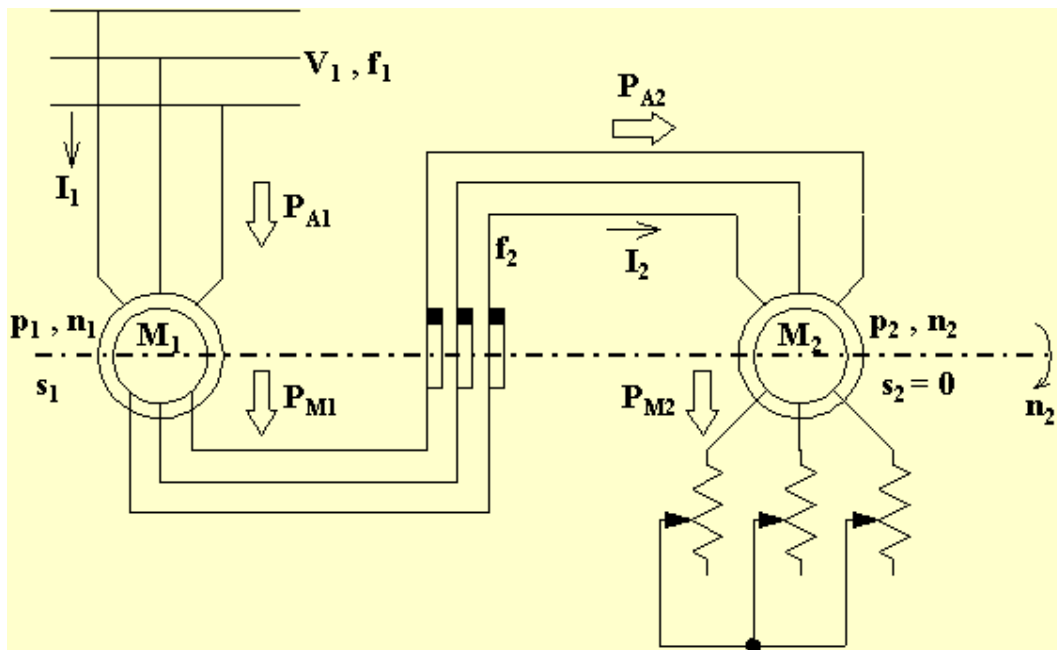
dividendo membro a membro si ottiene infine:

$$\frac{s^*}{s} = \frac{R_2 + R_a}{R_2}$$

come si voleva dimostrare. Lo stesso risultato si ottiene assumendo rettilineo il primo tratto della caratteristica meccanica e considerando la sua equazione semplificata.

Questo metodo di variazione della velocità ha caratteristiche simili al controllo di velocità di un motore in corrente continua eccitato in derivazione e regolato per mezzo di resistenze in serie all'avvolgimento d'armatura. Il suo principale inconveniente consiste nel basso rendimento alle ridotte velocità.

Variazione della velocità mediante motori in cascata.



Questo tipo di collegamento di due macchine asincrone è stato impiegato nella trazione elettrica in corrente alternata. Esso consiste nel collegare meccanicamente sullo stesso albero le due macchine, alimentando direttamente dalla rete lo statore della prima e prelevando le tensioni indotte agli anelli della prima per alimentare lo statore della seconda macchina. E' evidente che, dato l'accoppiamento meccanico, le velocità di rotazione dei due rotori saranno sempre identiche. Il reostato collegato al rotore della seconda macchina si utilizza per agevolare l'avviamento del gruppo.

Vediamo qual è la velocità a vuoto del gruppo. Si supponga per semplicità che le due macchine abbiano uguali caratteristiche elettriche e numero di coppie polari rispettivamente p_1 e p_2 . Via via che il gruppo acquista velocità, la frequenza f_2 delle correnti rotoriche della prima macchina e statoriche della seconda diminuisce e, perciò, la velocità di sincronismo della seconda sarà $n_2 < n_1$.

Per la prima macchina si può scrivere:

$$f_2 = s_1 \cdot f_1, \quad p_1 = \frac{60 \cdot f_1}{n_1}, \quad s_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Per la seconda:

$$s_2 = 0, \quad n_2 = \frac{60 \cdot f_2}{p_2} = \frac{60 \cdot s_1 \cdot f_1}{p_2} = \frac{60 \cdot f_1}{p_2} \cdot \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{p_1}{p_2} \cdot (n_1 - n_2)$$

Risolvendo rispetto n_2 si ottiene infine:

$$n_2 = \frac{p_1}{p_1 + p_2} \cdot n_1 \quad [g / 1']$$

Tale relazione dimostra che la velocità del gruppo è praticamente ridotta rispetto alla velocità del primo motore secondo il rapporto $p_1 / (p_1 + p_2)$. Se i due motori accoppiati in cascata hanno lo stesso numero di coppie polari, la velocità del gruppo è metà della velocità di ciascun motore; se i due motori hanno numero diverso di coppie polari, impiegando i motori singolarmente o accoppiati in cascata è possibile ottenere tre diverse velocità.

Considerando che:

$$n_2 = \frac{p_1}{p_1 + p_2} \cdot n_1 = \frac{p_1}{p_1 + p_2} \cdot \frac{60 \cdot f_1}{p_1} = \frac{60 \cdot f_1}{p_1 + p_2} \quad [g / 1']$$

si può dire che si realizza, a vuoto, la velocità che presenterebbe un motore costruito con un numero di coppie polari pari a $(p_1 + p_2)$ ed alimentato alla frequenza f_1 .

A carico, la velocità differirà di poco rispetto quella che si aveva a vuoto.

Per quanto riguarda le potenze meccaniche, trascurando le perdite, si può dimostrare che la potenza totale sviluppata dal gruppo si ripartisce tra le due macchine in parti proporzionali al rispettivo numero di poli. Il primo motore assorbe dalla rete una potenza P_{A1} che in parte fornisce all'albero sotto forma meccanica P_{M1} , in parte fornisce al secondo motore sotto forma elettrica P_{A2} che esso, a sua volta, trasforma in meccanica P_{M2} e cede all'albero. Ricordando che la potenza viene trasmessa dallo statore al rotore alla velocità di sincronismo, la potenza trasmessa dallo statore al rotore dal primo motore vale:

$$P_{T1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} \cdot C_1 \quad [W]$$

mentre la potenza meccanica vale:

$$P_{M1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \cdot C_1 \quad [W]$$

Ora, a meno delle perdite, si ha:

$$P_{T1} = P_{M1} + P_{A2} \quad [W], \quad P_{A2} = P_{M2} = P_{T1} - P_{M1} \quad [W]$$

Sostituendo alle potenze le loro espressioni:

$$P_{M2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} \cdot C_1 - \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \cdot C_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot (n_1 - n_2)}{60} \cdot C_1 \quad [W]$$

Mettendo a rapporto P_{M1} con P_{M2} si ottiene infine:

$$\frac{P_{M1}}{P_{M2}} = \frac{n_2}{n_1 - n_2} = \frac{\frac{60 \cdot f_1}{p_1 + p_2}}{\frac{60 \cdot f_1}{p_1} - \frac{60 \cdot f_1}{p_1 + p_2}} \Rightarrow \frac{P_{M1}}{P_{M2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

come si voleva dimostrare.

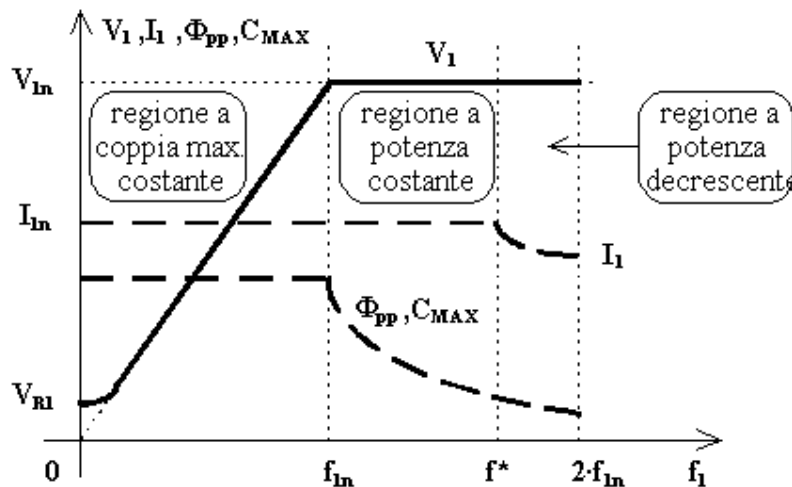
In ogni caso l'intera potenza ($P_{M1} + P_{M2}$) deve passare attraverso la prima macchina che funziona in parte come motore ed in parte come trasformatore di alimentazione della seconda. Questo fatto abbassa notevolmente sia il rendimento che il f.d.p. del gruppo.

Variazione della velocità mediante Inverter.

L'Inverter è essenzialmente un'apparecchiatura statica elettronica che converte una tensione continua in una terna di tensioni sinusoidali controllabili in ampiezza e frequenza. L'Inverter permette il completo comando e controllo dei motori asincroni trifasi. Più precisamente, attraverso l'Inverter è possibile: a) avviare il motore con predeterminate caratteristiche di accelerazione, b) assegnare al motore una determinata velocità, c) variare con continuità la velocità del motore, d) frenare il motore con una determinata decelerazione.

Il principio di funzionamento consiste nell'alimentare il motore con una terna sinusoidale di tensioni variabili in ampiezza e frequenza in modo tale che il rapporto (V_1/f_1) rimanga per quanto possibile costante (così che sia costante e pari al valore nominale il flusso per polo nella macchina) e che la corrente assorbita dal motore non superi il valore nominale per non incorrere in pericolosi sovrariscaldamenti della macchina.

Se V_{1n} ed f_{1n} sono i valori nominali dell'alimentazione del motore, l'Inverter provvede a fornire al motore una tensione di caratteristiche variabili nel seguente modo:



Si individuano tre zone di funzionamento.

La prima è chiamata regione a coppia costante e copre le frequenze da zero alla nominale e quindi le velocità dall'avviamento alla nominale. In tale zona, essendo:

$$C_{MAX} \cong \frac{3 \cdot V_{1Y}^2}{m^2 \cdot \Omega_1} \cdot \frac{1}{2 \cdot X_{d2}(1)} = k' \cdot \frac{V_1^2}{f_1^2} \quad [N \cdot m]$$

avremo che rimarrà costante la coppia massima esprimibile dal motore mentre la velocità del campo rotante varierà proporzionalmente alla frequenza. La corrente assorbita dal motore non si discosterà sensibilmente dalla nominale, considerando che in prima approssimazione la corrente di reazione può essere ritenuta pari a:

$$I_1' \cong \frac{V_{1Y} - E_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{d1}^2}} \quad [A]$$

e che la tensione applicata, la f.e.m. statorica e la reattanza di dispersione aumentano in eguale misura. L'andamento della tensione applicata in funzione della frequenza è teoricamente una retta se si trascura la resistenza R_1 . In effetti la presenza della resistenza degli avvolgimenti statorici richiede una compensazione alle basse velocità al fine di garantire la costanza della corrente primaria e della coppia massima, quindi alla frequenza zero serve la presenza di una tensione $V_{R1} = R_1 \cdot I_{1n}$.

La seconda è chiamata regione a potenza costante. Arrivati alla tensione nominale in corrispondenza della frequenza nominale, se si desidera aumentare ulteriormente la velocità bisognerà aumentare la frequenza oltre f_{1n} senza tuttavia aumentare la tensione oltre V_{1n} al fine di evitare possibili guai derivanti da cedimenti nell'isolamento della macchina ed eccessive perdite nel ferro. Per tale motivo la tensione viene mantenuta al valore nominale e, quindi, aumentando la frequenza si avrà una diminuzione (secondo la legge dell'inversa proporzionalità) del flusso per polo e della coppia massima esprimibile dal motore. La potenza resa dal motore rimane costante essendo la potenza direttamente proporzionale alla velocità angolare (e quindi alla frequenza) ed alla coppia. La costanza della potenza, unitamente alla costanza della tensione applicata, permette di ritenere, in prima approssimazione, costante e pari al valore nominale la corrente assorbita.

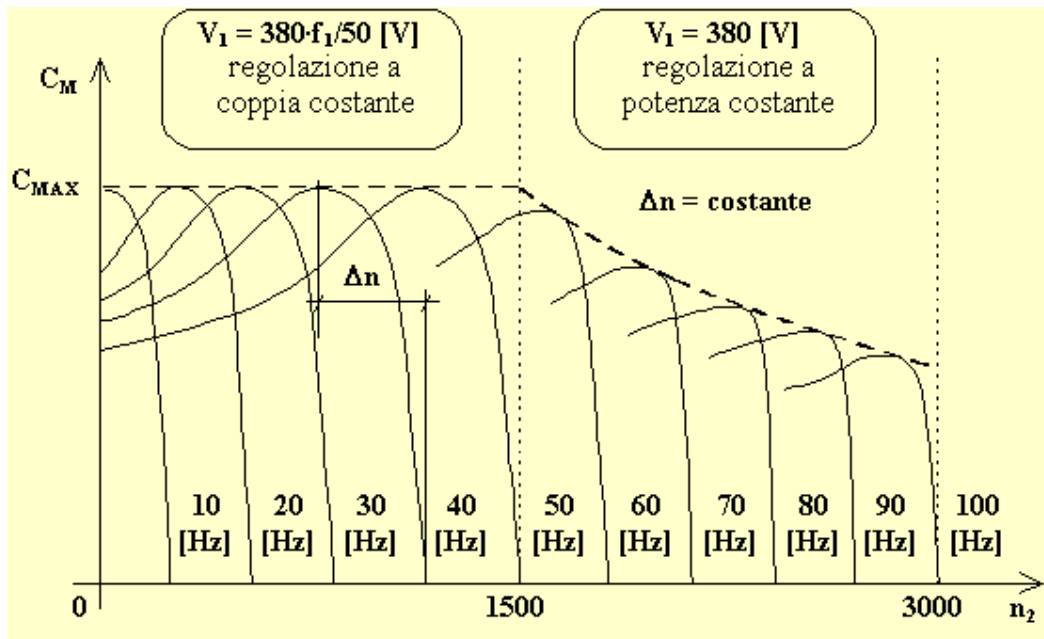
La terza è chiamata regione a potenza decrescente (o a corrente limitata). Si manifesta a partire dalla frequenza $f^* \gg f_{1n}$ per la quale le reattanze di dispersione del circuito equivalente si elevano talmente da impedire il passaggio della corrente nominale. In tal caso la corrente rotorica risulta inversamente proporzionale alla frequenza e, siccome anche il flusso per polo varia in misura inversamente proporzionale alla frequenza, accade che la coppia diminuisce con legge inversamente proporzionale col quadrato della frequenza. La potenza erogata, essendo al solito proporzionale sia alla velocità angolare che alla coppia, diminuirà secondo la legge inversamente proporzionale alla frequenza.

Qualunque sia la regione di funzionamento, come si è dimostrato in occasione del confronto tra il funzionamento a **50** e **60** [Hz], accade che la differenza tra la velocità a vuoto n_1 e la velocità che determina la massima coppia n_{CMAX} è costante in quanto non dipende dalla frequenza:

$$\Delta n = n_1 - n_{CMAX} = n_1 \cdot s_{CMAX} = \text{costante}$$

e quindi, se la coppia è costante, è lecito ritenere costante lo scostamento in velocità tra la velocità a regime e la velocità a vuoto, qualsiasi sia la frequenza.

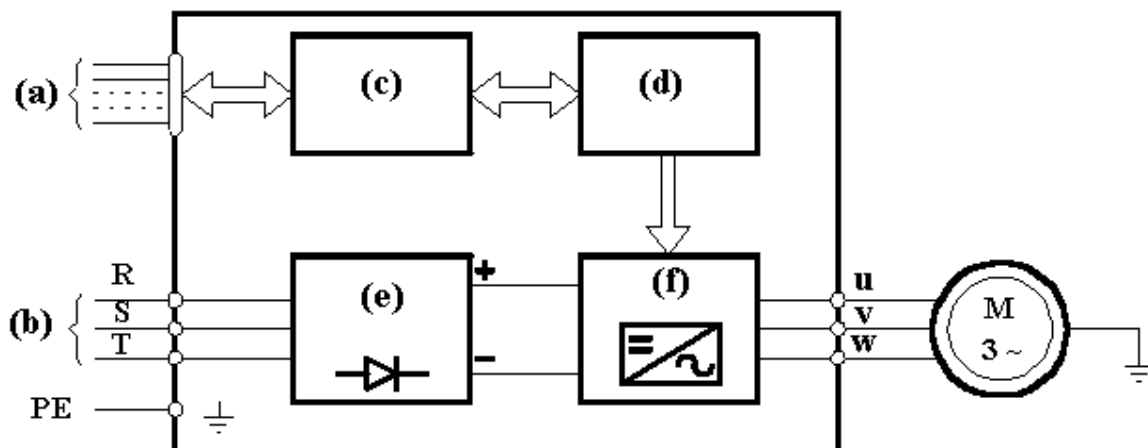
Da quanto sopra detto risulterà la possibilità di variare la velocità del motore secondo la seguente caratteristica (riferita ad un motore avente due coppie polari, tensione nominale **380 [V]**, frequenza nominale **50 [Hz]**):



Per quanto riguarda la frenatura del motore, è possibile effettuarla mediante iniezione di corrente continua (condizione standard), mediante frenatura dinamica (condizione opzionale), mediante recupero d'energia (solo se il raddrizzatore d'ingresso a monte dell'Inverter è bidirezionale).

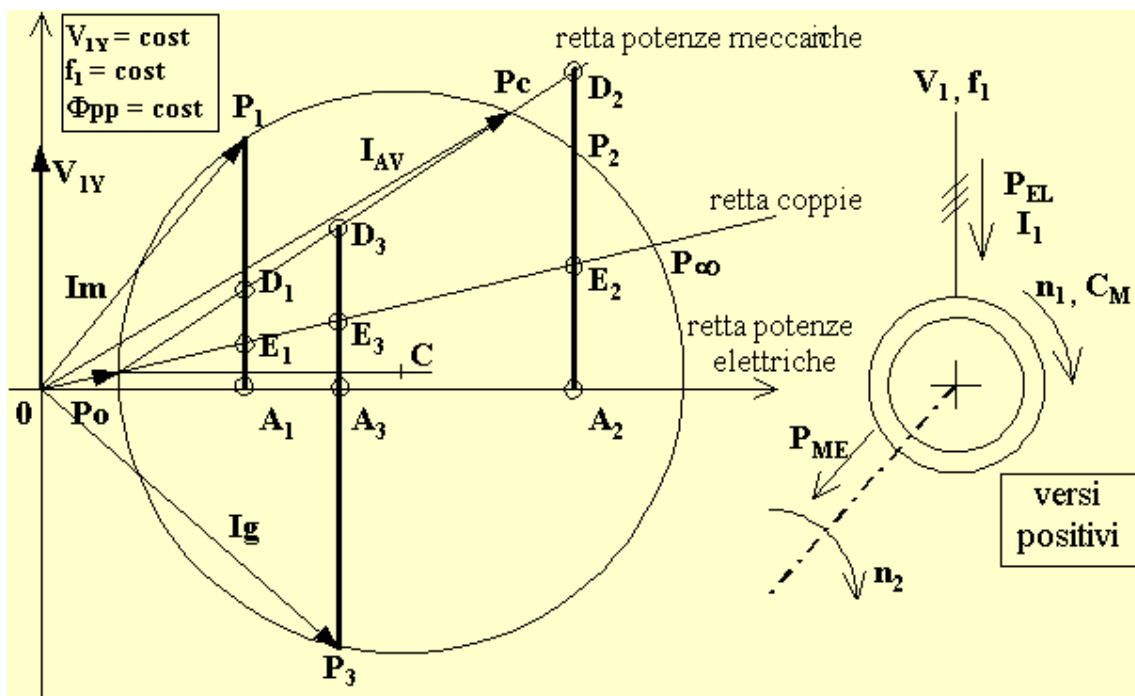
Ovviamente, questo tipo di regolazione esige non solo un Inverter con regolazione della tensione e della frequenza, ma anche che il motore risulti idoneo alle notevoli variazioni di velocità cui sarà sottoposto in quanto esso, se del tipo autoventilato, alle basse velocità risulterà male raffreddato, mentre alle alte velocità presenterà un eccesso di perdite meccaniche. Occorrerà verificare pure se i cuscinetti saranno idonei a sopportare la massima velocità prevista. Naturalmente, oltre alla variazione della velocità, esistono altri importanti problemi come quelli della protezione contro le sovracorrenti e i guasti.

Un semplice schema a blocchi dell'intero sistema può essere il seguente:



Lo sviluppo dei convertitori statici (da corrente continua a corrente alternata, da corrente alternata a corrente continua) ha portato ad apparecchiature in grado di trattare elevate potenze con accettabili valori di rendimento ed affidabilità maggiore di quella garantita dalle macchine elettriche rotanti che svolgevano la stessa funzione. Inoltre si è avuta una sensibile riduzione dei costi dei convertitori statici e tutto questo ha consentito la revisione e la riutilizzazione di schemi di azionamenti realizzati nel passato con ingegnose applicazioni delle macchine elettriche, quali i metodi Kramer, Scherbius, Ward-Leonard.

Altri modi di funzionamento della macchina asincrona



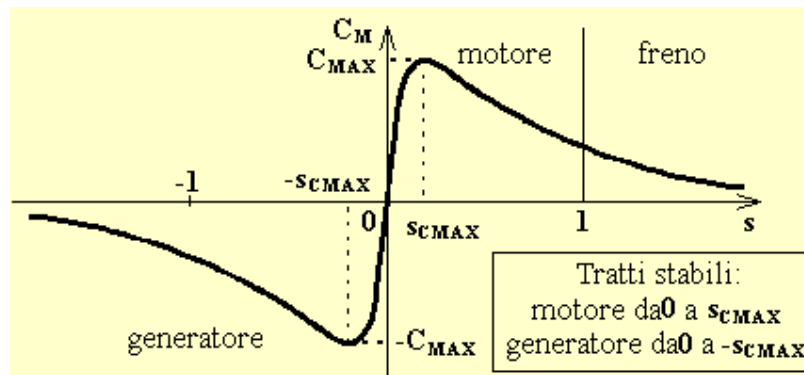
Pag. 125

$$0 \leq s \leq 1, P_{EL} > 0, P_{ME} > 0, C_M > 0$$

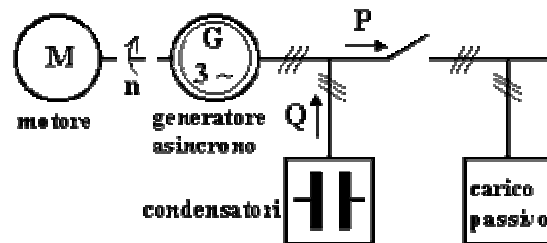
Il funzionamento come freno della macchina si ha quando il rotore è portato in rotazione con verso opposto a quello del campo rotante e, perciò, con scorrimento $s > 1$, a tale funzionamento corrisponde sul diagramma il tratto tra i punti P_c e P_∞ . Si nota che la macchina continua ad assorbire potenza elettrica dalla rete essendo il segmento $P_2_A_2$ ancora al di sopra della retta delle potenze elettriche, ma contemporaneamente essa assorbe anche potenza meccanica dall'albero essendo il segmento $P_2_D_2$ al di sotto della retta delle potenze meccaniche. La coppia elettromagnetica continua ad essere positiva, cioè favorevole al verso di rotazione del campo rotante ma opposta al verso di rotazione del rotore e, quindi, agisce da coppia frenante; il segmento che la rappresenta è $P_2_E_2$ ancora al di sopra della retta delle coppie. Entrambe le potenze, elettrica e meccanica, essendo assorbite dalla macchina, saranno dissipate al suo interno per effetto Joule. Questo funzionamento viene applicato per arrestare il moto di un motore già in funzione, basta scambiare rapidamente fra loro due fili di alimentazione in modo da invertire il senso di rotazione del campo rotante, si parla di frenatura in controcorrente. Naturalmente, per evitare che il motore prenda a girare in senso opposto dopo essersi arrestato, bisognerà distaccare l'alimentazione quando la frenatura è completata. Riassumendo:

$$s > 1, P_{EL} > 0, P_{ME} < 0, C_M > 0$$

Il funzionamento come generatore della macchina asincrona corrisponde, sul diagramma circolare, al tratto $P_0_P_\infty$ che sta al di sotto della retta delle coppie. Perché la macchina si trovi in tale stato è necessario che sia allacciata ad una rete in grado di fornire la potenza reattiva necessaria a sostenere il campo magnetico rotante e la potenza reattiva impegnata dalle reattanze di dispersione e che il rotore venga trascinato da un motore esterno (ad esempio una turbina) nello stesso senso del campo rotante, ma ad una velocità $n_2 > n_1$, così che lo scorrimento sia negativo. In tale modo di funzionamento risulta facile verificare che è $s < 0, P_{EL} < 0, P_{ME} < 0, C_M < 0$, ovvero la potenza elettrica è erogata verso la rete, la potenza meccanica è assorbita dall'albero e la coppia elettromagnetica agisce nel senso contrario al campo rotante ed al senso di rotazione del rotore e, quindi, è una coppia frenante. Sul diagramma, P_{EL} corrisponde a $P_3_A_3$, P_{ME} corrisponde a $P_3_D_3$, C_M corrisponde a $P_3_E_3$. Si osserva che la parte di diagramma circolare cui corrisponde una effettiva erogazione di potenza attiva è solo quella sottostante l'ascissa, infatti solo per tale tratto risulta essere $P_{EL} = \sqrt{3} \cdot V_1 \cdot I_g \cdot \cos(\overline{V_{1Y}}, \overline{I_g}) < 0$ ovvero la potenza elettrica è erogata e non assorbita. Si deve ancora osservare che dell'intero tratto di diagramma circolare possibile, ci si limita ad utilizzare quello cui corrisponde il tratto stabile della caratteristica meccanica (anzi, in maniera ancor più restrittiva, quello limitato dal punto di intersezione di sinistra con l'ascissa e dal punto di massima potenza elettrica che è quello di minima ordinata). Per finire ricordiamo che i generatori asincroni trovano impiego nelle centrali ausiliarie o nelle centrali di cogenerazione funzionanti in parallelo con le centrali base equipaggiate con generatori sincroni (alternatori) che devono fornire la potenza reattiva necessaria all'asincrono.



Si può inoltre avere il generatore asincrono in funzionamento isolato. In tal caso, non essendo disponibile una rete tenuta in tensione da alternatori che possano fornire la corrente magnetizzante necessaria agli avvolgimenti statorici per sostenere il campo rotante, è necessario collegare ai morsetti statorici una batteria trifase di condensatori secondo lo schema sotto riportato:



L'avviamento deve avvenire col carico staccato, ovvero a vuoto. Nel momento in cui si pone in rotazione il rotore del generatore sincrono (mediante il motore esterno), il leggero magnetismo residuo del ferro rotorico genera una piccola f.e.m. negli avvolgimenti statorici (come se si trattasse di un alternatore) e quindi genera una tensione d'uscita sufficiente a produrre una piccola corrente capacitiva verso i condensatori. L'erogazione di corrente capacitiva è del tutto equivalente all'assorbimento della corrente magnetizzante induttiva con la quale viene sostenuto il campo rotante e con ciò si rafforza l'induzione al traferro. L'aumento dell'induzione al traferro comporta l'aumento della tensione d'uscita e della corrente capacitiva erogata e con questo l'aumento ulteriore dell'intensità dell'induzione al traferro: in pochi secondi si raggiunge la saturazione della macchina e si stabilizza la tensione d'uscita di normale funzionamento col campo rotante sostenuto dalla corrente capacitiva erogata verso la batteria di condensatori, si parla quindi di autoeccitazione. Conclusosi l'avviamento del generatore asincrono, applicando un carico mediante la chiusura dell'apposito interruttore, potrà avere inizio l'erogazione di potenza attiva (dalla velocità del rotore dipenderà la frequenza della tensione generata).

In caso di corto circuito o di forte sovraccarico si ha la rapida smagnetizzazione della macchina che comporta la cancellazione del magnetismo residuo e l'impossibilità di dare luogo alla autoeccitazione nella successiva manovra di riavvio. Bisogna quindi provvedere a ripristinare il magnetismo residuo e questo si realizza inviando per un breve tempo una opportuna corrente continua negli avvolgimenti di statore.

La presenza dei condensatori può dar luogo a fenomeni di risonanza (visto la natura induttiva dei circuiti statorici del generatore asincrono) con conseguenti possibili sovratensioni che devono essere opportunamente limitate e smorzate.

Una situazione analoga a quella sopra descritta si può presentare nel caso di un motore asincrono trifase munito di una batteria di condensatori di rifasamento permanentemente inserita. Infatti quando viene tolta la tensione di alimentazione per arrestarne la marcia può accadere che durante la fase transitoria dell'arresto la macchina si autoecciti e passi quindi a funzionare come generatore a causa dell'inerzia meccanica del sistema rotore-carico. Se ciò accade si determinano pericolose sovratensioni nella fase iniziale del transitorio.

Infine la macchina asincrona può essere impiegata anche diversamente dal motore o dal generatore. Tali impieghi possono essere quelli dello sfasatore, del regolatore di tensione, del convertitore di frequenza. Il livello della trattazione da noi fatta esclude di prendere in considerazione tali impieghi.

Metodi di frenatura dei motori asincroni

Riassumiamo i più usati metodi di frenatura:

Frenatura meccanica. Viene applicata una coppia resistente per attrito (ovviamente dopo avere distaccato il motore dalla alimentazione). L'energia cinetica delle masse rotanti viene dissipata nel dispositivo frenante esterno al motore (che quindi non viene sollecitato termicamente). Viene usata su motori chiamati trifasi autofrenanti, impiegati per il comando di macchine operatrici e particolarmente di macchine utensili.

Frenatura controcorrente. E' già stata discussa, si osserva che appena effettuata l'inversione lo scorrimento assume un valore pari quasi a **2**, per cui negli avvolgimenti rotorici diventano molto alte sia le frequenze che le f.e.m. indotte. Per limitare l'intensità delle correnti rotoriche (e quindi di quelle statoriche) è necessario, all'atto dell'inversione, inserire delle resistenze rotoriche (se il motore è ad anelli) oppure abbassare la tensione di alimentazione. Tale tipo di frenatura risulta piuttosto energico.

Frenatura per iniezione di corrente continua. Il circuito di statore, dopo essere stato distaccato dalla linea di alimentazione trifase, viene alimentato mediante corrente continua la quale genera entro il motore un campo magnetico fisso, costante. Gli avvolgimenti rotorici, tagliando tale campo costante, diventano sede di f.e.m., e quindi di correnti, alternate che, interagendo col campo costante producono una coppia frenante. Tutta l'energia cinetica sottratta alle masse rotanti viene trasformata in calore per effetto Joule negli avvolgimenti rotorici. L'azione frenante può essere variata variando l'intensità della corrente continua iniettata, il momento frenante inizia dolcemente per poi aumentare ed annullarsi all'arresto del motore. Questo tipo di frenatura viene normalmente realizzato negli azionamenti con Inverter.

Frenatura dinamica. E' particolarmente adatta per i motori azionati tramite Inverter. Si realizza riducendo la frequenza di alimentazione (e quindi la velocità del campo rotante), dando così luogo ad uno scorrimento negativo. La macchina asincrona si trova a funzionare come generatore e, quindi, ad erogare potenza elettrica sottraendola all'energia cinetica di rotazione. Tale potenza elettrica può essere dissipata su di una resistenza di frenatura esterna al motore, collegata immediatamente a monte dell'Inverter. Se poi il raddrizzatore d'ingresso è del tipo bidirezionale, l'energia elettrica generata durante la frenatura può essere riversata in rete (e non dissipata in una resistenza) dando così luogo alla frenatura dinamica con recupero d'energia.

Frenatura per commutazione di poli. Si attua nei motori a poli commutabili quando avviene la commutazione su di una velocità inferiore. Accade che lo scorrimento diventa negativo e, quindi, la macchina si trova a funzionare come generatore così che la coppia elettromagnetica esercita un'azione frenante.

Impuntamento e vibrazioni nei MAT

Il numero delle cave rotoriche deve risultare diverso (generalmente maggiore) dal numero delle cave statoriche e, questo, per ridurre due inconvenienti:

a) il fenomeno dell'impuntamento, per il quale il rotore, nei motori con debole coppia di spunto, tende a bloccarsi alla partenza nella posizione di minima riluttanza del circuito magnetico che si verifica quando coppie di denti statorici e rotorici si trovano affacciati in corrispondenza fra loro. Infatti, il passaggio ad una posizione diversa fa aumentare la riluttanza e quindi diminuire il flusso per polo e, conseguentemente, la coppia motrice che potrebbe non essere più adeguata a vincere la coppia resistente.

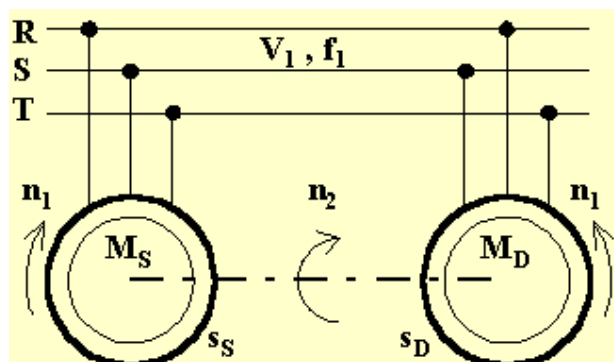
b) la rumorosità e le vibrazioni, dovute a forze radiali che nascono dall'interazione di campi rotanti di statore e rotore aventi frequenze superiori al campo principale e detti campi armonici (originati dalla non perfetta sinusoidalità della distribuzione di induzione nel traferro).

La riduzione degli inconvenienti sopra citati è ancor più accentuata se il numero di cave statoriche e rotoriche, oltre che diversi, sono anche primi tra di loro (in tal modo saranno meno numerosi i denti affacciati, per qualsiasi posizione del rotore rispetto allo statore).

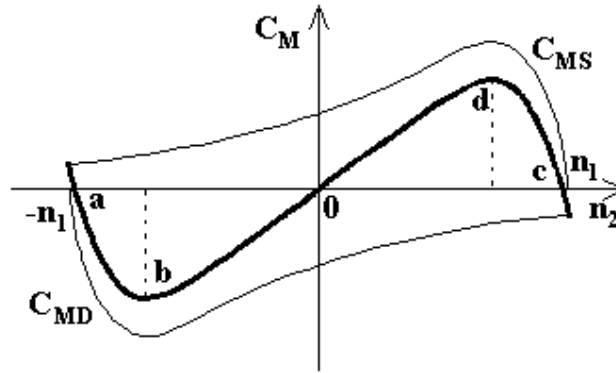
Inoltre, specie per i rotor a gabbia, un ulteriore miglioramento si ha se le cave di rotore non sono disposte parallelamente all'asse longitudinale della macchina, ma inclinate di una quantità pari al passo polare delle cave di statore.

Motore asincrono monofase

Sono motori frazionari (cioè di piccola potenza, anche inferiore al KiloWatt) ampiamente utilizzati negli elettrodomestici più diffusi in quanto funzionano alimentati da tensioni monofase. Il loro rotore è quasi sempre del tipo a gabbia, mentre lo statore presenta un avvolgimento principale monofase (che può essere multipolare) ed un avvolgimento ausiliario (necessario unicamente per l'avviamento).



Trascurando l'avvolgimento ausiliario ed immaginando presente il solo avvolgimento principale, se si alimenta il motore con una tensione alternata sinusoidale si originerà un campo magnetico alternativo e sinusoidale che, come abbiamo visto a suo tempo, può essere pensato come la composizione di due campi rotanti con versi opposti. La velocità dei due campi controrotanti sarà pari a $n_1 = 60 \cdot f_1 / p$, mentre la loro intensità sarà la metà di quella del campo alternato. Ciò permette di sostituire idealmente la macchina monofase con due motori trifasi eguali calettati sullo stesso albero e collegati ad una linea trifase di tensione concatenata pari alla tensione di alimentazione del motore monofase, con l'avvertenza di dare luogo a due campi rotanti con versi opposti.



Facciamo ruotare l'albero comune alle due macchine con una certa velocità n_2 di verso concorde col verso della velocità del campo rotante della macchina di sinistra, si avranno i seguenti due scorrimenti:

$$s_S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}, \quad s_D = \frac{n_1 - (-n_2)}{n_1}$$

tra di loro vincolati dalla ovvia relazione $(s_S + s_D) = 2$. L'andamento della coppia motrice C_M della macchina monofase sarà ovviamente dato dalla composizione dei diagrammi relativi alle coppie C_{MS} e C_{MD} delle due macchine trifasi equivalenti. Si ha la particolarità che la coppia di spunto della macchina monofase è nulla. I campi di stabilità sono ovviamente costituiti dai rami **ab** e **cd**.

Cerchiamo di determinare le correnti che circolano nel rotore della macchina monofase. Ricordando l'equivalenza istituita tra macchina monofase e due macchine trifasi, per la macchina di sinistra, indicando con s il suo scorrimento, si ha $E_{2S} = E_2(1) \cdot s$ alla frequenza $f_{2S} = f_1 \cdot s$ mentre nella macchina di destra si ha $E_{2D} = E_2(1) \cdot (2 - s)$ alla frequenza $f_{2D} = f_1 \cdot (2 - s)$ essendo $E_2(1)$ la f.e.m. indotta all'avviamento la stessa per entrambi i motori. Le correnti circolanti nel rotore delle macchine di sinistra e di destra valgono rispettivamente:

$$I_{2S} = \frac{E_2(1)}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + [X_{d2}(1)]^2}}, \quad I_{2D} = \frac{E_2(1)}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{2-s}\right)^2 + [X_{d2}(1)]^2}}$$

dove $X_{d2}(1)$ è la reattanza di dispersione all'avviamento, comune per entrambi i motori. Quando le due macchine sono ferme ($s = 1$) si ha $I_{2S} = I_{2D} = I_{2AV}$. Al variare dello scorrimento si osserva che

la I_{2D} resta praticamente costante per ogni condizione di funzionamento perché $[R_2 / (2 - s)]^2$ è, per $0 < s < 1$, trascurabile rispetto $[X_{d2}(1)]^2$, inoltre è fortemente sfasata in ritardo sulla f.e.m. ed ha, infine, una frequenza molto più alta di quella di I_{2S} . In definitiva, nel rotore della macchina monofase circola una corrente fortemente in ritardo sulla f.e.m. che richiama dalla linea esterna una corrente altrettanto in ritardo per cui il f.d.p. di un motore asincrono monofase è molto basso.

Per creare una coppia di spunto nel motore asincrono monofase e renderlo così autoavviante si ricorre all'avvolgimento ausiliario (di poche spire), collegato elettricamente in parallelo al principale (detto anche avvolgimento di marcia) e collocato nelle cave statoriche in modo tale da risultare, rispetto al principale, sfasato nello spazio di 90° . All'avvolgimento ausiliario si pone in serie un condensatore in modo tale che la corrente da esso assorbita risulti quasi in quadratura con

quella assorbita dall'avvolgimento principale. In tal modo si realizza un sistema bifase in grado di produrre un campo rotante che, se opportunamente dimensionato, può fornire una sufficiente coppia di spunto. Si può disinserire l'avvolgimento ausiliario ad avviamento avvenuto mediante l'impiego di un interruttore centrifugo.

Il basso f.d.p. proprio del motore monofase obbliga praticamente al rifasamento, che può essere fatto lasciando inserito il condensatore di avviamento, oppure utilizzando un secondo condensatore.

L'inversione di marcia all'avviamento si ha invertendo il collegamento alla rete monofase del solo avvolgimento ausiliario.