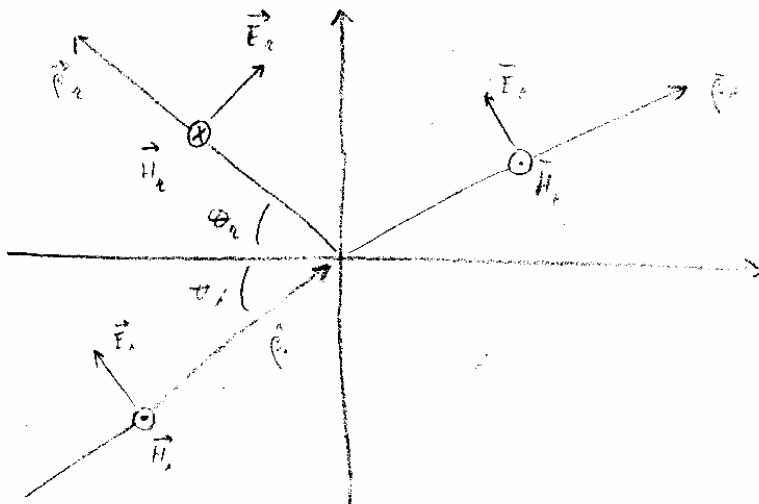


PISA, 16/03/2007

(42)

LEGGI DI FRESNELL E ANGOLO DI BREWSTER.

PER IL CASO DI INCIDENZA OBLIQUA CON POLARIZZAZIONE PARALLELA ABBIAMO DESUNTO I COEFFICIENTI DI FRESNELL:



$$\theta_i = \theta_r \quad - \quad \text{LEGGE DI RIFLESSIONE (DI SNELL)}$$

$$\beta_i \sin \theta_i = \beta_t \sin \theta_t \quad - \quad \text{LEGGE DI RIFRAZIONE}$$

DALLA LEGGE DI RIFRAZIONE SI OTTIENE:

$$\sin \theta_t = \frac{\beta_i}{\beta_t} \sin \theta_i = \sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i$$

NELL'IPOTESI $\mu_1 \approx \mu_2$ (VERA PER QUASI TUTTI I DIELETTICI)

$$\Rightarrow \sin \theta_t \approx \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \sin \theta_i$$

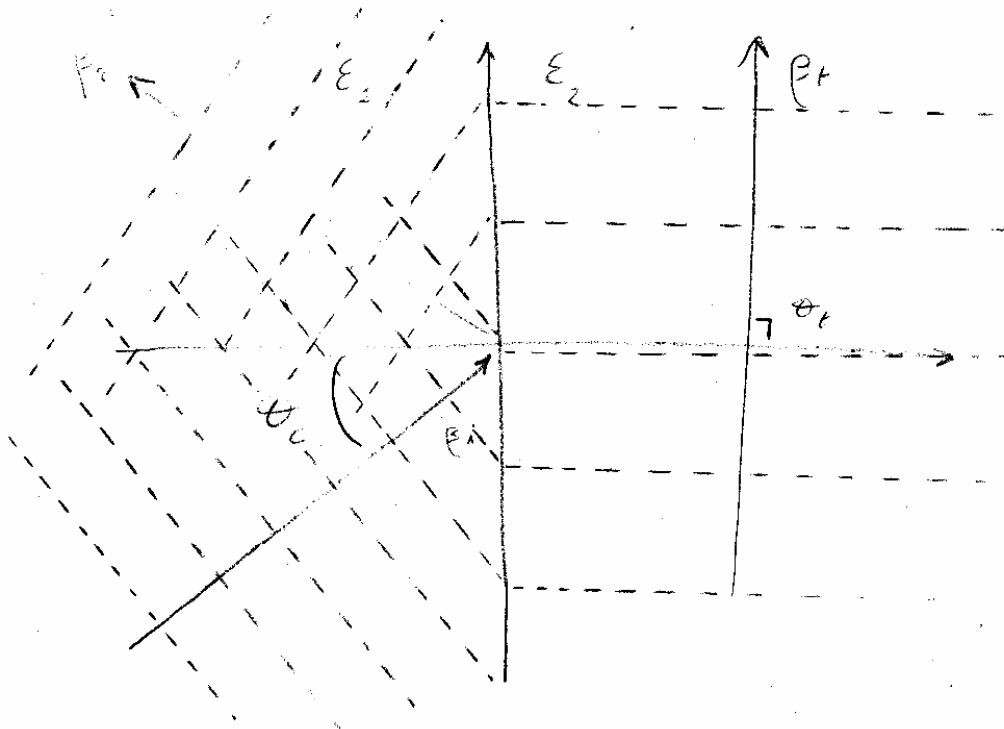
OTTENIAMO UNA CONDIZIONE LIMITE PER $\theta_t \rightarrow \frac{\pi}{2}$

(43)

$$\sin \theta_i = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \quad \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

L'ANGOLO DI INCIDENZA PUÒ, PERTANTO, ASSUMERE UN VALORE CRITICO PER IL QUALE:

$$\theta_i = \theta_c \Rightarrow \theta_t = \frac{\pi}{2}$$



L'ESISTENZA DELL'ANGOLO CRITICO È OVVIAMENTE LEGATA AL FATTO CHE IL MEZZO 1 SIA PIÙ DENSO DEL MEZZO 2

LE VELOCITÀ DI FASE NEI DUE MEZZI, PER RAGIONI DI CONTINUITÀ, DEVONO ESSERE UGUALI;

$$v_{f1} = \frac{1}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}} \quad , \quad v_{f2} = \frac{1}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}}$$

LA PROIEZIONE DELLA VELOCITA' DI PROPAGAZIONE SULL'ASSE
 $\bar{z}$ E' PARI A:

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} \sin^2 \theta_i}$$

$$\theta_i = \theta_c \Rightarrow \cos \theta_t = 0 \Rightarrow \frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} \sin^2 \theta_c = 1$$

SE L'ANGOLO DI INCIDENZA E' MAGGIORE DELL'ANGOLO
CRITICO SI OTTIENE:

$$\theta_i > \theta_c \Rightarrow \sin^2 \theta_t > 1$$

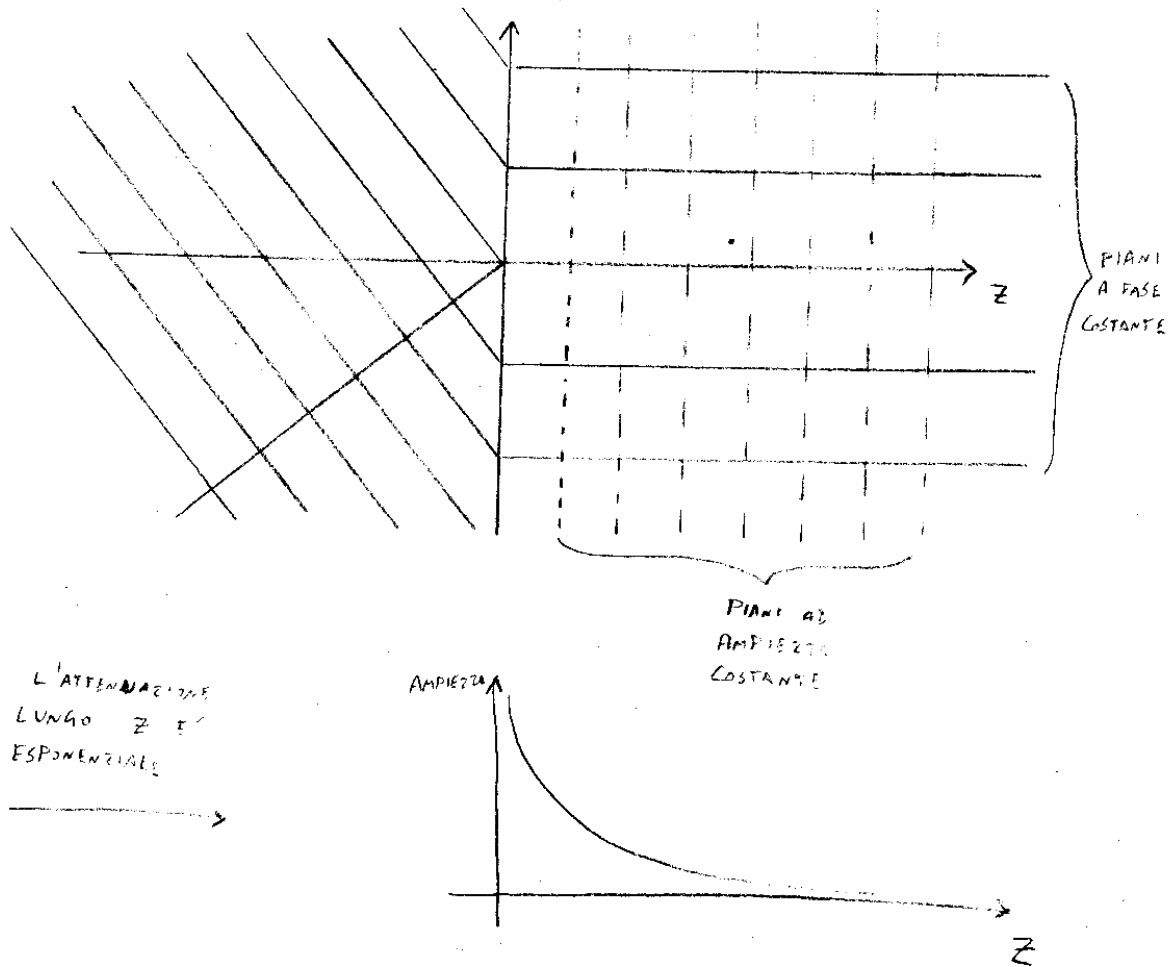
TALE DISUGUAGLIANZA E' VERIFICATA SOLO SE θ_t E'
UN ANGOLO COMPLESSO:

$$\theta_t = \theta_R + j \theta_X$$

AL CRESCERE DI θ_i SI TENDE AL MODO
TEM, NEL MEZZO 2, RISPETTO ALLA DIREZIONE X.
PER LA CONTINUITA' DELLA FASE CONCLUDIAMO CHE
L'ONDA NEL MEZZO DUE SUBISCE UN RALLENTAMENTO.
L'ESISTENZA DI UN ANGOLO COMPLESSO DETERMINA

UN'ATTENUAZIONE LUNGO L'ASSE Z

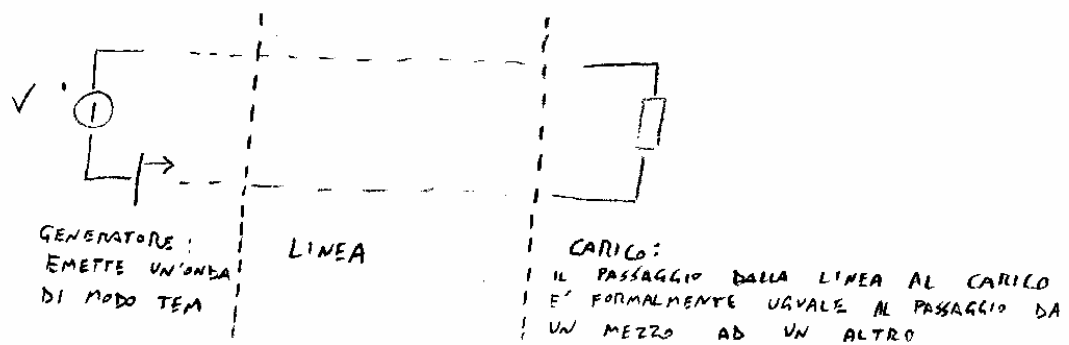
(45)



APPLICAZIONE PRATICA DELL'ADATTAMENTO DI SUPERFICI

ADATTARE DUE SUPERFICI ALLO SCOPO DI NON AVERE RIFLESSIONI
HA DELLE APPLICAZIONI IMPORTANTI NELL'AMBITO DELLE MISURE.

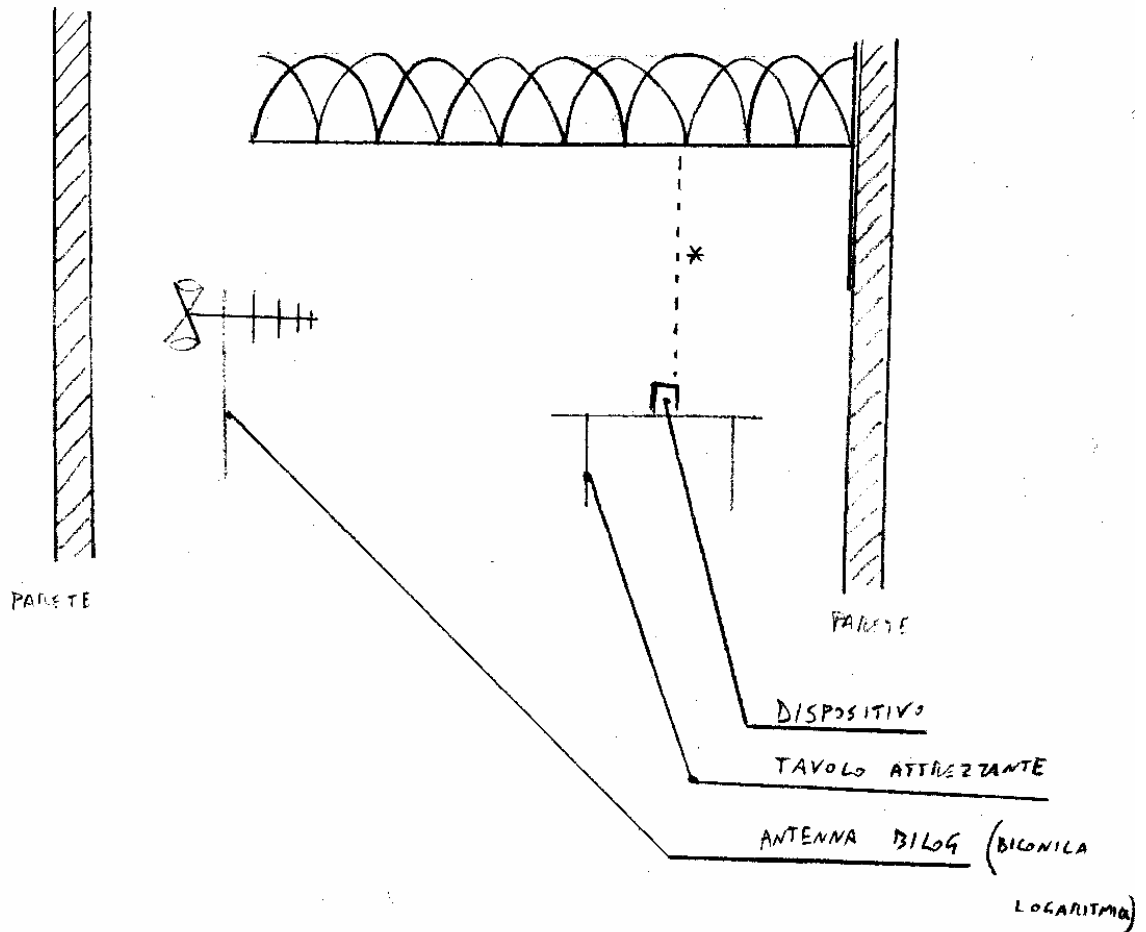
SUPPONIAMO, AD ESEMPIO, DI VOLER MISURARE UNA
CORRENTE:



(46)

DA QUESTO PUNTO DI VISTA, LA MISURA DI UNA
CORRENTE E' AFFETTA DA UN ERRORE. CIO' IN QUANTO
IL PASSAGGIO DALLA LINEA AL CARICO COMPORTA L'ESISTENZA
DI UN'ONDA RIFLESSA $\Rightarrow$ SI PONE IL PROBLEMA
DELL'ADATTAMENTO PER MEZZO DI UN TRASFORMATORE
A $\frac{\lambda}{4}$, NEL CASO DI MEZZI DIVERSI.

PARIMENTI, VOLENDO MISURARE LA SUGGETTIVITA' DI UN
DISPOSITIVO, ENTRO UNA CAMERA SCHERMATA, SI PONE IL
PROBLEMA DELL'ADATTAMENTO DI MEZZI

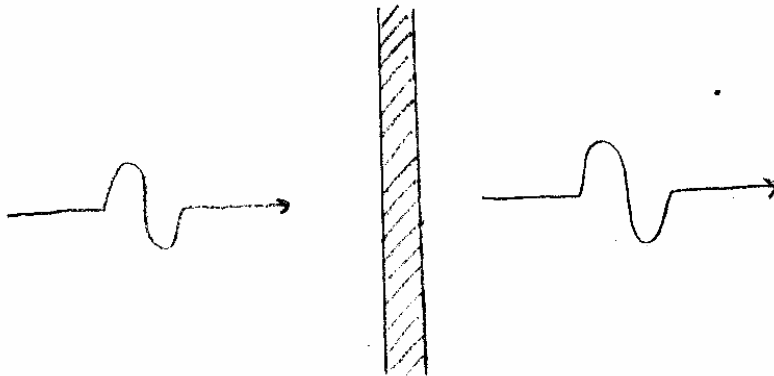


* SE IL DISPOSITIVO SI TROVA IN UN MODO A COMPOSIZIONE
DISTRUTTIVA DEI CAMPI (INCIDENTE E RIFLESSO) LA MISURA
E' AFFETTA DA ERRORE $\Rightarrow$ SI PONE IL PROBLEMA DELL'ADATTAMENTO.

ANALISI DEGLI SCHERMI:

(47)

CONSIDERIAMO UN'ONDA PIANA CHE INCIDE
PERPENDICOLARMENTE AD UNO SCHERMO



DEFINIAMO EFFICIENZA DI SCHERMATURA IL
RAPPORTO TRA IL CAMPO TRASMESSO IN
PRESENZA DELLO SCHERMO E IL CAMPO TRASMESSO
IN ASSENZA DI SCHERMO.

$$SE = \frac{\text{CAMPO IN ASSENZA DI SCHERMO}}{\text{CAMPO IN PRESENZA DI SCHERMO}}$$

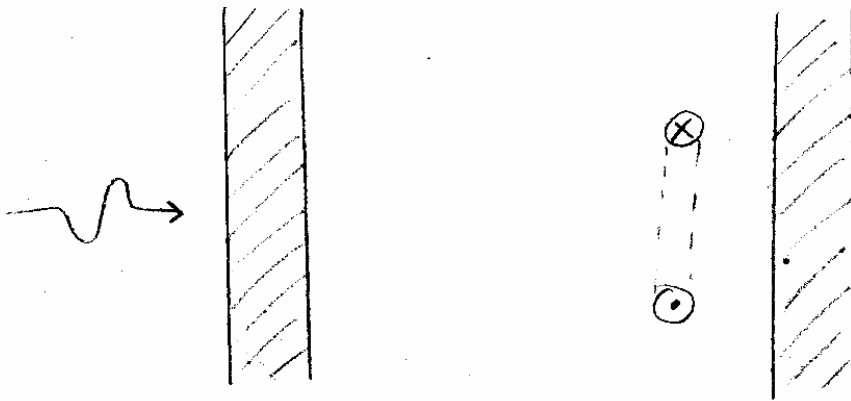
TIPICAMENTE QUESTO PARAMETRO È ESPRESSO IN DB:

$$SE = 20 \log \left| \frac{E_{W0}}{E_W} \right|$$

UN OTTIMO SCHERMO HA UN'EFFICIENZA DI ~ 120 DB.

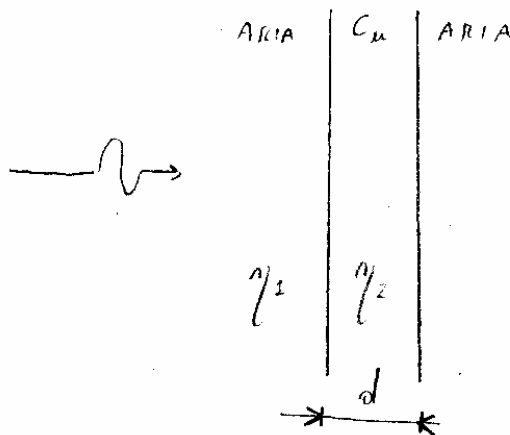
ESISTE, A TAL FINE, UNA DIFFERENZA TRA SCHERMARE
UN CAMPO ASSOCIATO AD UN'ONDA E UN CAMPO
ASSOCIATO AD UNA SPIRA PERCORSO DA CORRENTE;

47 BIS



A TAL PROPOSITO SI DISTINGUE, INFATTI, TRA
"CAMPO LONTANO" E "CAMPO VICINO".

SUPPONIAMO DI AVERE UNO SCHERMO INFINITO, DI RAME,
E SPESSORE d



$$\rho_{1,2} = \frac{\eta_{cu} - \eta_a}{\eta_{cu} + \eta_a} ; \quad \tau_{1,2} = \frac{2\eta_{cu}}{\eta_{cu} + \eta_a}$$

$$\rho_{2,1} = \frac{\eta_a - \eta_{cu}}{\eta_a + \eta_{cu}} ; \quad \tau_{2,1} = \frac{2\eta_a}{\eta_{cu} + \eta_a}$$

$$\begin{aligned} d &\gg \delta \\ \alpha = \beta &= \frac{1}{\delta} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} \end{aligned}$$

47 TER

$$E^r = 2 \eta_{cu} \cdot 2 \eta_A \cdot \frac{1}{(\eta_A + \eta_{cu})^2}$$

$$\left(\frac{E_{w0}}{E_w} \right)_{\text{RIFLESSIONE}} = \frac{(\eta_A + \eta_{cu})^2}{4 \eta_A \eta_{cu}}$$

$$SE = 20 \log \left| \frac{E_{w0}}{E_w} \right|$$

SI PUO' PURE PARLARE DI PERDITE PER RIFLESSIONE

$$R_{dB} = 20 \log \left| \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{4 \eta_1 \eta_2} \right|$$

NOTO CHE $\eta_A \gg \eta_{cu}$

$$\frac{E_{w0}}{E_w} \approx \frac{\eta_A}{4 \eta_{cu}}$$

DOVE $\eta_{cu} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} e^{j \frac{\pi}{4}}$

$\Rightarrow$ LE PERDITE PER RIFLESSIONE DIMINUISCONO ALL'AUMENTARE DELLA FREQUENZA

Esercizio:

(48)

È data un'onda luminosa che, propagandosi nell'aria, incide sulla superficie di un lago (per ipotesi nell'acqua del lago non è disciolto alcun sale).
Si calcolino l'angolo di Brewster e l'angolo critico:

Dati:

Aria: $E_2 = 1$

Acqua: $E_2 = 81$

Incongnite:

$$\theta_{B \text{ aria-acqua}} = \arctan\left(\sqrt{\frac{E_2}{E_1 + E_2}}\right)$$

$$\theta_{B \text{ acqua-aria}} =$$

$$\theta_c = \arcsin\left(\sqrt{\frac{E_2}{E_1}}\right)$$

Per il passaggio dall'aria all'acqua si ottiene un angolo di Brewster pari a: $\theta_{B \text{ aria-acqua}} \approx 83^\circ$

Per il passaggio acqua-aria: $\theta_{B \text{ acqua-aria}} \approx 7^\circ$

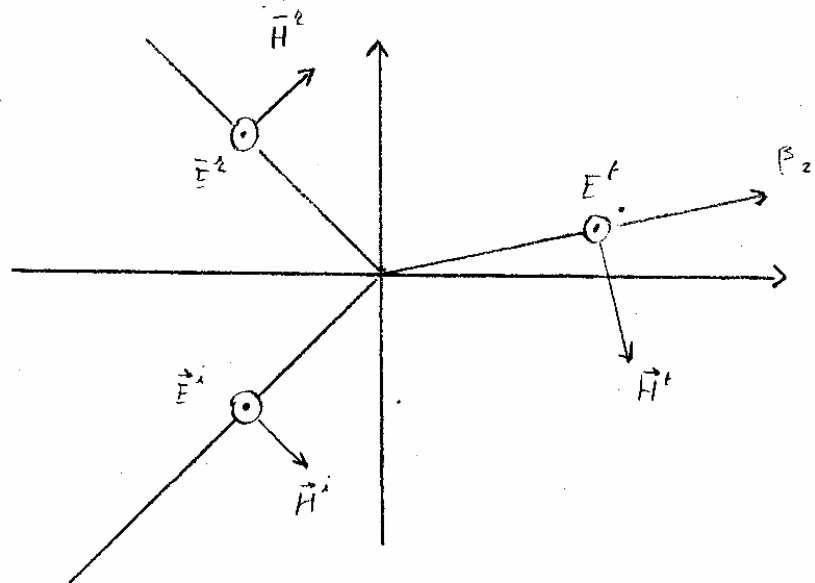
Da cui $83 + 7 = 90$ si ricava una sedicente proprietà dell'angolo di Brewster.

L'angolo critico (calcolabile solo per il passaggio dall'acqua all'aria) è pari a: $\theta_c \approx 6,5^\circ$

Da cui $7 \approx 6,5$ notiamo una proprietà tipica della superficie di separazione acqua-aria, se il nostro scopo è quello di trasmettere un segnale attraverso tale superficie, basta che l'acqua ondeggi un minimo per mandarci in crisi.

INCIDENZA OBLIQUA CON POLARIZZAZIONE ORTOGONALE

49



ALCUNI DEI RISULTATI GIÀ NOTI PER LA POLARIZZAZIONE PARALLELA CONSERVANO LA LORO VALIDITÀ:

$$\theta_i = \theta_r$$

$$\theta_t = \theta_2 + j \theta_x$$

$$\beta_1 \sin \theta_i = \beta_2 \sin \theta_t$$

ESPRIMIAMO IN FORMA ANALITICA I CAMPI ASSOCIATI ALLE ONDE:

$$\begin{cases} \vec{E}^i = \vec{a}_y E_0 e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \\ \vec{H}^i = \frac{E_0}{\eta_1} \cdot (-\vec{a}_x \cos \theta_i + \vec{a}_z \sin \theta_i) e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}^r = \vec{a}_y \rho_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \\ \vec{H}^r = \rho_{\perp} \frac{E_0}{\eta_1} \cdot (\vec{a}_x \cos \theta_i + \vec{a}_z \sin \theta_i) e^{-j\beta_1(x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \end{cases}$$

$$\vec{E}^t = \vec{a}_y \tau_{\perp} E_0 e^{-j\beta_2 (x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad (50)$$

$$\vec{H}^t = \frac{\tilde{v}_{\perp} E_0}{\eta_2} \cdot \left(-\vec{a}_x \cos \theta_t + \vec{a}_z \sin \theta_t \right) e^{-j\beta_2 (x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$$

ANGOLO CRITICO E ANGOLO DI BREWSTER IN POLARIZZAZIONE ORTOGONALE.

PONENDO $\vec{E}^t = \vec{E}^i + \vec{E}^r$, PER $z=0$ SI OTTIENE

$$z=0 \Rightarrow 1 + \rho_{\perp} = \tau_{\perp}$$

PARIMENTI PER IL CAMPO MAGNETICO:

$$\frac{1}{\eta_1} (-\cos \theta_i) + \rho_{\perp} \cdot \frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i = \frac{\tau_{\perp}}{\eta_2} (-\cos \theta_t)$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \theta_i}{\eta_1} (\rho_{\perp} - 1) = -\frac{\cos \theta_t}{\eta_2} \tau_{\perp}$$

$$\tau_{\perp} = 1 + \rho_{\perp} \Rightarrow \eta_1 \cos \theta_t (1 + \rho_{\perp}) + \eta_2 \cos \theta_i (\rho_{\perp} - 1) = 0$$

RACCOLGENDO $\rho_{\perp}$ SI OTTIENE:

$$\rho_{\perp} (\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t) = \eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t$$

RICAVANDO, INFINE, I COEFFICIENTI DI FRESNEL PER LA POLARIZZAZIONE ORTOGONALE:

$$\rho_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

RICORDIAMO CHE I COEFFICIENTI DI FRESNELL PER LA POLARIZZAZIONE PARALLELA SONO:

(51)

$$r_{//} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$$

$$t_{//} = \frac{2 \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$$

SI RICORDA CHE TALI COEFFICIENTI SONO VALIDI PER I MATERIALI DIELETTRICI.

OPERANDO LA RAGIONEVOLE APPROSSIMAZIONE $\mu_2 \approx \mu_1$,
CALCOLIAMO GLI ANGOLI DI BREWSTER E CRITICO,
NON PRIMA, OVVIAMENTE, DI AVERNE VERIFICATO
L'ESISTENZA:

$$\sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \cos \theta_i - \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \cos \theta_t = 0$$

ELEVANDO AL QUADRATO E SFRUTTANDO NOZIONI DI TRIGONOMETRIA:

$$\frac{\mu_2}{\epsilon_2} (1 - \sin^2 \theta_i) - \frac{\mu_1}{\epsilon_1} (1 - \sin^2 \theta_t) = 0$$

ESSENDO: $\sin \theta_t = \sqrt{\frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i$

$$\Rightarrow \frac{\mu_2}{\epsilon_2} (1 - \sin^2 \theta_i) - \frac{\mu_1}{\epsilon_1} \left(1 - \frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} \sin^2 \theta_i\right) = 0$$

$$\sin^2 \theta_i \cdot \left(\frac{\mu_2}{\epsilon_2} - \frac{\mu_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right) = \frac{\mu_2}{\epsilon_2} - \frac{\mu_1}{\epsilon_1}$$

52

$$\sin^2 \theta_i \cdot \frac{\mu_1}{\epsilon_2} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu_2} \right) = \frac{\mu_1}{\epsilon_2} \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \right)$$

$$\Rightarrow \sin \theta_i = \sqrt{\frac{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}{\frac{\mu_2}{\mu_1} - \frac{\mu_1}{\mu_2}}}$$

$$\mu_2 \approx \mu_1 \Rightarrow \nexists \theta_b : \rho_{\perp} = 0$$

NON ESISTE, PERTANTO, L'ANGOLO DI BREWSTER PER LA POLARIZZAZIONE ORTOGONALE.

PER L'ANGOLO CRITICO SI VERIFICA CHE:

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c} = \sqrt{1 - \frac{\mu_1 \epsilon_1}{\mu_2 \epsilon_2} \sin^2 \theta_i}$$

$$\mu_1 = \mu_2 \Rightarrow \sin(\theta_c) = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

$\Rightarrow$ L'ESPRESSIONE DELL'ANGOLO CRITICO RESTA INVARIATA.

ESPLICITIAMO L'ESPRESSIONE DEL CAMPO ELETTRICO TRASMESSO IN POLARIZZAZIONE ORTOGONALE:

$$\vec{E}_t = \vec{a}_y \tau_{\perp} E_0 e^{-j\beta z (x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$$

PER ANGOLI DI INCIDENZA MAGGIORI DELL'ANGOLO CRITICO, OVVERO PER $\theta_t = \theta_R + j\theta_X$:

53

$$\sin \theta_t = \sin (\theta_R + j \theta_x) =$$

$$= \sin \theta_R \cdot \cosh \theta_x + j \cos \theta_R \sinh \theta_x$$

ANALOGAMENTE :

$$\cos \theta_t = \cos (\theta_R + j \theta_x) =$$

$$= \cos \theta_R \cosh \theta_x - j \sin \theta_R \sinh \theta_x$$

DOVE $\theta_R = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ L'ONDA SI PROPAGA VERTICALMENTE

$$\Rightarrow \vec{E}_L^+ = \vec{a}_y \tau_1 E_a e^{-j \beta_2 (x \cosh \theta_x) - j z \sinh \theta_x}$$

L'ONDA
RALLENTA

L'ONDA SI
ATTENUA LUNGO
L'ASSE Z