

LEZIONE DEL 23/03/2007

(69)

DIFFUSIONE

QUESTO FENOMENO HA STORICAMENTE ASSUNTO IL SUO NOME DALLA STRETTA ANALOGIA CON LA DIFFUSIONE TERMICA STUDIATA DA FOURIER. L'APPROCCIO DI STUDIO, COME SEMPRE, PARTE DALLE EQUAZIONI DI MAXWELL. L'IPOTESI DI STUDIO E' UN CONDUTTORE IMMERSO IN UN MEZZO LINEARE.

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \\ \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{B} = \mu \nabla \cdot \vec{H} = 0 \end{cases}$$

DA QUESTE EQUAZIONI SI TROVA CHE:

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \vec{H} &= \sigma \nabla \times \vec{E} = -\sigma \mu \frac{d\vec{H}}{dt} \\ \Rightarrow \nabla (\nabla \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} &= -\sigma \mu \frac{d\vec{H}}{dt} \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\nabla^2 \vec{H} = \sigma \mu \frac{d\vec{H}}{dt}}$$

DETTA "EQUAZIONE DI DIFFUSIONE".

PER UN CONDUTTORE RETTILINEO È POSSIBILE RISCRIVERE QUESTA EQUAZIONE IN FORMA SCALARE:

70

$$\vec{H} = \vec{a}_y H$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t}}$$

IN REGIME SINUSOIDALE È POSSIBILE ADOTTARE LA NOTAZIONE FASORIALE, PER CUI:

$$\nabla^2 \vec{H} = j \omega \sigma \mu \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j \omega \epsilon \vec{E} = j \omega \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right) \vec{E}$$

IN QUEST'ULTIMA FORMA SI INTRODUCE UN NUOVO PARAMETRO DETTO PERMITTIVITÀ COMPLESSA:

$$\nabla \times \vec{H} = j \omega \bar{\epsilon} \vec{E}$$

DOVE

$$\bar{\epsilon} = \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right)$$

DALLA PRIMA DELLE EQUAZIONI DI MAXWELL, CITATA NELLA PAGINA PRECEDENTE, CON NOTAZIONE VETTORIALE:

$$\nabla \times \vec{E} = -j \omega \mu \vec{H}$$

71

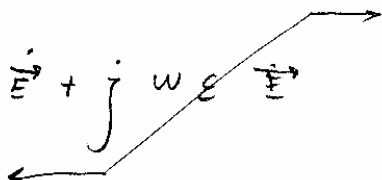
METTENDO A SISTEMA:

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \vec{H} &= j \omega \vec{E} \cdot (-j \omega \mu) \vec{H} = \\ &= -\nabla^2 \vec{H} \\ \Rightarrow \nabla^2 \vec{H} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{H} &= 0\end{aligned}$$

DOVE

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

NEL CASO IN CUI IL MEZZO DI PROPAGAZIONE
SIA UN BUON CONDUTTORE E' POSSIBILE TRASCURARE
LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO:

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1 \Rightarrow \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + j \omega \epsilon \vec{E}$$


QUELLA CHE SI OTTIENE E' UN'EQUAZIONE DIFFE-
RENZIALE RISOLVIBILE SOLTANTO PER VIA NUMERICA,
SOLTANTO PER GEOMETRIE SEMPLICI ESISTONO
SOLUZIONI ANALITICHE, AD ES. I METODI DI
WESSER.

SI RIPORTA DI SEGUITO UN ESEMPIO DI
GEOMETRIA SEMPLICE:

ESEMPIO :

72

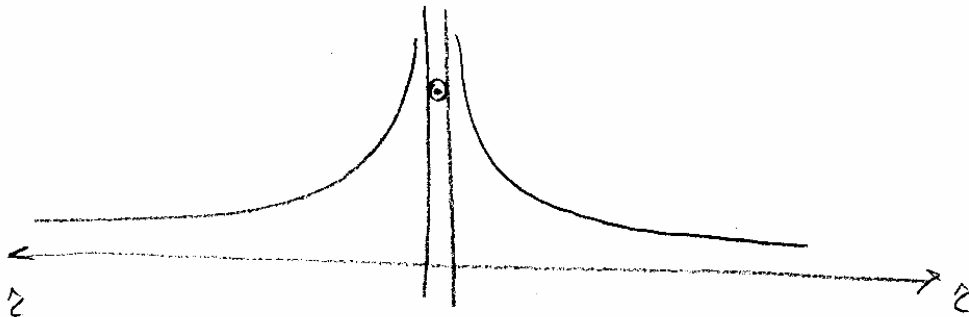
E' DATO UN CONDUTTORE FILIFORME RETTILINEO
PERCORSO DA CORRENTE :



TIPICAMENTE CI ASPETTIAMO UNA DISTRIBUZIONE DI
CAMPO MAGNETICO TANGENZIALE DEL TIPO :

$$\vec{B} = \frac{i}{2\pi r} \vec{e}$$

TALE AFFERMAZIONE E' TUTTAVIA VERA SOLTANTO
NELL'IPOTESI IN CUI NON VI SIANO CORRENTI
DI SPOSTAMENTO.



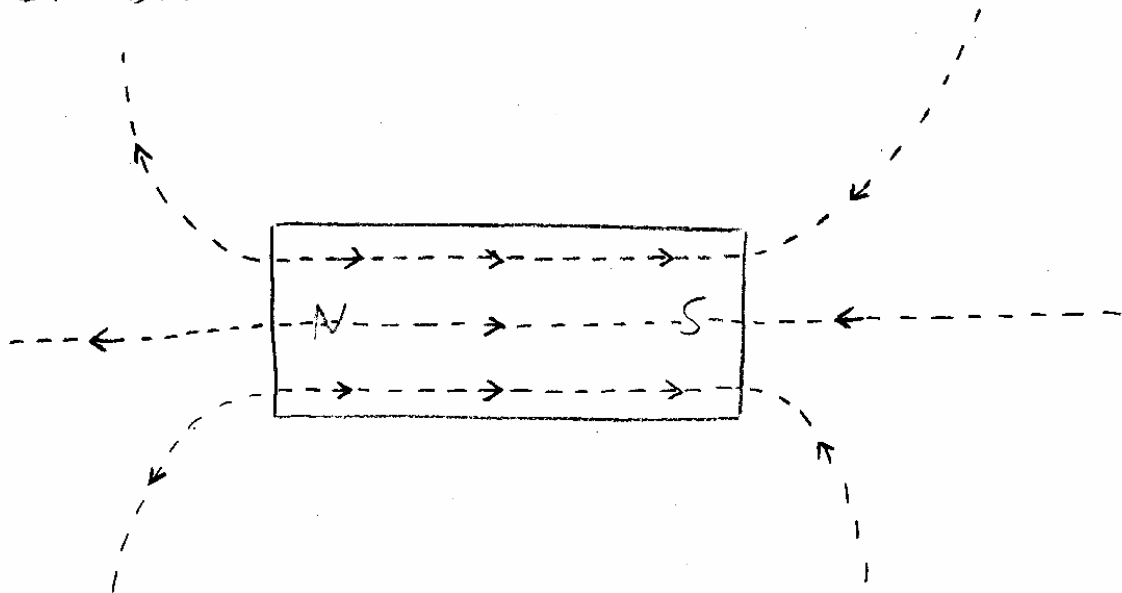
IN QUESTO CASO TROVIAMO SOLUZIONI CHIUSE
PER RISOLVERE QUESTA CONFIGURAZIONE SEMPLICE,
DISCOSTANDOCI DALLA QUALE OCCORRE MUNIRSI
DI STRUMENTI PIU' SOFISTICATI.

DI SEGUITO SONO RIPORTATI ALCUNI ESERCIZI
DI ELETTROMAGNETISMO.

73

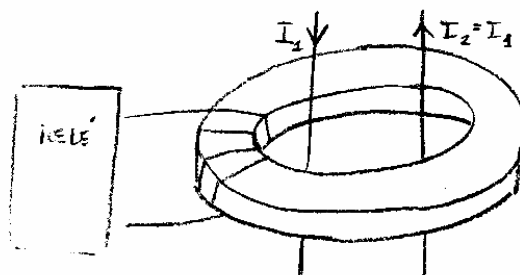
ESERCIZI:

- (A) DATO UN MAGNETE PERMANENTE, DETERMINARNE L'ANDAMENTO DELLE LINEE DI CAMPO E DEL VETTORE MOMENTO DI BIPOLIO MAGNETICO



RAZIONANDO SULLA CONSERVAZIONE DELLA COMPONENTE TANGENZIALE DEI CAMPI SI PERVIENE ALLA DISTRIBUZIONE DI FIGURA, IN CUI $\vec{H}$ HA VERSO OPPOSTO DENTRO IL MATERIALE.

- (B) DATO UN RELE' DIFFERENZIALE COME SCHEMATIZZATO IN FIGURA DIRE SE PUO' INTERVENIRE ANCHE IN ASSENZA DI DISPERSIONI

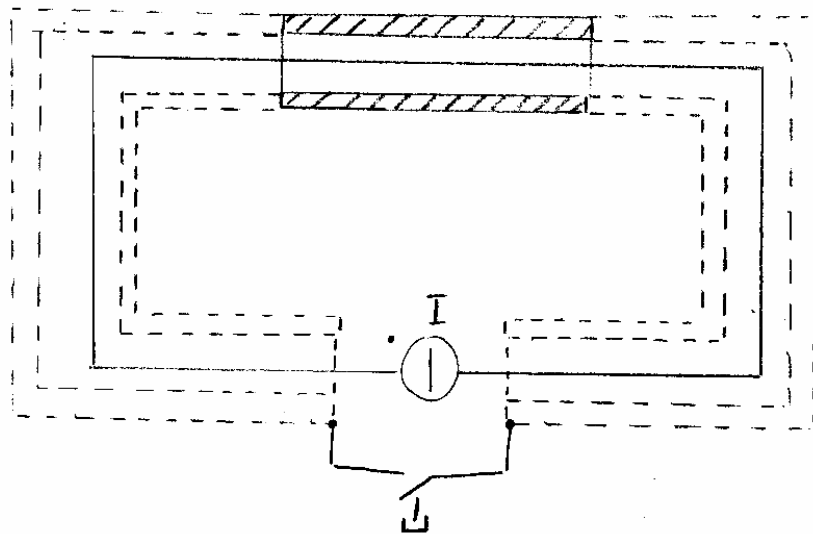


LA RISPOSTA È SÌ. IL RELE' DIFFERENZIALE,
INFATTI, È COSTRUITO SUL PRINCIPIO DELLA
LEGGE DI AMPERE:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i$$

ESSA HA, OVVIAMENTE, VALIDITÀ GLOBALE E NON
È PERTANTO DETTO CHE $\sum i = 0 \Rightarrow \vec{H} = 0$ PUNTUALMENTE.

③ È DATO UN CONDUTTORE SCHERMATO DA UN
TUBO METALLICO. DIRE SE DETTO TUBO È IN
GRADO O MENO DI SCHERMARE I CAMPI
PRODOTTI DAL CONDUTTORE.



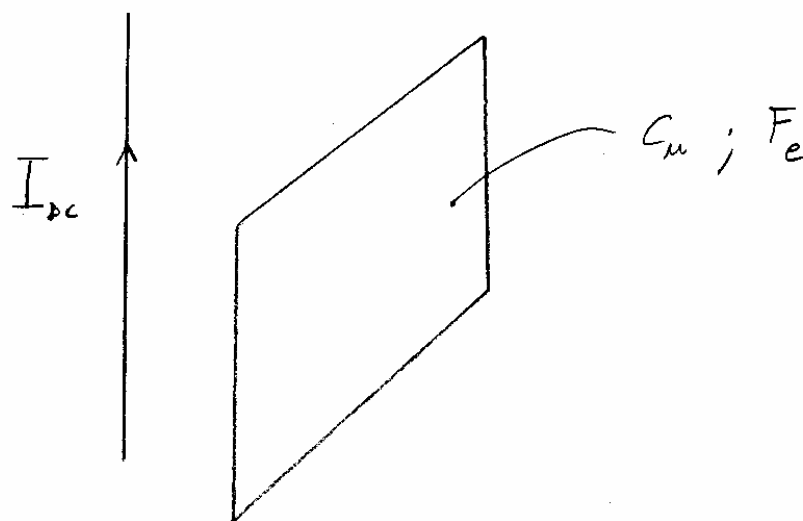
SONO PREVISTE DUE POSSIBILI CONFIGURAZIONI: UNA CON TASTO
APERTO E UNA CON TASTO CHIUSO, PER CONFERIRE O
MENO CONTINUITÀ ELETTRICA ALLO SCHERMO.

IN CORRENTE ALTERNATA IL CAMPO MAGNETICO È SCHERMATO
SOLO SE IL TASTO È CHIUSO E CIO' IN QUANTO

(75)

SOLO QUESTA CONDIZIONE CONSENTE LA RICHIUSURA DI
UNA CORRENTE INDOTTA NELLO SCHERMO TALE DA
ANNULLARE IL CAMPO GENERATO DAL CONDUTTORE.
IN CASO DI TASTO APERTO LE CORRENTI INDOTTE
NELLO SCHERMO SI RICHIUDONO NEL PROFILO DELLO SCHERMO
STESSO SENZA AVERE UN CONTRIBUTO COMPLESSIVO SCHERMANTE.
VI E' INOLTRE DIFFERENZA IN BASE AL MATERIALE CON
CUI LO SCHERMO E' COSTRUITO. SE, INFATTI,
SI TRATTA DI UNO SCHERMO DI RAME, IL
SOLO EFFETTO SCHERMANTE UTILE E' DOVUTO ALLE
CORRENTI DI REAZIONE. NEL CASO DI SCHERMO
DI FERRO, ALLE CORRENTI INDOTTE SI SOMMA
UN EFFETTO DI SHUNT MAGNETICO (LE LINEE DI
FORZA SI ADDENSANO, OVVIAMENTE, NELLO SCHERMO).

(D) E' DATO UN CONDUTTORE E UNA LAMINA
METALLICA DISPOSTI COME IN FIGURA. DIRE
SE LA LAMINA SCHERMA O MENO.



CAMPO LONTANO E CAMPO VICINO

(76)

TALE DISTINZIONE, DA UN PUNTO DI VISTA
QUANTITATIVO È BASATA SUL RAPPORTO TRA
LE DIMENSIONI FISICHE DEL CASO IN ESAME
E LE LUNGHEZZE D'ONDA.

DA UN PUNTO DI VISTA OPERATIVO SI PARLA
DI CAMPO VICINO QUANDO SORGENTE E
RICEVENTE RISULTANO MAGNETICAMENTE ACCOPPIATE.
NEL CASO DI CAMPO LONTANO NON VI È
MUTUO ACCOPPIAMENTO E LA SORGENTE NON
È INFLUENZATA DA RICEVENTI.