

Fisica osserva e interpreta i fenomeni naturali
effettiva misura da una legge

21/02/06 (3 ore)

FISICA

- OSSERVAZIONE (misure)
- INTERPRETAZIONE (matematica)

stabilire UNITÀ DI MISURA
Sistema Internazionale (S.I.)

Suddividere le grandezze in due famiglie:

1. Grandezze FONDAMENTALI → grandezze di base

{	lunghezza	MECCANICA
	massa	
	tempo	
	→ corrente elettrica	
	→ intensità luminosa	

2. Grandezze DERIVATE → possono essere ottenute combinando le unità di misura delle grandezze fondamentali

I) massa

Unità di misura della massa: Kg_{man}
cilindro di $\varnothing$ 39 mm e h 39 mm fatto di una lega di Pt e Ir^{isidro}

II) TEMPO

Unità di misura: s

Tempo che passa per 1 atomo di ¹³³Ce¹³³ compie
9192631770 vibrazioni (misurate con orologi atomici)

Definizione molto precisa

III) LUNGHEZZA

Unità di misura: m

Spazio che percorre la luce in $\frac{1}{299\,792\,458}$ s

Le equaz. fisiche devono eguagliare delle stesse grandezze fisiche

Dimensione fisica : esponente numerico in cui compare una grandezza fondamentale nell'espressione di una qualunque ^{forma} grandezza derivata

grandezze	Espressione dimensionale	DIM
Lunghezza	$[L]^1$	1
Massa	$[M]^1$	1
Tempo	$[T]^1$	1
Volume	$[L]^3$	3
Velocità	$[L]^1 [T]^{-1}$	$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ \text{coefficiente } L & \uparrow & \uparrow \\ & M & T \end{matrix}$ $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ & 1 & -1 \end{matrix}$

Grandezza adimensionale : $\rightarrow$ grandezza priva di dimensioni fisiche
angolo (se misurato in radianti)

Radiano $[L]^1 [L]^{-1}$ $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

$$[A] = [B]$$

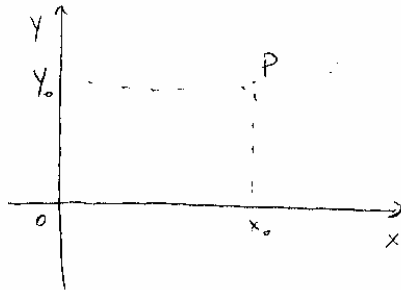
$$v = h^2 \cdot \text{spazio} \cdot [L]^1 [T]^{-1} \cdot [L]^2$$

Sostituire i numeri alla fine

Sistemi di coordinate:

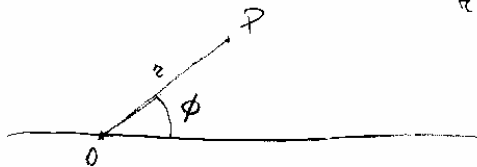
serve a posiz. un punto su una retta in un piano o nello spazio.

• Cartesiano



$$P \equiv (x_0, y_0)$$

• Polari



$$r = \overline{OP}$$

ϕ = angolo polare

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases}$$

Vettori: permettono di scrivere equaz. indipendentemente dalla scelta del sistema di ~~co~~ coordinate.

1) Grandezze scalari $\rightarrow$ es. massa temperatura $\rightarrow$ che può essere definita assegnando solo un valore ^{caratterizzante}

2) Grandezze vettoriali $\rightarrow$ per essere definite ha bisogno di più cose:
es. velocità

- direzione (retta su cui giace il vettore)
- verso (testa della freccia)
- modulo (lunghezza del vettore)
(intensità)

vevore
SPOSTAMENTO

$\vec{P_1 P_2}$

Grandezze vettoriali



direzione : retta che congiunge $P_1 P_2$

verso : da P_1 a P_2

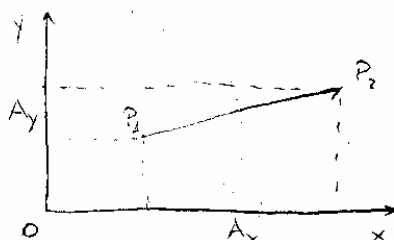
modulo : distanza = $|\vec{P_1 P_2}|$ ← è uno scalare

spostamento → vettore
distanza → scalare

↳ spostamento $\neq$ percorso effettuato

Il vettore non dipende dal sistema di coordinate, le componenti si

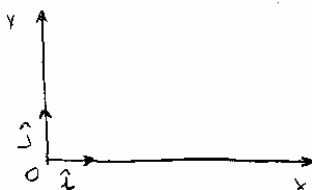
Componenti vettoriali



$$\vec{P_1 P_2} = \vec{A} = (A_x, A_y)$$

componenti di A
rispetto al sistema
scelto

Versore : vettore di modulo 1



$\hat{i}$ → indica qual è la direzione e il verso
positivo dell'asse delle ascisse

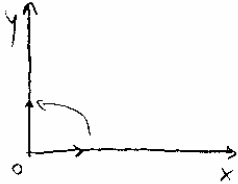
$\hat{j}$ → indica la

delle ordinate

nello spazio abbiamo un terzo versore $\hat{k}$ con direzione $\perp$ al
piano individuato da $\hat{i}$ e $\hat{j}$, il verso è determinato con
le regole della mano destra.

se $\hat{i}$ e $\hat{j}$ sono $\perp \Rightarrow$ assi cartesiani

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = 1$$



$$\vec{P_1 P_2} = \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

Regola della mano destra: si ruota $\hat{i}$ per farlo coincidere con $\hat{j}$

⊙ $\hat{k}$ verso uscente (verso gli noi)

⊗ $\hat{k}$ verso entrante

MECCANICA: parte della fisica che si occupa del moto dei corpi

1. cinematica $\rightarrow$ descrive il moto dei corpi senza identificare le cause che lo generano
2. dinamica $\rightarrow$ ~~descrive~~ identifica le cause del moto (forze)
- (3. statica) $\rightarrow$ descrive le condiz. di quiete di un corpo

Scopo: scoprire la legge oraria (se il corpo è un punto materiale)

Punto materiale $\rightarrow$ (astrazione geometrica) oggetto privo di dimensioni, volume, forma, con le masse concentrate in un punto matematico

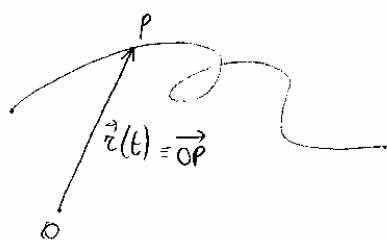
[Non esiste un oggetto che di per sé è un punto materiale]

Non esiste il concetto di grande o piccolo assoluto.

Traiettoria $\rightarrow$ l'insieme dei punti attraversati dal punto materiale durante il suo movimento

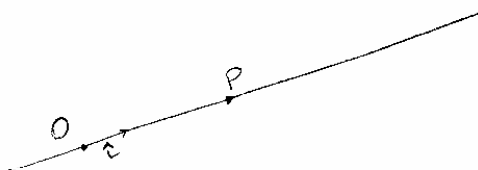
non dà indicaz. sull'istante temporale e la posiz.

Legge oraria $\rightarrow$ legge che assegna ad un istante t la posizione del punto materiale



la legge oraria:
dato uno scalare disegna un vettore

MOTO UNIDIMENSIONALE : moto la cui traiettoria è una retta (o giace su una retta)



Per convenienza si sceglie

$O \in \text{retta}$

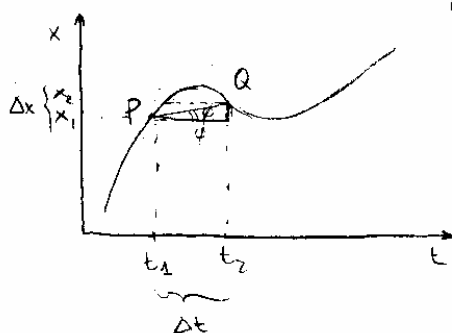
prendo un vettore che giace sulla retta

$$\vec{OP} = \vec{r}(t) = x(t) \hat{i}$$

la legge oraria consiste nell'indicare la componente rispetto al vettore $\hat{i}$

scoprire $x(t)$ come varia la componente x nel tempo

Velocità media



si definisce velocità media

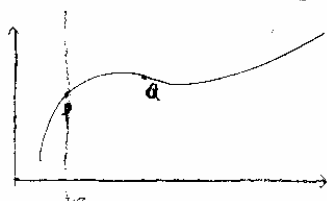
$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan \phi$$

$$[\bar{v}] = [L][T]^{-1} \quad \frac{m}{s}$$

$\bar{v}$ non dipende da come sono andati da P a Q

anche se seguo la legge oraria diversa, $\bar{v}$ non cambia

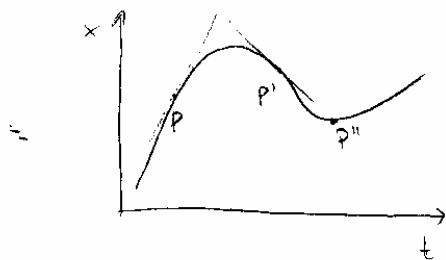
Velocità istantanea



si definisce vel. instant. nel punto P

$$v_P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{d}{dt} x(t) \Big|_{\substack{x=P \\ t=t_0}}$$

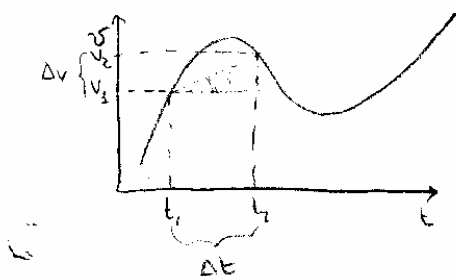
derivata prima della legge oraria



$$v_P > 0$$

$$v_{P'} < 0$$

$$v_{P''} = 0$$



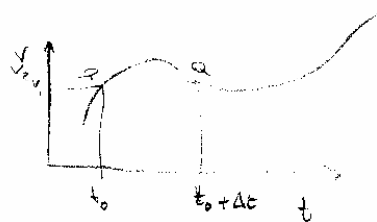
faccin il grafico della velocità in funzione del tempo

Accelerazione media

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \tan \phi'$$

$$[\bar{a}] = \frac{[v]}{[t]} = [L][T]^{-2} \quad \frac{m}{s^2}$$

Accelerazione istantanea



$$a_P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \left. \frac{d}{dt} v(t) \right|_{\substack{x=P \\ t=t_0}} =$$

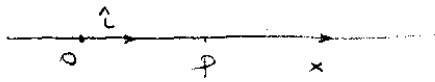
$$= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) = \frac{d^2}{dt^2} x(t)$$

↑ derivata seconda della legge oraria

In fisica non imp.endere oltre la derivata seconda della legge oraria.

22/02/06 (2^a ora)

Determinazione di $x(t)$ nota $v(t)$



$$\vec{OP} = x(t) \hat{e}$$

$$v(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} x(t) dt = \left| x(t) \right|_{t_0}^{t_1} = x(t_1) - x(t_0)$$

$$x(t_1) = \underline{x(t_0)} + \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

Determinazione di $v(t)$ nota $a(t)$

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t)$$

$$v(t_1) = \underline{v(t_0)} + \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt$$

Determinazione di $x(t)$ nota $a(t)$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t v(t') dt'$$

$$v(t') = v(t_0) + \int_{t_0}^{t'} a(t'') dt''$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^t \left[v(t_0) + \int_{t_0}^{t'} a(t'') dt'' \right] dt' =$$

$$= \underbrace{x(t_0)}_{\text{condiz. iniziale}} + \underbrace{v(t_0)}_{\text{condiz. iniziale}} [t - t_0] + \int_{t_0}^t \left[\int_{t_0}^{t'} a(t'') dt'' \right] dt'$$

condizioni iniziali (note) e per trovare $x(t)$ conoscendo $a(t)$:

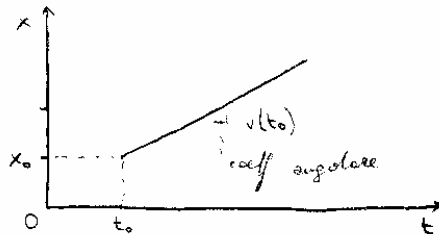
I)

$$a(t) = 0$$

Moto rettilineo uniforme

caso particolare di
moto uniformemente
accelerato

$$x(t) = x(t_0) + v(t_0) [t - t_0]$$



$$v(t_0) > 0$$

$$\frac{d}{dt} v(t) = a(t) = 0 \Rightarrow v(t) = v(t_0) = \text{costante}$$

verifichiamo

$$v(t) = \frac{d}{dt} x(t) = v(t_0) = \frac{d}{dt} [x(t_0) + v(t_0) [t - t_0]]$$

si vede anche dal grafico che $v(t)$ è costante

II)

$$a(t) = a_0 = \text{cost.}$$

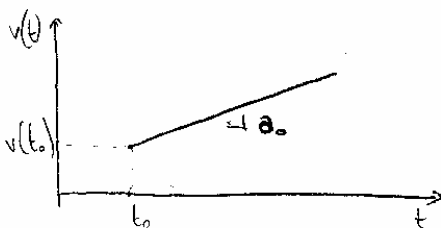
Moto uniformemente accelerato

$$x(t) = x(t_0) + v(t_0) [t - t_0] + \int_{t_0}^t \left[\int_{t_0}^{t'} a_0 dt'' \right] dt'$$

$$\int_{t_0}^{t'} a_0 (t' - t_0) dt' = \frac{1}{2} a_0 (t' - t_0)^2$$

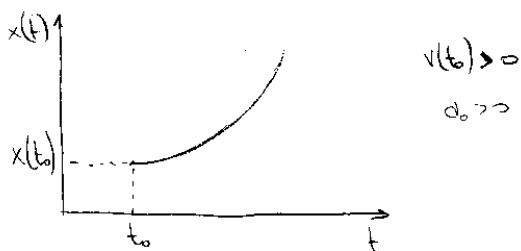
$$x(t) = x(t_0) + v(t_0) [t - t_0] + \frac{1}{2} a_0 [t - t_0]^2$$

$$v(t) = \frac{d}{dt} x(t) = v(t_0) + a_0 [t - t_0]$$



$$a_0 > 0$$

(se $a_0 = 0 \Rightarrow$ moto rettilineo uniforme)



$\forall t \geq t_0$

$$\bar{v} = \frac{x(t) - x(t_0)}{t - t_0} = \frac{1}{2} [v(t) + v(t_0)]$$

è vero nel caso di un moto uniformemente accelerato

Relazione tra $v(t)$ e $x(t)$ nel caso di moto uniformemente accelerato

$$t - t_0 = \frac{v(t) - v(t_0)}{a_0} \quad \Leftrightarrow \quad v(t) = v(t_0) + a_0 [t - t_0]$$

$$v^2(t) = v^2(t_0) + 2 a_0 [x(t) - x(t_0)]$$

$\Leftrightarrow$ sostituisco v in

$$x(t) = x(t_0) + v(t_0)(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0 (t - t_0)^2$$

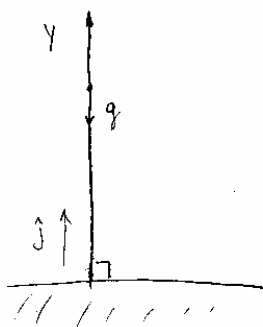
In generale i moti non sono uniformemente accelerati, se è così deve provare che l'accelerazione è cost.

Moto uniformemente accelerato:

caduta dei gravi

Galileo

suppongo la traiettoria rettilinea (retta $\perp$ al suolo)



$\exists$ un'accelerazione cost.

$$a_0 = -g$$

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

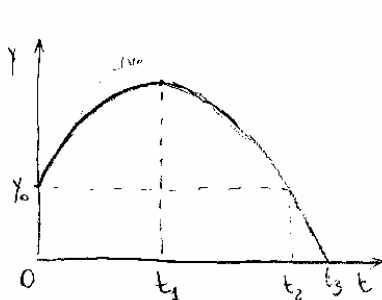
$$v_0 = v(t_0) \quad t_0 = 0$$

$$v(t) = v_0 + (-g)t = v_0 - gt$$

$$v(t) = v_0 - gt$$

$$y_0 = y(t_0)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad + \frac{1}{2} (-g) t^2$$



$$y_0 > 0$$

$$v_0 > 0$$

- 1) t_1 raggiunge quota max
- 2) t_2 riparte dalla quota iniziale
- 3) t_3 arrivo al suolo

$$1) \quad v(t_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_0}{g}$$

$$[T] = [L] [T]^{-1} [L]^{-1} [T]^2 = [T]$$

$$2) \quad y(t_2) = y_0$$

$$y(t_2) = y_0 = y_0 + v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0$$

$$t_2 = 0 \quad \leftarrow \text{istante iniziale (non è interessante)}$$

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} = 2t_1$$

$$3) \quad y(t_3) = 0$$

$$y_0 + v_0 t_3 - \frac{1}{2} g t_3^2 = 0$$

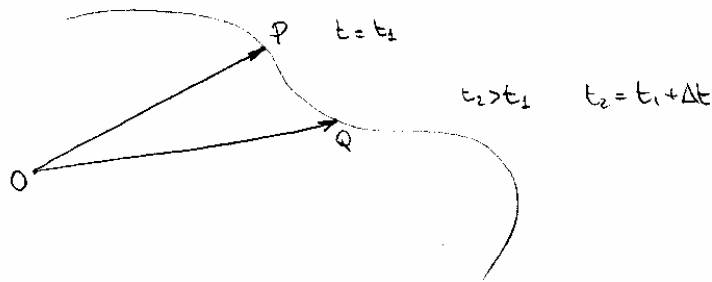
$$t_3 = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}}{-g}$$

avrei due soluzioni, ma
considero solo quella
positiva

$$t_3 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}}{g} \quad \boxed{t_3 > t_2}$$

Moti in 2D o 3D

(1 ora)



$$\vec{OP} = \vec{r}(t_1) = \vec{r}_1$$

$$\vec{OQ} = \vec{r}(t_2) = \vec{r}_2$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad \text{rispetto ad una non precisata base cartesiana}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

(in 3D)

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

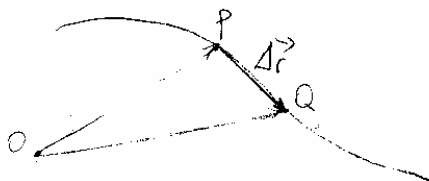
velocità vettoriale media tra t_1 e t_2

è un vettore perché è il risultato di un prodotto tra un vettore $\Delta \vec{r}$ e uno scalare Δt

$$\vec{v}_P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}$$

velocità vettoriale istantanea

Cosa è il significato geometrico di $\vec{v}$?



Se $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta \vec{r}$ è tangente alla traiettoria in P

La velocità istantanea ^{vettoriale} in P è un vettore tangente alla traiettoria nel punto P

$$\begin{aligned}\vec{v}_p &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}}{\Delta t} = \\ &= \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) \hat{i} + \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \right) \hat{j} + \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \hat{k} = \\ &= \left[\frac{d}{dt} x(t) \right]_{t=t_1} \hat{i} + \left[\frac{d}{dt} y(t) \right]_{t=t_1} \hat{j} + \left[\frac{d}{dt} z(t) \right]_{t=t_1} \hat{k} = \\ &= \frac{d}{dt} \vec{r}(t) \Big|_{t=t_1} \quad \left(\text{la derivata prima di un vettore è la somma delle derivate delle componenti} \right)\end{aligned}$$

$$\vec{v}_p = \frac{d}{dt} \vec{r}(t) \Big|_{t=t_1}$$

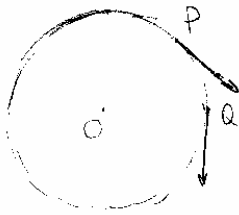
$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{si definisce} \quad \begin{aligned} \vec{v}_2 &= \vec{v}_p \\ \vec{v}_1 &= \vec{v}_q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x \hat{i} + \Delta v_y \hat{j} + \Delta v_z \hat{k}}{\Delta t} = \\ &= \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \right) \hat{i} + \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \right) \hat{j} + \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \right) \hat{k} = \\ &= \left[\frac{d}{dt} v_x(t) \right]_{t=t_1} \hat{i} + \left[\frac{d}{dt} v_y(t) \right]_{t=t_1} \hat{j} + \left[\frac{d}{dt} v_z(t) \right]_{t=t_1} \hat{k} = \\ &= \frac{d}{dt} \vec{v}(t) \Big|_{t=t_1}\end{aligned}$$

$$\vec{a}_p = \frac{d}{dt} \vec{v}(t) \Big|_{t=t_1} = \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}(t) \Big|_{t=t_1}$$

Accelerare lungo una retta vuol dire cambiare il modulo della velocità
(moto rettilineo)

$\vec{a} \neq 0 \Leftrightarrow$ modulo della velocità cambia



$$\vec{a} \neq 0 \Leftrightarrow \Delta \vec{v} \neq 0$$

In un moto planare o nello spazio, l'accelerazione può essere dovuta anche a variazioni nella direzione e nel verso del vettore velocità.

24/04/06 (3 ore)

Moti in 3D

M uniformemente ~~accelerato~~

$$\vec{a}_0 = \text{cost}$$

un vettore è costante se non variano: modulo
direzione
verso

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{a}_0$$

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{a}_0 \quad \text{cost.}$$

$$\vec{v}(t)$$

$$\int_{t_0}^t \frac{d}{dt} \vec{v} dt' = \int_{t_0}^t \vec{a}_0 dt'$$

perché $\vec{a}_0$ è cost.

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \vec{a}_0 (t - t_0)$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}(t_0) + \vec{a}_0 (t - t_0)}$$

Es.

ricostruire la legge usando le componenti

$$\vec{a}_0 = \frac{d}{dt} \vec{v} \rightarrow \begin{cases} a_{0x} = \frac{d}{dt} v_x \\ a_{0y} = \frac{d}{dt} v_y \\ a_{0z} = \frac{d}{dt} v_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{0x} = \frac{d}{dt} v_x \\ a_{0y} = \frac{d}{dt} v_y \\ a_{0z} = \frac{d}{dt} v_z \end{cases}$$

$$v_x(t) = v_x(t_0) + a_{0x} (t - t_0)$$

assegnare per ogni istante t la posizione del punto materiale
 $\vec{r}(t)$

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt} \vec{r}(t)$$

$$\int_{t_0}^t \frac{d}{dt'} \vec{r}(t') dt' = \int_{t_0}^t \vec{v}(t') dt'$$

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^t [\vec{v}(t_0) + \vec{a}_0(t-t_0)] dt'$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}(t_0) + \vec{v}(t_0)(t-t_0) + \frac{1}{2} \vec{a}_0(t-t_0)^2$$

Le equaz. tra vettori sono vere in un qualunque sistema di coordinate.

caduta dei gravi

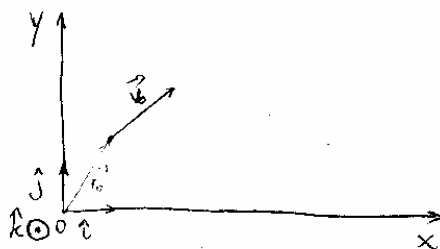
$$\vec{a}_0 = \vec{g} \quad |\vec{g}| = 9.8 \text{ m/s}^2$$

Considero il moto di un punto materiale in cui punto per punto il corpo è soggetto a $\vec{g}$

$$t_0 = 0 \quad \vec{r}(t_0) = \vec{r}_0 \quad \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

Considero il piano che contenga $\vec{v}_0$ e $\vec{g}$



1. $\vec{y}$ ha direzione di $\vec{g}$
e verso opposto
($\vec{y}$ è antiparallelo di $\vec{g}$)

2. definisco un asse $x \perp y$

La traiettoria del punto giace in un piano
che è il piano che contiene $\vec{v}_0$ e $\vec{g}$

(vogliamo dimostrare)

Qua

componente z di $r(t)$

$$z(t) = z_0 + \phi + \phi$$

per costruzione

essendo la componente z , costante
nel tempo $\Rightarrow$ il moto è planare

componente x di $r(t)$

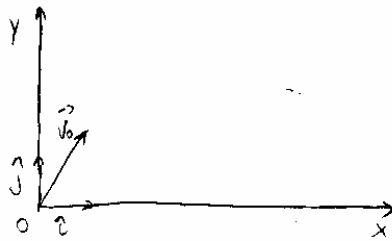
$$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \phi$$

$\rightarrow$ il moto lungo l'asse $\vec{x}$ è
rettilineo uniforme
(perché l'accelerazione riguarda il moto lungo $\vec{y}$)

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$\rightarrow$ il moto lungo l'asse $\vec{y}$ è
rett. uniformemente accelerato

$$\begin{cases} z(t) = z_0 & \leftarrow \text{inutile} \\ x(t) = x_0 + v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



$$x_0 = y_0 = z_0 = 0$$

come si trova la traiettoria?

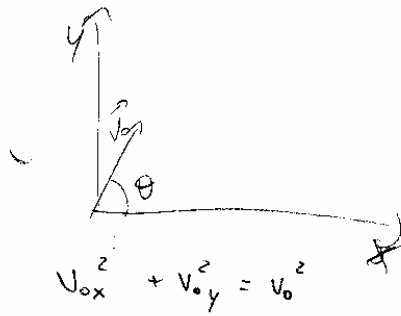
si ricava t da $x(t) = v_{0x} t$ e lo si sostituisce in $y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

(avendo la legge oraria posso ricavare tutto, anche la traiettoria,
non è vero il contrario)

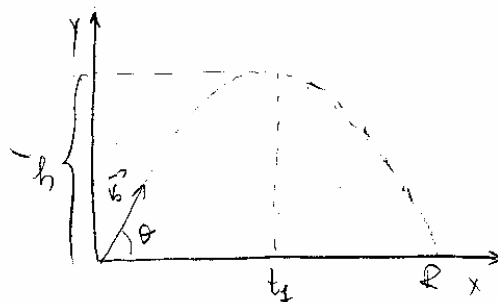
$$t = \frac{x(t)}{v_{0x}}$$

$$y(t) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x(t) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x(t)}{v_{0x}} \right)^2$$

In generale un moto rett. unif. accelerato dà luogo a traiettorie
paraboliche



$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \theta \\ v_y = v_0 \sin \theta \end{cases}$$



1) quota max : h

$$v_y = 0$$

$$v_y = \frac{d}{dt} y(t) = v_{0y} - gt$$

$$v_y = v_{0y} - gt_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$h = y(t_1) = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g}$$

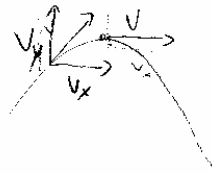
2) gittata : x_{max}

$$y(t_2) = 0$$

θ angolo formato tra la velocità iniziale v_0 e l'asse delle x

Alla quota max la velocità non è nulla,
è nulla la componente v_y

v_x in tutti gli istanti è costante



$$v_{0y} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0$$

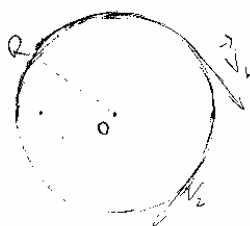
$$t_2 = \frac{2 v_{0y}}{g} = 2 t_1$$

$$R = x(t_2) = 2 \frac{v_{0x} v_{0y}}{g} = v_{0x} 2 t_1 = \frac{2 v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \rightarrow \text{ci dice che l'angolo ottimale per avere la max gittata}$$

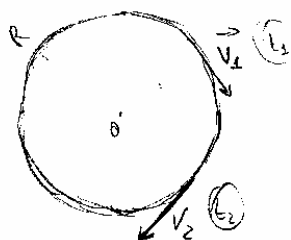
a' $\sin 2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ ideale

Moti in 2D: moti CIRCOLARI $\rightarrow$ moti che hanno come traiettoria una circonferenza



1. Moto CIRCOLARE UNIFORME

moto che avviene su una circonferenza con velocità costante in MODULO



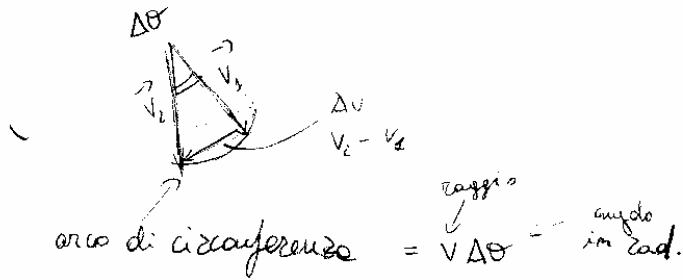
$$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$$

Cambiando $\vec{v}$ direzione e verso

$\Rightarrow \exists$ un'accelerazione $\neq 0$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$



$$|\Delta \vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| \stackrel{\Delta t \rightarrow 0}{\approx} v \Delta\theta$$

per $\Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta \vec{v}$ tende a diventare

$\perp$ a $\vec{v}_1$

cioè $\vec{a}$ tende a

diventare $\parallel$ al raggio

vettoze decurto da O

passante per il

centro punto in

il quale il

punto materiale

è verso entrante

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} \stackrel{\Delta t \rightarrow 0}{\approx} \frac{v \Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\Delta s = R \Delta\theta$$

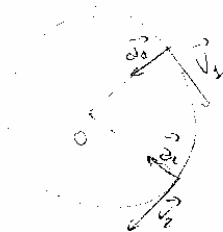
$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{R}$$

$$|\vec{a}| = \frac{v}{R} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{v^2}{R}$$

$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{R}$$

accelerazione centripeta

$\rightarrow$ ha il modulo cost.



Velocità angolare

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \text{velocità angolare media}$$

$\Delta\theta$ angolo descritto nel tempo Δt

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{R} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right) = \frac{v}{R}$$

in un moto circ. unif

ω è cost.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\omega} = \frac{v}{R}$$

consideriamo che il punto compie un giro

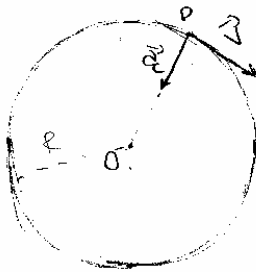
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

periodo $\rightarrow$ tempo impiegato dal punto per compiere un giro completo

$$f = \frac{1}{T}$$

frequenza in Herz = s^{-1}

MOTO CIRCOLARE VARIO (NON UNIFORME)



accelerazione tangenziale
(parallela o antiparallela
alla velocità)

$$|\vec{a}_c| = \frac{v^2(t)}{R}$$

v in questo caso non è costante, ma dipende dal tempo

$$|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt} v(t)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_c|^2 + |\vec{a}_t|^2} \quad \leftarrow \text{perché } \vec{a}_c \perp \vec{a}_t$$

$$v(t) = \omega(t) R$$

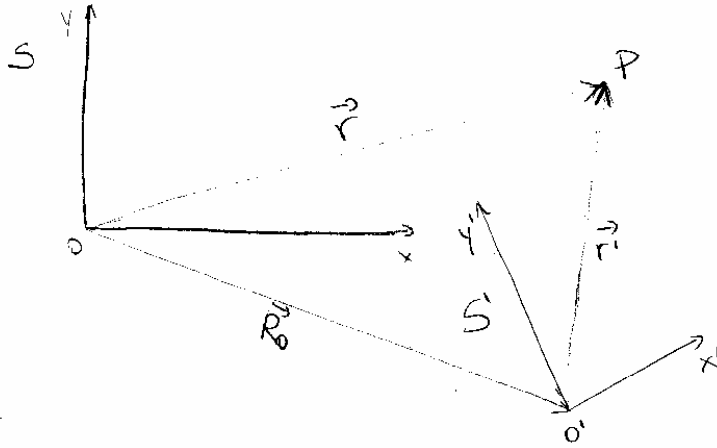
$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\omega} = \frac{d}{dt} \theta(t)$$

$$\frac{d}{dt} \omega(t) = \alpha(t)$$

accelerazione angolare istantanea

Le leggi di trasformazione
Le trasformazioni galileiane sono vere se le velocità in questione sono piccole rispetto alle velocità della luce.

Trasformazione galileiana



$\vec{R}_0 \rightarrow$ posiz. di O' rispetto ad O

$\vec{r} \rightarrow$ posiz. di P rispetto a O

$\vec{r}' \rightarrow$ posiz. di P rispetto a O'

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}_0$$

Supponiamo che S' si muove rispetto ad S
il movimento è traslatorio $\rightarrow$ cioè le orientazioni degli assi x' e y' rimangono costanti

supponiamo che P si muove

$$\vec{r}'(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}_0(t)$$

prendo la derivata di entrambi

$$\frac{d}{dt} \vec{r}'(t) = \frac{d}{dt} \vec{r}(t) - \frac{d}{dt} \vec{R}_0(t)$$

$\uparrow$
velocità vettoriale istantanea calcolata rispetto a S'

$\uparrow$
vel. vett. ist. rispetto a S

$\uparrow$
vel. di S' rispetto a S

$$\vec{v}'(t) = \vec{v}(t) - \vec{v}_0(t)$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

$\uparrow$ vel. relative $\uparrow$ vel. assoluta $\uparrow$ vel. di trascinamento

derivare la velocità

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_0$$

$\nwarrow$ ecc. RELATIVA $\nwarrow$ ASSOLUTA $\nwarrow$ DI TRASCINAMENTO

ci dicono come cambiano se descrivo il moto del punto da un sistema mobile rispetto a quello fisso, piuttosto che descriverlo dal sistema fisso.

Supponiamo che S' si muova di moto ^{traslatorio} $v_{\text{rett.}}$ uniforme rispetto S

se $\vec{v}_0 = \text{cost.} \Rightarrow \vec{a}_0 = 0 \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$
essendo $\vec{a}_0 = \frac{d}{dt} \vec{v}_0$

Dove sta il probl.?

$$\frac{d}{dt} \vec{r}' = \vec{v}'$$

$$\frac{d}{dt} \vec{r} = \vec{v}$$

sostengo che il tempo scorre in maniera uguale su tutti i sistemi di riferimento

dovrei scrivere $\frac{d}{dt} \vec{r}' = \vec{v}'$ $\frac{d}{dt'} \vec{r} = \vec{v}$

Nei tom-tom vengono considerati gli errori calcolati con la teoria della relatività.

Perché il satellite è molto veloce

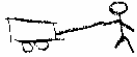
DINAMICA :

Forza: cause di accelerazione

entità fisico

Forze macroscopiche

I) Forze di CONTATTO necessitano un contatto tra un corpo e un altro



II) Forze A DISTANZA

forze gravitaz.
elettrostatiche
elettromagnetiche

⊙

⊙

A livello microscopico non ci sono le forze di contatto

Le forze di contatto a livello microscopico sono azioni a distanza.

28/02/06 (3 ore)

≈ 30/03/06

2 esercizi di meccanica

3 Leggi di Newton

① Legge di inerzia

In assenza di forze esterne un corpo persevera nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.

(= in assenza di forze non c'è accelerazione)

Sistemi di riferimento inerziali :

sistema di riferimento in cui vale il principio di inerzia

(es. Terra)

sistema non inerziale (autobus che frena, che parte)

non vale il 1° principio della dinamica

Ogni sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme rispetto ad un sistema inerziale, è esso stesso un sistema inerziale.

INERZIA: ^{proprietà} tendenza del corpo ad opporsi alle variazioni di velocità

Grandezza fisica che descrive quantitativamente l'inerzia:

massa

MASSA (INERZIALE) quantifica il concetto di inerzia

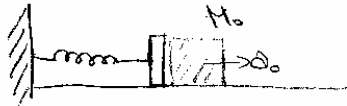
(Posso definire qualcosa ma devo saperlo misurare)

Misurare $\rightarrow$ implica uno standard, un'unità di misura

1. definire un'unità di misura (cilindro di Pt 10)

2. ~~devo~~ confrontare

o $\rightarrow$ utilizzando un'accelerazione



$M_0 = 1 \text{ Kg}$ $\leftarrow$ campione di massa

Compio la molla sempre della stessa quantità; e vedo con quale accelerazione viene fatto partire il campione
(∞ misurare a_0)

Ripeto l'operazione mettendo una massa incognita M al posto della massa campione M_0 .

Trovo sperimentalmente che

$$M_0 = \text{cost.} \cdot$$

come faccio? prendo prima M , poi $2M$...

$$M_0 = \text{cost} = M_0 a_0$$

$$M = M_0 \frac{a_0}{a}$$

II Principio della dinamica = definizione di forza

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

forza acceleraz. istantanea

$$\text{se } \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$$

forza $\rightarrow$ grandezza vettoriale

massa inerziale $\rightarrow$ scalare $m \geq 0$

$$[F] = [M]^1 [L]^1 [T]^{-2} \quad \text{grandezze derivate}$$

SI Newton (N)

1 N $\rightarrow$ forza che devo applicare ad una massa di 1 kg per imprimerle un'accelerazione di $1 \frac{m}{s^2}$

Forza peso

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad \text{Forza peso}$$

peso = forza = grandezza vettoriale

massa = grandezza scalare = NON dipende dall'ambiente in cui si trova l'oggetto, è una proprietà intrinseca del corpo

Principio $\rightarrow$ legge che viene derivata da verifiche sperimentali

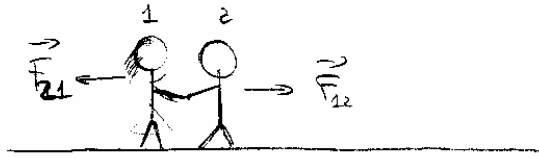
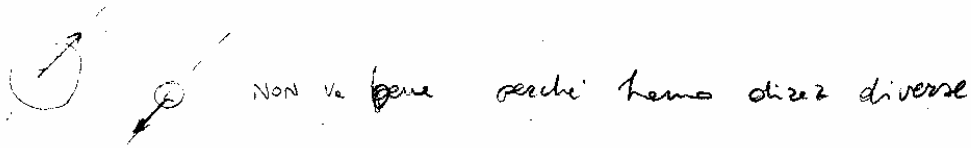
III Principio di azione e reazione $\rightarrow$ si applica sia alle forze a distanza che alle forze di contatto



$\vec{F}_{12}$: forza esercitata dalla Terra, quindi subito dalla Luna

Se c'è $\vec{F}_{12}$ esiste anche $\vec{F}_{21}$ esercitata dalla Luna

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow \begin{cases} 1. \text{ stesse direz. (stessa retta di azione)} \\ 2. \text{ stesso modulo} \\ 3. \text{ versi opposti} \end{cases}$$



ESERCIZIO



considero il piano orizzontale

LISCIO

vincolo $\rightarrow$ perché la massa non può penetrare nel piano

$\rightarrow$ limita l'accessibilità a parti dello spazio

piano orizz. LISCIO: piano che è in grado di esercitare forze solamente $\perp$ alla propria superficie.

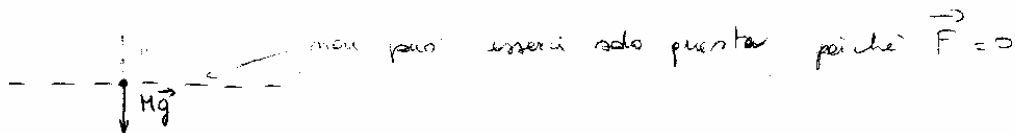
Un corpo è fermo e rimane fermo $\Leftrightarrow \vec{v} = 0 \wedge \vec{a} = 0$
velocità acceleraz.

poiché $\vec{a} = 0$

$$\vec{F} = M\vec{a} = 0$$

$\uparrow$
risultante delle forze agenti

DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO

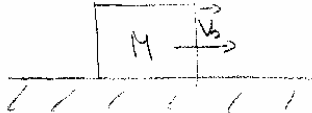


$\vec{N}$ = Reazione vincolare = forza dovuta alla spinta che esercita il piano d'appoggio sulla massa
 $\downarrow$
normale ($\perp$)

$\vec{N}$ è $\perp$ al piano visco

$$\begin{aligned} \vec{F} &= M\vec{a} = 0 \\ \downarrow \\ \vec{N} + M\vec{g} \end{aligned}$$

Se il corpo si muove inizialmente con velocità $\vec{v}_0 \parallel$ al piano d'appoggio



$$\vec{F} = M\vec{a} = 0$$

$$\vec{N} + M\vec{g} = M\vec{a}$$

$$\begin{matrix} N_x + M g_x = M a_x = 0 \\ \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \quad \text{"} \\ 0 \quad \quad 0 \end{matrix}$$

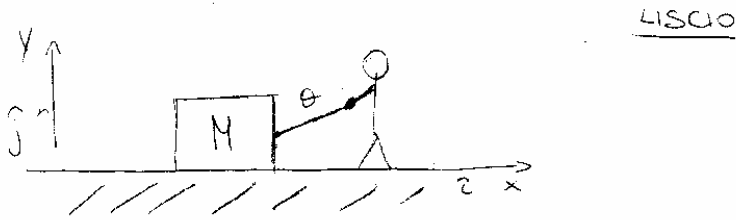
$$\vec{N} = (0, N)$$

Il moto ~~dei~~ lungo l'asse ~~x~~ ~~è~~ è rettilineo uniforme e rinviene tale con v_0

lungo l'asse y è sempre rettilineo uniforme, ma la velocità iniziale lungo l'asse y era zero

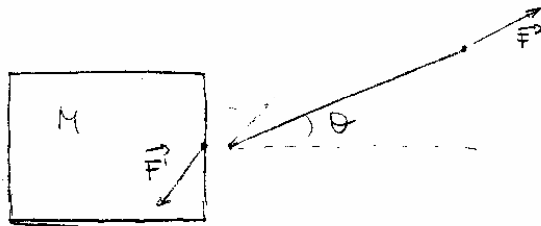
Il 2° P. della dinamica è l'opuz. che ci permette di scrivere le equazioni del moto

↳ equaz. differenziale la cui soluz. è l'equaz. orario



FUNE : ^{tessa}

- 1) inestensibile $\rightarrow$ lunghezza costante
- 2) priva di massa



$\vec{F}'$ forza che viene esercitata sulla massa M

Per il principio di azione e reazione avremo $-\vec{F}'$ nello stesso punto di applicazione

$$\vec{F} + (-\vec{F}') + (\emptyset) = \emptyset$$

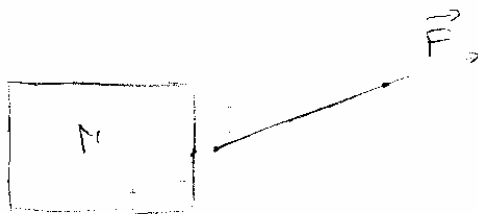
forza peso

perché la massa della fune è nulla

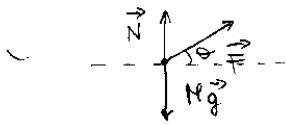
$\Rightarrow$ la risultante delle forze che agiscono sulla fune è nulla perché la sua massa è nulla

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}'$$

devo correggere il disegno:



1. identificaz. delle forze



2. equaz. del moto

$$\vec{N} + M\vec{g} + \vec{F} = M\vec{a}$$

proiet. del moto sugli assi

$$\begin{cases} N_x + Mg_x + F_x = Ma_x \\ N_y + Mg_y + F_y = Ma_y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} F_x &= +F \cos \theta \\ F_y &= +F \sin \theta \end{aligned} \quad \begin{aligned} F &= |\vec{F}| \\ N_x &= 0 \quad g_x = 0 \end{aligned}$$

perché ho $\theta < \frac{\pi}{2}$ altrimenti dovrei cambiare segno

$$\text{I} \quad \frac{F \cos \theta}{M} = \frac{Ma_x}{M} \quad \leftarrow \text{moto uniformemente accelerato lungo l'asse } x$$

$$\text{II} \quad N_y + M(-g) + F \sin \theta = Ma_y = M(0) = 0$$

$a_x = 0$
 $a_y = 0$
 $\rightarrow a_y = 0$

Dalla II ricavo N_y

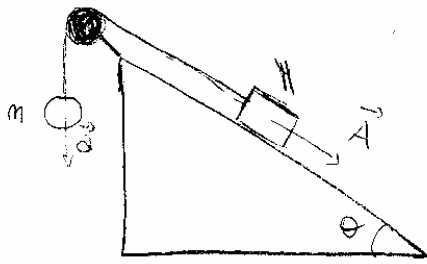
$$N_y = Mg - F \sin \theta \quad \leftarrow N_y \text{ è minore di quella che eserciterebbe il piano se non ci fosse l'omino con la fune}$$

spingendo θ , se applico una forza tale che

$$Mg - F \sin \theta \leq 0$$

$$\Leftrightarrow F \geq \frac{Mg}{\sin \theta} \quad \Rightarrow \text{la cassa si stacca dal suolo}$$

Le reazioni vincolari sono sempre rivolte verso l'alto



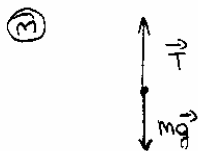
Piano INCLINATO

LISCIO

1. scomporre il problema

1. determinazione delle forze

il problema ha due parti: m. e H



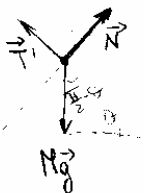
$\vec{T}$ → tensione della fune ⇒ stessa direzione della forza peso
e verso opposto

(con la fune si TIRA)

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$$

fune	→	TIRA
piano	→	SPINGE

(H)



$\vec{T}$ → tensione della fune

$$\vec{T} + \vec{N} + H\vec{g} = H\vec{a}$$

In una fune tesa la risultante delle forze è uguale a zero

Quando una fune passa attraverso una carrucola,
il modulo della tensione da un lato è uguale a quello
dall'altro

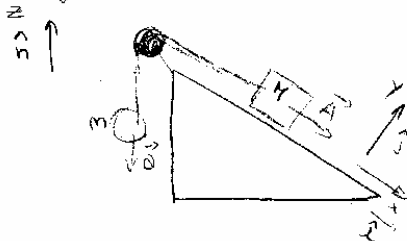


$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$$

La fune inestensibile trasmette le forze al proprio interno
lasciando inalterato il MODULO di queste forze, nessuna
variazione di direzione

consideraz. di dinamica

consideraz. di cinematica



essendo la fune inestensibile
se sposta M di un tratto Δx , m sale per un tratto uguale

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta z}{\Delta t} \quad \text{diviso per } \Delta t \quad \text{e faccio il } \lim_{\Delta t \rightarrow 0}$$

$$V_x = v_z$$

componente x
della vel. instant.
di M

componente z
della vel. instant.
di m

se le derivo entrambe rispetto al tempo ottengo

$$A_x = a_z$$

ma $V_x = V$ ← velocità cassa

$v_z = V$ ← velocità peso

$$A_x = A$$

$$a_z = a$$

considero lungo l'asse z

$$\begin{cases} -mg + T = m\ddot{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -T + \phi + Mg \sin \theta = M\ddot{\phi} \end{cases} \quad \text{considero lungo l'asse } \phi \quad \text{perché } A=0$$

$$Mg \sin \theta - mg = (m+M)\ddot{z}$$

$$\frac{Mg \sin \theta - mg}{m+M} = \ddot{z} = A$$

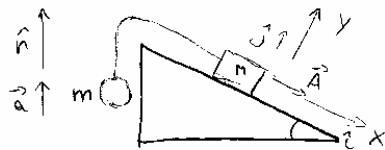
$$g \frac{(M \sin \theta - m)}{m+M} = \ddot{z} = A$$

$$\text{se } m = M \sin \theta \Rightarrow \text{equilibrio}$$

si mantengono le velocità iniziali

$$\text{se } \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow m \rightarrow M$$

$$0.1/0.3/0.6 \quad (20u) + (10u)$$



$$\vec{A} = A \hat{z}$$

$$\vec{a} = a \hat{n}$$

$$a, A \geq 0$$

grandezze algebriche: cioè dotate di segno

Forza d'attrito (statico, dinamico)

superfici SCABRE - in grado di sviluppare forze d'attrito (tangenziale al piano)



se è fermo

$$\vec{v} = 0$$

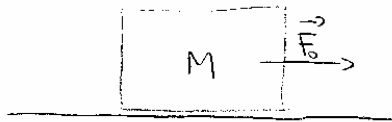
$$\vec{a} = 0$$



Se prendo una superficie scabra e gli proggio un corpo con $\vec{v}=0$
il corpo rimane fermo

- Non ci possono essere forze tangenziali, solo le forze peso e la componente $\perp$ della reazione vincolare.

1. Applico una forza $\vec{F}_0 \parallel$ al suolo.



Sperimentalmente vedo che se $\vec{F}_0$ è sufficientemente piccolo,
non succede nulla

- se $0 < |\vec{F}_0| \leq F_{\max}$ il corpo non si muove



$\vec{f} \rightarrow$ forza d'attrito $\rightarrow$ componente tangenziale della reazione vincolare

$\vec{N} = -M\vec{g}$
 $\vec{f} = -\vec{F}_0$ valgono perché le due coppie di forze sono tra loro ortogonali.

Sperimentalmente trovo che

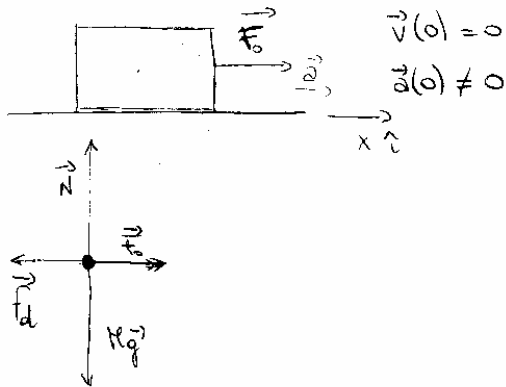
- $F_{\max} = \mu_s |\vec{N}|$ forza massima che posso applicare affinché il corpo rimanga ancora fermo
coeff. di attrito statico

se $|\vec{F}_0| = F_{\max}$ e $\vec{v}=0 \Rightarrow$ il corpo è ancora fermo

$$|\vec{f}| = F_{\max}$$

$$|\vec{N}| = Mg$$

se $|\vec{F}_0| > F_{MAX} = \mu_s |\vec{N}|$



$\vec{f}_d$ forza d'attrito dinamica

$$|\vec{f}_d| = \mu_d |\vec{N}|$$

coeff. d'attrito dinamico

$$\mu_d < \mu_s$$

il corpo inizia a muoversi con un'accelerazione finita $\rightarrow$ perché $\mu_d < \mu_s$

domande: spiegare meglio
cosa vuol dire
finita

realtivamente

sistema di frenaggio
ABS

quod c'è il contatto tra le ruote e la strada c'è μ_s

$$\begin{cases} \vec{N} = -M\vec{g} \\ \vec{f}_d + \vec{F}_0 = M\vec{a} \end{cases}$$

$\vec{a}$ diretto tangenzialmente al piano

$$|\vec{N}| = N = Mg$$

$$\vec{f}_d = -\mu_d Mg \hat{x}$$

$$\vec{F}_0 = F_0 \hat{x}$$

$$\vec{a} = a \hat{x}$$

$$a = \frac{F_0 - \mu_d M g}{M} > 0$$

$$\approx F_0 = F_{max}$$

$$d = \frac{\bar{F}_{MAX} - \bar{F}_{MAX}}{N} = 0$$

Cio' che e' vero in generale e' :

$$F_{\text{MAX}} = \mu_s |\vec{N}|$$

$$|\vec{f}_d| = \mu_d |\vec{N}|$$

per il resto devo considerare il caso che si presenta

Forze d'attrito viscoso → forze che si sviluppano quando il corpo si muove all'interno di un fluido

"

↓ forze che si oppongono al moto di un corpo che si muove all'interno di un fluido (aria, acqua...)

Supponiamo che le velocità considerate siano sufficientemente piccole da non creare turbolenze $\rightarrow$ che provocano ulteriori forze d'attrito

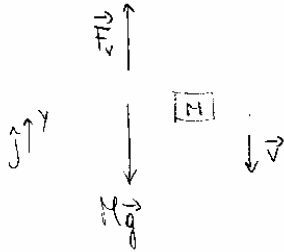
Sperimentalmente si scopre che

$$\vec{F}_v = -\gamma \vec{v}$$

forza $\nearrow$
distinto $\uparrow$ porta al moto $\nwarrow$ si fa carico di appiattare le dimensioni

se $\vec{v}$ è ~~molto~~ grande $\vec{F} = -f \vec{v}^2$

paracadutista



$$\vec{F}_v + M\vec{g} = M\vec{a}$$

$$\vec{a} = a\hat{j}$$

$$-f_v - Mg = Ma = M \frac{d}{dt} v(t)$$

$$M \frac{d}{dt} v(t) = -f_v(t) - Mg \quad \rightarrow \quad -f_v(t) > 0 \quad \text{perché} \quad v(t) < 0$$

perché ha verso
opposto a $\hat{j}$

$$\text{se } v(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad F_v = 0$$

nei primissimi istanti il moto è uniform. accelerato

$$\vec{v}(t) = v(t)\hat{j}$$

$\uparrow$
 < 0

$$v(t) \cong gt \quad \leftarrow \text{per } \underline{\underline{t \text{ piccoli}}}$$

non meno $a(t) < g$ anche se la velocità continua ad aumentare

per tempi molto lunghi $-f_v(t)$ e $-Mg$ si eguagliano, ma

$-f_v(t)$ non può mai superare $-Mg$ perché quando sono uguali

non vi è più accelerazione, quindi il corpo continua a cadere con velocità costante

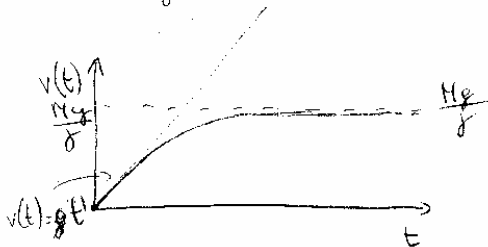
$$f_v(t) = Mg \quad t \rightarrow \infty$$

$$v(\infty) = \frac{Mg}{f} \quad \text{velocità limite}$$

Essendo $v(t)$ proporzionale alla forza, in presenza d'attrito viscoso, nel passato si pensava che le forze fossero necessarie per mantenere il moto rettilineo uniforme.

α $v(0) = 0$ risolvendo l'eq. diff. ho

$$v(t) = \frac{Mg}{\gamma} \left[1 - e^{-\frac{\gamma t}{M}} \right]$$

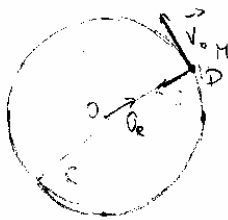


$$e^x \approx 1 + x \quad \text{per } x \text{ piccolo}$$

per t piccoli

$$v(t) = \frac{Mg}{\gamma} \left[1 - \left(1 + \frac{\gamma t}{M} \right) \right] = \frac{Mg}{\gamma} \cdot \frac{-\gamma t}{M} = -gt$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME del punto di vista della dinamica



$$|\vec{v}_t| = v_0 = \text{cost}$$

$\hat{u}_r$ vettore da istante per istante sia trova sulla congiungente O P

↳ VETTORE RADIALE

$$\vec{a} = -\frac{v_0^2}{R} \hat{u}_r$$

$$\vec{F} = M\vec{a} = -\frac{M v_0^2}{R} \hat{u}_r \quad \leftarrow \text{se c'è un moto circolare uniforme deve esistere una forza anti parallela al raggio vettore}$$

come creare questa forza? es. fondo (la fune applica la forza)

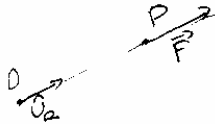
forza radiale

Forza radiale

$$\vec{F} = F(r) \hat{u}_r$$

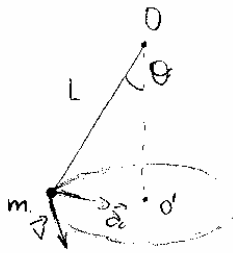
errore radiale

forze che è antiparallela o parallela a $\hat{u}_r$ e che il modulo dipende esclusivamente della distanza di P da O .



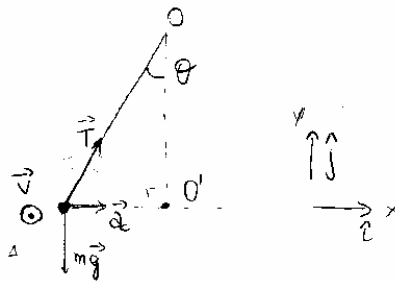
$$r = |\vec{OP}|$$

PENDOLO CONICO $\rightarrow$ perché il filo descrive la superficie laterale di un cono
filo inestensibile
piombo di massa



il punto m percorre una traiettoria circolare

quali velocità deve avere m per avere un moto con?



assunto

a è causato dalla tensione del filo

forza centripeta

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

causa $\uparrow$ $\vec{T}$
effetti $\uparrow$ $m\vec{a}$
non è una forza $\uparrow$ $m\vec{g}$

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

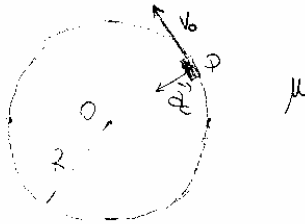
$$x: \begin{cases} +T \sin \theta + \phi = +m \frac{v^2}{R} \end{cases}$$

$$y: \begin{cases} +T \cos \theta - mg = \phi \end{cases}$$

(1 ora)

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

v_0 grande e piacere
superficie scabra



qual è la max vel. con cui posso percorrere la curva

prendo un raggio che passa per O e per P e che sia $\perp$ al piano della circonf.



$$OP = R$$



il punto di contatto delle gomme
è fermo rispetto allo strada
istante per istante

$$\vec{N} + M\vec{g} = M\vec{a}_c$$

$$\phi + \phi = M \left(-\frac{v_0^2}{R} \right)$$

$$f_s = \frac{M v_0^2}{R} \leq \mu_s N = \mu_s Mg$$

$$+N - Mg + 0 = 0$$

$$N = Mg$$

$$v_0 \leq \sqrt{\mu_s g R} = v_{\max} \text{ non c'è un effetto diretto della massa della macchina}$$

se supera $v_{\max}$ avviene lo slittamento

non dipende molto da R e da μ_s perché dipende dalla radice quadrata di questi

non dipende molto dalle condizioni della strada e delle ruote

Il 2° principio che noi applichiamo, spesso ci dà ~~tempo~~ tutte le informazioni, che spesso a noi non interessano.

Per esempio ci dà informazioni su tutti gli istanti temporali.

LAVORO DI UNA FORZA

capacità di variare l'energia di un sistema, spostando il suo punto di applicazione

(Energia: proprietà che mette in grado di produrre lavoro)

Per compiere lavoro devo spostare il punto di applicazione di una forza



applico $\vec{F}$ che fa sì che il corpo si sposti, quindi anche il punto di applicazione si sposta

si definisce ($W = \text{work}$)

$$W = |\vec{F}| |\vec{\Delta S}| \cos \theta$$

$$[W] = [F][L] = [M][L][T]^{-2}[L] = [M][L]^2[T]^{-2}$$

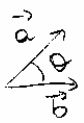
Joule

Il Lavoro è una grandezza scalare

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta S}$$

$$\vec{F} = \text{costante}$$

prodotto scalare



$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$
$$\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$$

$\vec{a} \perp \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} =$$

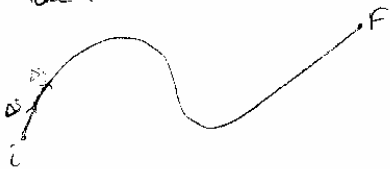
$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad \text{-- verificare}$$

Supponiamo di avere una forza che sposta il suo punto di applicazione
lato.



divido la traiettoria in tanti piccoli pezzi $\vec{\Delta s}_k$ dove ^{posto} considerare $\vec{F}$ costante

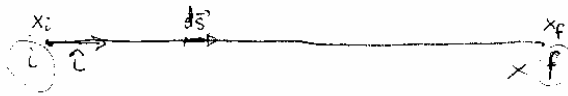
$$W \approx \sum_k \vec{F}_k \cdot \vec{\Delta s}_k$$

$\vec{\Delta s} \rightarrow 0$

integrale di linea

$$= \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Traiettoria rettilinea



$$d\vec{s} = dx \hat{i}$$

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_i^f (F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}) \cdot dx \hat{i} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

↑
Non è cost.

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

traiettoria rettilinea

03/03/06 (3 ore)

1^a prova: 31/03/06 15:30/18:30

LAVORO

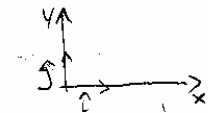


verso: quello che da i va verso f

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{i \rightarrow f} \begin{cases} > 0 & \text{p. motore} \\ < 0 & \text{p. resistente} \end{cases} \quad \theta < \frac{\pi}{2}$$

① Forza peso
ipotesi che l'unica forza è la forza peso

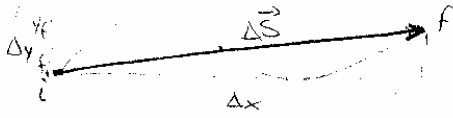
$$\vec{F} = M \vec{g}$$



$$\vec{F} = M \vec{g} = -Mg \hat{j}$$

$$d\vec{s} = dx \hat{i} + dy \hat{j}$$

$$L_{i \rightarrow f} = \int_i^f \vec{Mg} \cdot d\vec{S} \stackrel{\text{per la prop. distributiva del prodotto scalare rispetto alla somma}}{=} \vec{Mg} \int_i^f d\vec{S} \stackrel{\text{però poiché } \vec{Mg} \text{ è un vettore costante}}{=} \vec{Mg} \cdot \Delta\vec{S}$$



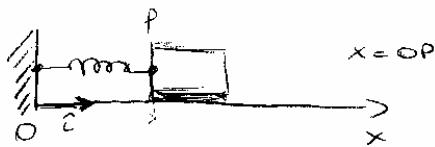
$$\Delta\vec{S} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}$$

$$L_{i \rightarrow f} = \vec{Mg} \cdot \Delta\vec{S} = (-Mg \vec{j}) \cdot (\Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j}) = -Mg \Delta y = Mg(y_i - y_f)$$

- Il Lavoro ^{della forza peso} dipende solo dalla quota del punto finale e da quella del punto iniziale, non dipende dalla traiettoria.

Forze conservative $\rightarrow$ il lavoro non dipende $\rightarrow$

Ⓔ Molla ideale $\rightarrow$ sistemi in grado di sviluppare forze di tipo conservativo



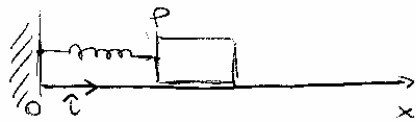
$$\vec{F} = -k(x - x_0)\vec{i}$$

costante elastica della molla $\uparrow$ misura la rigidità della molla

lunghezza di riposo $\rightarrow$ lunghezza che avrebbe la molla se applicasse una forza nulla

Le molle hanno tendenza a ripristinare la lunghezza di riposo

- se $x > x_0 \Rightarrow F < 0$ forze di richiamo
se $x < x_0 \Rightarrow F > 0$ forze di richiamo



Qual è il lavoro per portare P da x_i a x_f
P: $x_i \rightarrow x_f$

essendo unidimensionale

$$d\vec{s} = dx \hat{i} \quad \vec{F} = -k(x - x_0) \hat{i}$$

$$L_{i \rightarrow f} = \int_i^f [-k(x - x_0) \hat{i}] \cdot (dx \hat{i}) = - \int_{x_i}^{x_f} k(x - x_0) dx =$$

$$= \frac{1}{2} k(x_i - x_0)^2 - \frac{1}{2} k(x_f - x_0)^2$$

III

LEGGE DI GRAVITAZIONE DI NEWTON



su O stacciamo un versore $\hat{O}_R$
che sta sulla congiungente i due corpi
che è punta da O a P.

$$\vec{r} = \vec{OP} = r \hat{O}_R \rightarrow \text{posizione di P rispetto ad O}$$

$\vec{F} \rightarrow$ forze di attrazione subite da m. $\rightarrow$ dirette lungo la congiungente

imp: proporz. a $\frac{1}{r^2}$

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{O}_R$$

G: costante di gravitazione universale

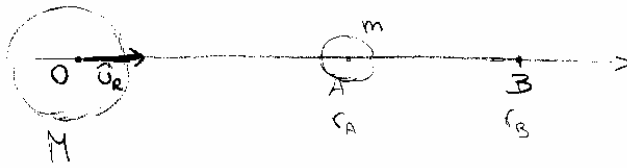
$\vec{F} \rightarrow$ è una forza attrattiva

Per il III° principio della dinamica $\rightarrow \exists$ una forza $-\vec{F}$

Altro esempio di forze radiate

Forze radiati $\Rightarrow$ tutte forze conservative

IV Lavoro per andare da un punto dello spazio ad un altro punto dello spazio.
Lavoro per portare m da A a B



supponiamo di muoverci lungo
la congiungente $A-B$
(= supponiamo la traiettoria
rettilinea)

$$d\vec{S} = dr \vec{u}_r \quad \text{essendo } OB > OA \Rightarrow dr > 0$$

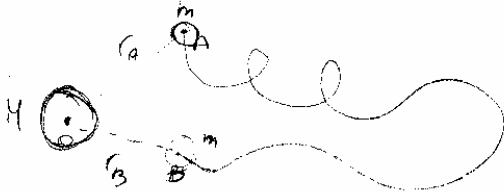
$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} = L_{A \rightarrow B}$$

$$= \int_A^B \left(-\frac{GMm}{r^2} \vec{u}_r \right) \cdot (dr \vec{u}_r) = \int_{r_A}^{r_B} -\frac{GMm}{r^2} dr =$$

$$= GMm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \quad \text{essendo } r_B > r_A \Rightarrow L_{A \rightarrow B} < 0$$

Per andare da A a B , la forza gravitazionale fa compiere un lavoro
resistente

$$L_{A \rightarrow B} = GMm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$



Essendo la forza conservativa, non mi frega delle traiettorie

Anche se M si muove, ci me interessano r_A ed r_B che sono
le distanze relative.

La stessa cosa vale per le molle, cioè, anche se i due
estremi sono liberi di muoversi, l'importante è l'allungamento
(la lunghezza finale e quella iniziale)

TEOREMA DELLE FORZE VIVE

vale in generale

$$L_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_A^B M \vec{a} \cdot d\vec{S} =$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{S} \Rightarrow d\vec{S} = \vec{v} dt$$

$$= \int_A^B M \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt =$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [\vec{v} \cdot \vec{v}]$$

$$v = |\vec{v}|$$

$$= \int_A^B \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} M v^2 \right] dt = \frac{1}{2} M v_B^2 - \frac{1}{2} M v_A^2$$

energia cinetica $\rightarrow$ legata alla velocità del corpo

$$\frac{d}{dt} (x(t) \cdot x(t))$$

derivata di $x(t)$

$$2 \frac{dx}{dt} x(t)$$

Il lavoro delle forze si può esprimere come la differenza delle energie cinetiche che il corpo possiede nel punto B e nel punto A

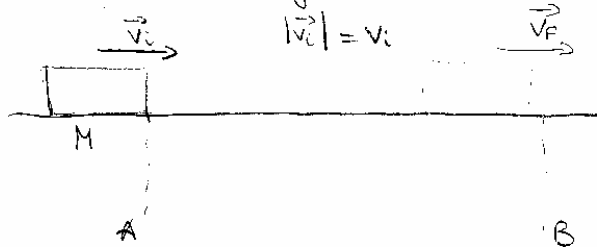
$$L_{A \rightarrow B} = T_B - T_A$$

differenza tra energia cinetica in B ed energia cinetica in A

$$T = \frac{1}{2} M v^2$$

$$L_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{S} = T_B - T_A$$

supponiamo di avere forze d'attrito



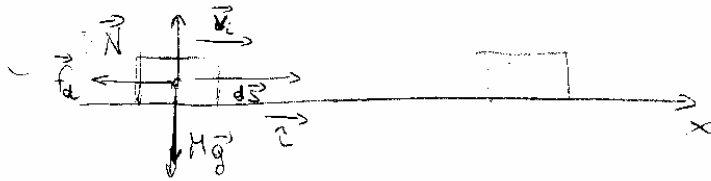
attrito dinamico
piano orizz. scabro

$$AB = d$$

$$v_f = |\vec{v}_f|$$

si può risolvere
il metodo
anche con delle forze

$$\frac{1}{2} M v_f^2 - \frac{1}{2} M v_i^2 = L_{i \rightarrow f}$$



essendo Mg punto per punto
 $\perp$ a $d\vec{s}$, non compie
lavoro
per lo stesso motivo N
non compie lavoro

$$d\vec{s} = dx \hat{x}$$

$\vec{f}_d$ compie lavoro resistente

$$\downarrow$$

$$L_{i \rightarrow f} < 0 \quad \Rightarrow \quad v_f < v_i$$

$$\vec{f}_d = \mu_d |\vec{N}| = -\mu_d Mg \hat{x}$$

$$L_{i \rightarrow f} = \int_i^f (-\mu_d Mg \hat{x}) (dx \hat{x}) = -\int_{x_i}^{x_f} \mu_d Mg dx = -\mu_d Mg \int_{x_i}^{x_f} dx =$$

$$= -\mu_d Mg (x_f - x_i) = -\mu_d Mg d$$

POTENZA : grandezza scalare
che misura la rapidità con cui posso erogare lavoro

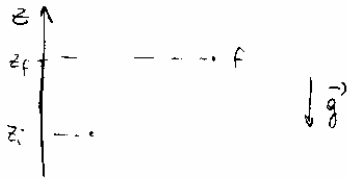
$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{potenza media}$$

$$[P] = [W][T]^{-1} = [M][L]^2[T]^{-3}$$

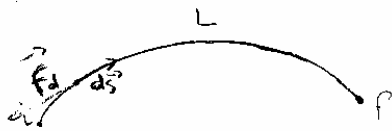
WATT $\rightarrow$ capacità di erogare 1 J in 1 s

$\frac{kW}{h} \rightarrow$ il lavoro erogato in 1 h da un sistema che
eroga una potenza di 1 kW

$\rightarrow$ misura di lavoro

$$L_{i \rightarrow f} = M_g (z_i - z_f)$$


- forze d'attrito $\begin{cases} \rightarrow \text{dinamico} \\ \rightarrow \text{statico} \end{cases}$ } il lavoro di queste dipende dal percorso


$$L_{i \rightarrow f} = \int \vec{F}_d \cdot d\vec{S}$$

essendo $\theta = \pi$ $\Rightarrow$ il lavoro punto per punto è resistente
 $\cos \theta = -1$

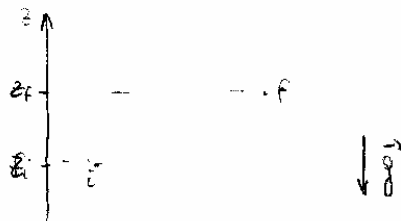
$$L_{\text{inf}} = \int \vec{f}_d \cdot d\vec{S} = -f_d \int_i^f |d\vec{S}|$$

Il lavoro di una forza d'attrito cambia con la lunghezza della traiettoria
 ↳ dipende dal percorso

L'attrito statico NON compie lavoro, perché il punto di applicazione della forza statica non si sposta

FORZE CONSERVATIVE

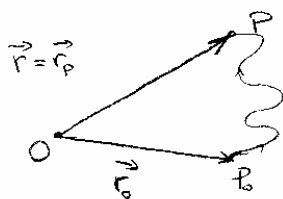
ENERGIA POTENZIALE



$U = Mgz$ ← si chiama energia potenziale gravitazionale

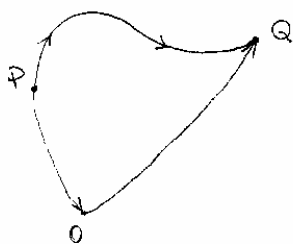
$L_{i \rightarrow f} = Mg(z_i - z_f) = U_i - U_f$

Date forze conservative, posso scrivere il lavoro compiuto solo in funzione della posizione? Sì



Definiamo

$U(P) = - \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{s} = -L_{P_0 \rightarrow P} = L_{P \rightarrow P_0}$ fissato P_0 , questo dipende solo da P
non delle traiettorie



$L_{P \rightarrow Q}$

La forza è conservativa,
quindi $L_{P \rightarrow Q} = L_{P \rightarrow O} + L_{O \rightarrow Q}$

$L_{P \rightarrow Q} = L_{P \rightarrow O} + L_{O \rightarrow Q} = U_P - U_Q$ così è dimostrato

$L_{i \rightarrow f} = U_i - U_f$



L'energia potenziale in sé per sé non ha valore fisico.

Cio' che ha senso in fisica e le differenze, la variazione di energia potenziale.

Quindi

$$U(P) = - \int_{P_0}^P \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

andrebbe bene anche se qui aggiungo una costante

Per le forze non conservative non si può definire alcuna forma di energia potenziale.

Dato l'energia potenziale, trovare la forza

$$U \rightarrow F$$



$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

supponiamo di spostarci lungo l'asse x $d\vec{s} = dx \hat{i}$

$$L_{i \rightarrow f} = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = U(x_i) - U(x_f)$$

per il teorema fondamentale del calcolo

$$\Rightarrow F_x = - \frac{d}{dx} U(x)$$

per le altre componenti fanno

$$F_z = - \frac{d}{dz} U(z)$$

$$F_y = - \frac{d}{dy} U(y)$$

$$\vec{F} = \left(- \frac{\partial U}{\partial x} \right) \hat{i} + \left(- \frac{\partial U}{\partial y} \right) \hat{j} + \left(- \frac{\partial U}{\partial z} \right) \hat{k}$$

$U(x, y, z)$ cioè dipende dalle posizioni

LEGGE DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

- una forza conservativa è una forza in grado di garantire l'energia meccanica
- energia meccanica $\rightarrow$ somma dell'energia cinetica e di quella potenziale

Caso particolare del teorema delle forze vive

$$L_{i \rightarrow f} = T_f - T_i$$

$\leftarrow$ vale sia per le forze conservative che per quelle non conservative

$$L_{i \rightarrow f} = U_i - U_f$$

$\leftarrow$ vale solo per le forze conservative

$$L_{i \rightarrow f} = T_f - T_i = U_i - U_f$$

$$\boxed{T_i + U_i = T_f + U_f}$$

$$E_i = E_f$$

energia meccanica $\rightarrow$ grandezza che rimane costante in un sistema dove sono presenti solo forze conservative

$\rightarrow$ grandezza scalare

07/03/06 (3 ore)

Volare il sito
Escuritation
Ven 17 Mar 21

Al competitivo portare la carta d'identità

Teorema delle forze vive

$$L_{i \rightarrow f} = T_f - T_i$$

$$L_{i \rightarrow f} = L_c + L_{nc}$$

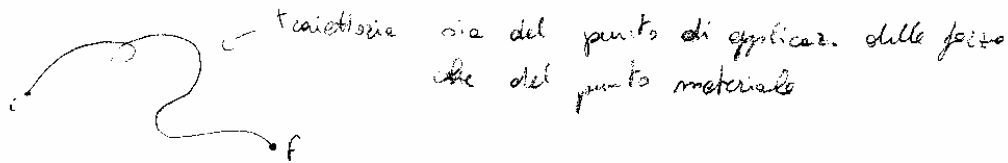
• delle forze conservative $\uparrow$ delle forze non conservative

$$L_c = U_i - U_f$$

$$\Rightarrow L_{nc \ i \rightarrow f} = (T_f + U_f) - (T_i + U_i)$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ E_f & & E_i \\ & \text{energia meccanica} \end{array}$$

$$L_{nc \ i \rightarrow f} = E_f - E_i$$



Se le forze non conservative non sono presenti o se ci sono ma non compiono lavoro $\Rightarrow E_f = E_i \Rightarrow$ si conserva l'energia meccanica
 $L_{nc} = 0 \Rightarrow$

①

 $\uparrow$ $\forall$ $M = \text{massa}$ qual è la max altezza raggiunta dalla pallina

3) possiamo applicare il principio di conservat.?

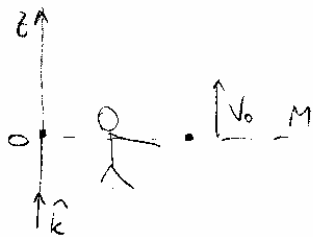
vediamo se le L_{nc} non ci sono, o se ci sono non compiono lavoro

L'unica forza che c'è quando l'atleta lancia la palla, è la forza peso $\rightarrow$ forza conservative $\Rightarrow$ posso applicare il principio

i = istante nel quale la palla è stata lanciata

esempio U un'energia

i cui valori non sono imp. in assoluto, ma sono imp. le differenze,



$$E_i = \frac{1}{2} M V_0^2 + M g z \quad \text{ma } z = 0$$

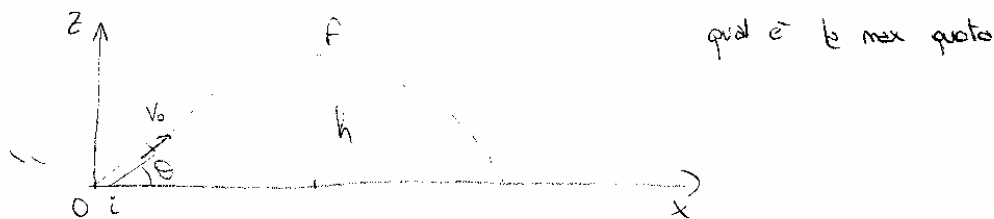
$$E_f = \frac{1}{2} M V_f^2 + \phi$$

$$E_f = \frac{1}{2} M v^2 + M g z \quad \text{ma } v=0 \quad (\text{è acceleraz. no!})$$

$$E_f = \phi + M g z_f$$

$$\Rightarrow \left| z_f = \frac{\frac{1}{2} M v_0^2}{M g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \right| \quad z_f = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

(11)



posso applicare il principio di conserv. ?

sì, da un istante dopo lo sparo ad un istante prima dell'impatto a terra

In qst arco di tempo, l'unica forza presente è la forza peso.

$$E_i = \frac{1}{2} M v_0^2 + \phi$$

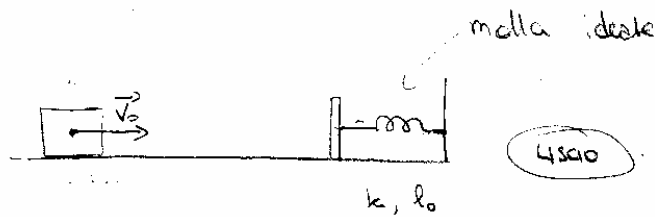
$$v_0^2 = v_x^2 + v_z^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} M v_x^2 + M g h = \frac{1}{2} M (v_0 \cos \theta)^2 + M g h$$

$$v_z = 0 \quad v_x(t) = v_0 \cos \theta \quad \text{cost.}$$

$$E_i = E_f \quad \text{--- continua ---}$$

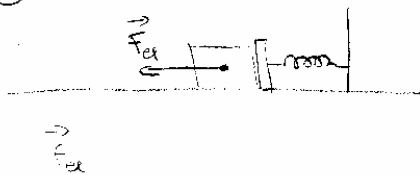
III



quant'è la max compressione Δx della molla quando viene arrestato il corpo?

Le uniche forze presenti sono mg e $\vec{N}$

f



Le forze che ho sono: $\vec{F}_{el}$: conserv.
 mg : conserv.
 $\vec{N}$: ? ma so che non compie lavoro

$$dL_N = \vec{N} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$dL_c = 0 \Rightarrow \text{perché } mg \perp d\vec{s} \text{ istante per istante}$$

$$\Delta U = 0$$

$\vec{F}_{el}$ compie un lavoro negativo, cioè rallenta la massa

$$\left(\text{perché } \Delta T = 0 \Rightarrow v_f < 0 \right)$$

① ∇ istante prima del contatto con la molla

$$E_i = \frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} k (\underbrace{l_0 - l_0}_0)^2$$

allungamento = 0 perché si è appena

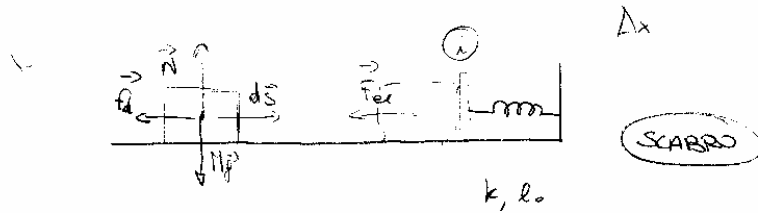
$$a = -\frac{k \Delta x}{M}$$

$$E_i = \frac{1}{2} M v_0^2$$

② istante in cui la molla è massimamente compressa
quindi $v = 0$ ma $a \neq 0$

$$E_f = 0 + \frac{1}{2} k (\underbrace{l - l_0}_{\Delta x})^2$$

(IV)



μ_d

essendo $\vec{f}_d$ una forza non conservativa, che compie lavoro,
non posso applicare il principio di conservazione

Applico il teorema delle forze vive

$$L_{nc} = E_f - E_i$$

(i) è l'istante in cui la massa entra in contatto con la molla

$\Rightarrow v_0$ è la velocità con cui il corpo tocca la molla (che è < delle
vel. di partenza)
che ha la massa possiede

$$E_i = \frac{1}{2} M v_0^2 + \overset{\text{energia potenziale elastica}}{\phi}$$

(f) istante in cui la molla raggiunge la max compressione

$$E_f = \phi + \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$$\begin{cases} E_i = \frac{1}{2} M v_0^2 \\ E_f = \phi + \frac{1}{2} k \Delta x^2 \end{cases}$$

$$L_{nc} = E_f - E_i = \frac{1}{2} k \Delta x^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 < 0 \quad \text{= il lavoro compiuto dalle forze d'attrito è sempre resistente}$$

per applicare il teorema delle forze vive devo calcolare L_{nc}

$$L_{nc} = \int_i^f \vec{f}_d \cdot d\vec{S}$$

perché $\vec{N}$ è antiparallela

$$d\vec{S} = dx \hat{i} \quad \vec{f}_d = -\mu_d H g \hat{i}$$

$$L_{nc} = \int \vec{F}_d \cdot d\vec{s} = \int_{x_i}^{x_f} (-\mu_d M g \hat{z}) \cdot (dx \hat{z}) =$$

$$= -\mu_d M g \underbrace{(x_f - x_i)}_{\Delta x}$$

$$a = -\frac{k \Delta x}{M}$$

$$-\mu_d M g \Delta x = \frac{1}{2} k \Delta x^2 - \frac{1}{2} M v_0^2$$

in pst caso $\Delta x < \Delta x_{in \text{ assenza di attrito}}$

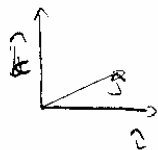
EQUILIBRIO

Un punto materiale è in equilibrio se $\vec{F} = 0$ ^{condizione di} ^{risultante delle forze agenti}

• i casi sono: il corpo o è fermo o è in moto rettilineo uniforme

• consideriamo il caso in cui le $\vec{F}$ sono conservative:

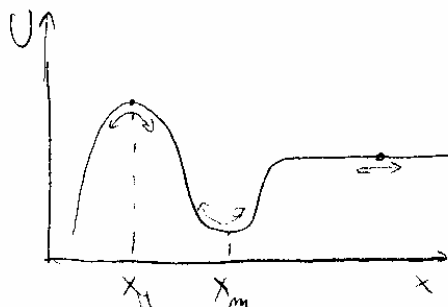
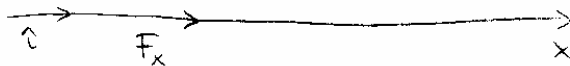
$$\vec{F}_{cons} = 0$$



$$\vec{F} = \left(-\frac{\partial U}{\partial x}\right) \hat{i} + \left(-\frac{\partial U}{\partial y}\right) \hat{j} + \left(-\frac{\partial U}{\partial z}\right) \hat{k}$$

caso: moto rettilineo $\Rightarrow$ l'unica componente importante è quella che ~~è presente~~ ^{è quella che} ~~è lungo~~ ^{è lungo} x

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$



punto stazionario (derivata = 0) : $\begin{cases} \rightarrow \text{max} \\ \rightarrow \text{min} \\ \rightarrow \text{flesso o tg orizz} \end{cases}$

1) $x_m \rightarrow \text{max}$

$$F_x = 0$$

punto di equilibrio INSTABILE : punto in cui vi è un max dell'energia potenziale

$$F_x dx = -dU > 0$$

se mi sposto lungo x , la mia forza non è di richiamo, ma tende ad allontanare dal punto di equilibrio, infatti F_x e dx hanno lo stesso verso (prodotto positivo) (palline sulle punte delle lancie)

2) $x_m \rightarrow \text{min}$

$$F_x = 0$$

se mi sposto di un dx , U aumenta quindi

$$F_x dx = -dU < 0$$

La forza è di richiamo poiché F_x e dx hanno verso opposto (es. palline nella ciotola)

punto di equilibrio STABILE

3)

$$F_x = 0$$

$$F_x dx = -dU = 0$$

$\rightarrow$ la forza anche se mi sposto di un dx è nulla

punto di equilibrio INDIFFERENTE : anche se mi sposto di un dx mi trovo in altri punti di equilibrio (es. foglietto su un piano orizz.)