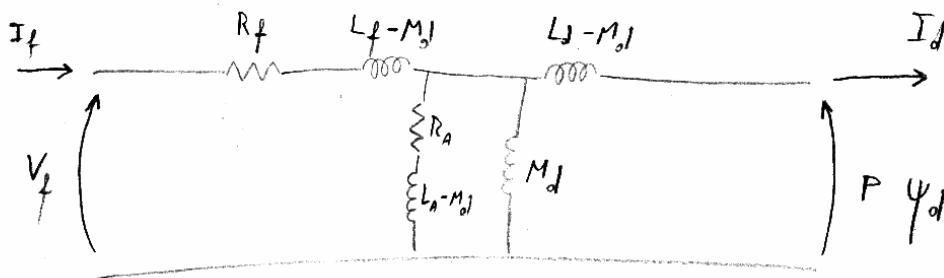


LEZIONE DEL 12/03/2007

30

EQUIVALENTE DELLA MACCHINA SINCRONA IN VARIABILI TRASFORMATE.

CON RIFERIMENTO AL MODELLO DI MACCHINA, SECONDO LA TRASFORMATA DI PARK, IL CIRCUITO DI ASSE DIRETTO, AL NETTO DELL'EQUILIBRIO ELETTRICO DI STATORE, È:



DOVE, SI RIBADISCE, È STATA LASCIATA FUORI LA PARTE DI EQUILIBRIO ELETTRICO: $V_{d1} = -R I_{d1} + p \Psi_{d1} - s \Psi_{q1}$
OGGETTO DI STUDIO È, A QUESTO PUNTO, DEFINIRE I LEGAMI TRA LE 4 GRANDEZZE CHE ANIMANO QUESTO DOPIO DIPOLO, A RIGORE SI AVREBBERO ALTRE 2 GRANDEZZE RIGUARDANTI LA GABBIA SMORZATRICE, MA IL FATTO CHE I MORSETTI DI TALE AVVOLGIMENTO (PERALTRA FISICAMENTE IRRICONOSCIBILE COME TALE) SIANO INACCESSIBILI RENDE SUPERFLUO CONSIDERARE TALI GRANDEZZE COME INGRESSI/USCITE DEL SISTEMA.
LE DUE GRANDEZZE DI INGRESSO, INTUITIVAMENTE, SONO:

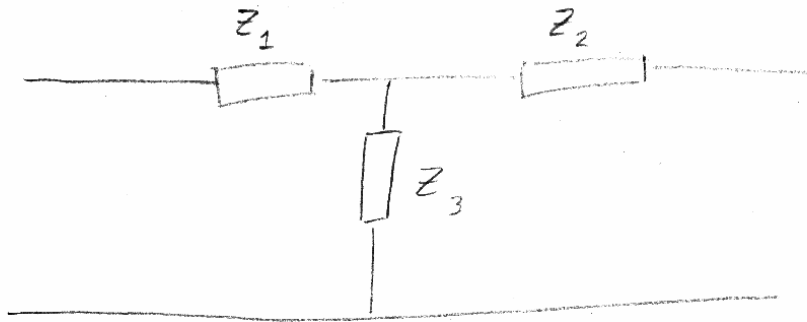
- TENSIONE DI ECCITAZIONE V_f

- CORRENTE DI STATORE I_{d1}

LA CORRENTE DI STATORE È DA CONSIDERARE GRANDEZZA DI INGRESSO IN QUANTO IL CARICO LO SCEGLIAMO NOI.

A TAL FINE, ABBANDONANDO LA CORRENTE E LA TENSIONE DELLE GABBIE SMORZATRICI AD UN EFFETTO EQUIVALENTE, CHE INTERVIENE COMUNQUE NELLA DINAMICA DEL SISTEMA, LO SCHEMA DI ASSE DIRETTO SI RIDUCE AD UN EQUIVALENTE CIRCUITO A "T".

31



DOVE:

$$Z_1 = R_f + P(L_f - M_{o1})$$

$$Z_2 = P(L_{o1} - M_{o1})$$

$$Z_3 = \frac{P M_{o1} (R_A + P(L_A - M_{o1}))}{R_A + P L_A}$$

LA MATRICE CHE LEGA TENSIONI E CORRENTI DI QUESTO DOPPIO BIPOLARE È:

$$\begin{cases} V_f = Z_{11} I_f - Z_{12} I_d \\ P \psi_d = Z_{21} I_f - Z_{22} I_d \end{cases}$$

DOVE:

$$Z_{11} \triangleq \left. \frac{V_f}{I_f} \right|_{I_d=0} = Z_1 + Z_3$$

$$Z_{12} \triangleq \left. \frac{V_f}{I_d} \right|_{I_f=0} = Z_3$$

$$Z_{21} \triangleq \left. \frac{P \psi_d}{I_f} \right|_{I_d=0} = Z_3$$

$$Z_{22} \triangleq Z_2 + Z_3$$

SI TRATTA, IN QUALCHE MODO, DI UNA RAPPRESENTAZIONE PIUTTOSTO (32)
IBRIDA, PERCHÉ SI NOTA CHE LE TENSIONI SONO FUNZIONI
DELLE ALTRE TENSIONI,

DALLA II EQUAZIONE CALCOLIAMO:

$$V_o = \frac{Z_{21}}{P} I_f - \frac{Z_{22}}{P} I_o$$

DALLA I EQUAZIONE, A SUA VOLTA:

$$I_f = \frac{V_f}{Z_{11}} + \frac{Z_{12}}{Z_{11}} I_o$$

SOSTITUENDO LA I NELLA II:

$$V_o = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \cdot \frac{V_f}{P} + \frac{Z_{21} \cdot Z_{12}}{Z_{11}} \frac{I_o}{P} - \frac{Z_{22}}{P} I_o = \frac{Z_{21}}{Z_{11} \cdot P} V_f + \frac{Z_{21} Z_{12} - Z_{22} Z_{11}}{Z_{11} \cdot P} I_o$$

LA MATRICE PUO' ESSERE, PERTANTO, RISCritta COME:

$$\begin{cases} V_o = A(P) V_f - L(P) I_o \\ I_f = B(P) V_f + P \cdot A(P) I_o \end{cases}$$

QUESTA È UNA RAPPRESENTAZIONE, IN VARIABILI OPERATORIALI,
DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DELL'ASSE DIRETTO, IN CUI:

$$[A(P)] = [\text{sec.}] \rightarrow \text{È UN TEMPO}$$

$$[B(P)] = \frac{1}{[\Omega]} \rightarrow \text{È UN'AMMETTENZA}$$

SI NOTI CHE IL SEGNO MENO AL 2° MEMBRO DELLA 1ª
EQUAZIONE RISPONDE ALLA CONVENZIONE USATA PER
IL MODELLO.

PIU' IN DETTAGLIO SONO:

33

$$A(P) = \frac{M_d}{R_f} \cdot \frac{1 + P \frac{L_A - M_d}{R_A}}{D(P)}$$

$$B(P) = \frac{1}{R_f} \cdot \frac{1 + P \frac{L_A}{R_A}}{D(P)}$$

$$L_d(P) = L_d \cdot \frac{E(P) + F(P) + 1}{D(P)}$$

:::DOVE:::

$$D(P) = P^2 \left(\frac{L_A L_f - M_d^2}{R_A L_f} \right) + P \left(\frac{L_f}{R_f} + \frac{L_A}{R_A} \right) + 1$$

$$E(P) = P^2 \frac{L_A L_f - M_d^2 - \frac{M_d^2}{L_d} (L_A + L_f - 2M_d)}{R_A R_f}$$

$$F(P) = P \left[\frac{L_f}{R_f} + \frac{L_A}{R_A} - \frac{M_d^2}{L_d} \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_f} \right) \right]$$

TUTTI I DENOMINATORI SONO UGUALI ($D(P)$). CIO' IN QUANTO $A(P)$, $B(P)$ E $L_d(P)$ FANNO RIFERIMENTO ALLO STESSO SISTEMA $\Rightarrow$ I POLI SONO SEMPRE GLI STESSI.

OSSERVIAMO CHE IL MODELLO NON PRESENTA CONDENSATORI, MA E' SEMPLICEMENTE OHMICO-INDUTTIVO $\Leftrightarrow$ NON CI SONO MODI OSCILLANTI $\Leftrightarrow$ I POLI SONO SENZ'ALTRO REALI.

QUESTA OSSERVAZIONE CI PERMETTE DI ESPRIMERE I PRODOTTI IN TERMINI DI "1 + s τ " (DOVE τ SONO LE COSTANTI DI TEMPO)

NEL SISTEMA RICONOSCIAMO, PERTANTO, I SEGUENTI MODI:

34

$$T_f = \frac{L_f}{R_f}$$

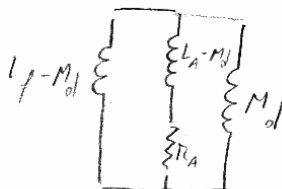
→ COSTANTE DI TEMPO PROPRIA
DEL CIRCUITO DI ECCITAZIONE,
CON GABBIE E STATORE APERTI

$$T_A = \frac{L_A}{R_A}$$

→ COSTANTE DI TEMPO DELLE GABBIE
CON STATORE ED ECCITAZIONE
APERTI

VI SONO INOLTRE:

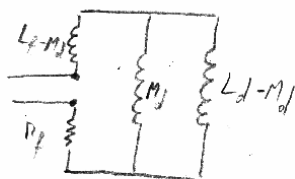
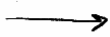
$$T_{Af}$$



COSTANTE DI TEMPO CON
ECCITAZIONE IN
CORTOCIRCUITO E SENZA
RESISTENZA, NONCHÉ
CON STATORE APERTO.

$$V_f = 0 ; I_d = 0 ; R_f = 0$$

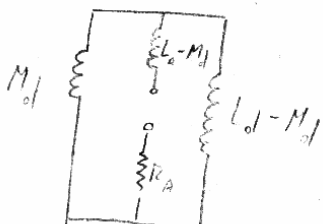
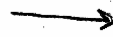
$$T_{fd}$$



CON STATORE IN CORTO,
GABBIA APERTA.

$$P\psi_d = 0 , I_A = 0$$

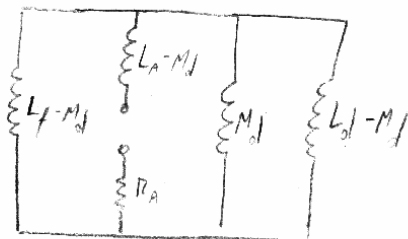
$$T_{Ad}$$



CON STATORE IN
CORTO, ECCITAZIONE
APERTA.

$$P\psi_d = 0 ; I_f = 0$$

$$T_{Afd}$$



CON ECCITAZIONE CHIUSA
IN CORTO NON SU
 R_f , MA SU $L_f - M_d$ E
STATORE IN CORTO

$$V_f = 0 ; R_f = 0 ; P\psi_d = 0$$

(35)

T_{AA} $\longrightarrow$ COSTANTE DI TEMPO
DI DISPERSIONE (RIFERITA ALLE INDUTTANZE
DI DISPERSIONE).

PER QUANTO RIGUARDA IL VALORE DELLE SOPRAELENCATE COSTANTI
DI TEMPO ABBIAMO:

$$\begin{aligned} T_{Af} &\Rightarrow Z = R_A + P(L_A - M_d) + \frac{PM_d(P(L_f - M_d))}{PL_f} = \\ &= \frac{R_A \cdot L_f + PL_A L_f - PM_d L_f + PM_d L_f - PM_d^2}{L_f} = \\ &= R_A + P \left(L_A - \frac{M_d^2}{L_f} \right) \Rightarrow \boxed{T_{Af} = \frac{L_A - \frac{M_d^2}{L_f}}{R_A}} \end{aligned}$$

RAGIONANDO IN MODO ANALOGO PER LE ALTRE COSTANTI SI OTTIENE:

$$\begin{aligned} T_{fd} &= \frac{L_f - \frac{M_d^2}{L_d}}{R_d} ; \quad T_{Ad} = \frac{L_A - \frac{M_d^2}{L_d}}{R_A} ; \\ T_{Afd} &= \frac{L_A - \frac{M_d^2(L_f + L_d - 2M_d)}{L_f L_d - M_d^2}}{R_A} ; \quad T_{AA} = \frac{L_A - M_d}{R_A} \end{aligned}$$

CALCOLIAMO, INOLTRE, COME UTILE ELEMENTO DA SOSTITUIRE IN $A(P)$:

$$T_f \cdot T_{Af} = \frac{L_f}{R_f} \cdot \frac{L_A - \frac{M_d^2}{L_f}}{R_A} = \frac{L_f L_A - M_d^2}{R_f R_A}$$

SOSTITUENDO IN $A(P)$, SI OTTIENE:

$$A(P) = \frac{M_d}{R_f} \cdot \frac{1 + P T_{AA}}{P^2 T_f T_{Af} + P(T_f + T_A) + 1}$$

PARIMENTI, SI HA:

(36)

$$B(p) = \frac{1}{R_f} \cdot \frac{1 + p T_{AA}}{p^2 T_f T_{Af} + p(T_f + T_A) + 1}$$

$$L_d(p) = L_d \cdot \frac{p(T_{fd} + T_{Ad}) + 1 + p^2 T_{Afd} T_{Ad}}{p^2 T_f T_{Af} + p(T_f + T_A) + 1}$$

È UTILE RAGIONARE IN TERMINI DI COSTANTI DI TEMPO IN QUANTO, OLTRE AD UNA MAGGIORE COMPATTEZZA DELLE ESPRESSIONI, SI OTTIENE UNA SINTESI MEGLIO INTERFACCIABILE CON I DATASHEET DELLE MACCHINE, CHE SONO TIPICAMENTE REALIZZATI SECONDO QUESTA LINEA DI RAGIONAMENTO.

ORDINI DI GRANDEZZA DELLE COSTANTI DI TEMPO:

SI RITIENE UTILE DARE UNA SCALATURA DELLE COSTANTI DI TEMPO DEFINITE,

ANZITUTTO, CONFRONTANDO IL CIRCUITO DI ECCITAZIONE CON IL CIRCUITO DELLA GABBIA SMORZATRICE, SI NOTA CHE, NELLA REALTÀ, $R_A \gg R_f$ (CIO' IN QUANTO LO SCOPO DELLA GABBIA È, APPUNTO, QUELLO DI SMORZARE LE PENDOLAZIONI.)

⇒ TUTTE LE COSTANTI DI TEMPO ATTINENTI AL CIRCUITO DI ECCITAZIONE SONO MAGGIORI DI QUELLE CHE RIGUARDANO IL CIRCUITO SMORZATORE:

$$T_{fd} \gg T_{Ad}$$

$$T_{fd} \gg T_{afd} \quad (\text{INOLTRE } T_{Ad} > T_{afd})$$

$$T_f \gg T_A$$

$$T_f \gg T_{Af}$$

ALLA LUCE DI CIÒ SIAMO AUTORIZZATI A FARE
LE SEGUENTI AFFERMAZIONI:

(37)

$$T_f + T_A \simeq T_{fd} + T_{Ad}$$

$$T_{fd} + T_{Ad} \simeq T_{fod} + T_{Aod}$$

PROVIAMO A CONFERIRE ALLA MATRICE IN VARIABILI OPERATORIALI
LA SEGUENTE FORMA:

$$A(p) = \frac{M_d}{R_f} \cdot \frac{1 + p T_{AA}}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})}$$

$$B(p) = \frac{1}{R_f} \cdot \frac{1 + p T_A}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})}$$

$$L_d(p) = L_{d1} \cdot \frac{(1 + p T'_{d1})(1 + p T''_{d1})}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})}$$

PER CONFRONTO SI TROVA CHE DEVONO ESSERE:

$$T'_{d0} + T''_{d0} = T_f + T_A$$

$$T'_{d0} \cdot T''_{d0} = T_f \cdot T_A$$

$$T'_{o1} + T''_{o1} = T_{fod} + T_{Aod}$$

$$T'_{o1} \cdot T''_{o1} = T_{Aod} \cdot T_{Aod}$$

POSSIAMO QUINDI SCRIVERE, DOPO AVER DEFINITO TRANSITORIE (38)
LE COSTANTI CON SINGOLA APICE E SUBTRANSITORIE LE
COSTANTI CON DOPPIO APICE:

TRANSITORIE	SUBTRANSITORIE
$T'_{d0} = T_f$ ASSE DIRETTO A VUOTO	$T''_{d0} = T_{Ap}$ STATORE A VUOTO
$T'_d = T_{fp}$ ASSE DIRETTO IN CORTO	$T''_d = T_{Apd}$ STATORE IN CORTO

A DALMI È POSSIBILE ASSERTIRE CHE:

$$T'_{d0} > T'_d \quad (\text{PERCHÉ IN CORTO AUMENTA L'INDUTTANZA})$$

$$T''_{d0} > T''_d \quad (\text{PER LO STESSO MOTIVO})$$

PARIMENTI:

$$T_A > T_{Ap} \Rightarrow T''_{d0} < T_A$$

$$T_A < T_{fp} \Rightarrow T_A > T''_{d0} \quad (\text{IN QUANTO } R_A \gg R_f)$$

$$T_{AA} < T_{Apd} \Rightarrow T''_d > T_{AA}$$

RIASSUMENDO POSSIAMO DEFINIRE LA SEGUENTE
CATENA DI DISUGUAGLIANZE:

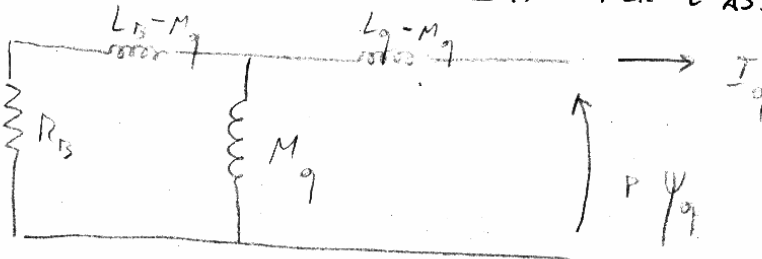
39

$$T'_{d0} > T'_{d1} > T_A > T''_{d0} > T''_{d1} > T_{AA}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $\sim 7 \div 8 \text{ sec.}$ $10 \div 20 \text{ msec.}$

ASSE QUADRATURA:

SI RAGIONA IN MANIERA ANALOGA PER L'ASSE QUADRATURA:



L'EQUILIBRIO MAGNETICO IMPONE:

$$\begin{aligned}
 P \psi_q &= - \left[P(L_q - M_q) + \frac{[R_B + P(L_B - M_q)] P M_q}{R_B + P(L_B - M_q) + P M_q} \right] I_q = \\
 &= \frac{P L_q R_B - P M_q R_B + P^2 L_q L_B - P^2 M_q L_B + R_B \cdot P M_q + P^2 L_B M_q - P^2 M_q^2}{R_B + P L_B} \cdot I_q = \\
 &= -P \frac{L_q R_B + P(L_q L_B - M_q^2)}{R_B + P L_B} I_q = \\
 &= -P \frac{L_q R_B \left(1 + P \left(\frac{L_B}{R_B} - \frac{M_q^2}{L_q R_B}\right)\right)}{R_B \left(1 + P \frac{L_B}{R_B}\right)} I_q
 \end{aligned}$$

INFINE:

(40)

$$\psi_g = -L_g \frac{1 + P \frac{L_B}{R_B} \left(1 + \frac{M_g^2}{L_g R_B}\right)}{1 + P \frac{L_B}{R_B}} \cdot I_g$$

DEFINIAMO LE COSTANTI DI TEMPO ALLO STESSO MODO CHE PER L'ASSE DIRETTO OTTENENDO:

$$\psi_g = -L_g \frac{1 + P T_g''}{1 + P T_{g0}''} \cdot I_g$$

QUESTA UNICA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO ALTRO NON E' CHE UN'INDUTTANZA OPERATORIALE, NON VI E' IL SINGOLO APICE, MA DIRETTAMENTE IL DOPPIO APICE, AD INDICARE L'ANALOGIA CON LA COSTANTE DI TEMPO SUBTRANSITORIA DI ASSE DIRETTO.

EQUILIBRIO ELETTRICO

IMPIEGHIAMO I RISULTATI OTTENUTI PER DESCRIVERE L'EQUILIBRIO ELETTRICO DELLA MACCHINA:

$$\begin{cases} V_d = -R I_d + P \psi_d - \omega \psi_g \\ \psi_d = A(P) V_f - L_d(P) I_d \\ I_f = B(P) V_f - P A(P) I_d \\ V_g = -R I_g + P \psi_g + \omega \psi_d \\ \psi_g = -L_g(P) I_g \end{cases}$$

NOTA:

ψ_d E ψ_f NON COMPaiono PIU', MA INTERVENGONO UGUALMENTE A DESCRIVERE LA DINAMICA DELLA MACCHINA

È DA FAR PRESENTE CHE NEL COMPUTO DELLA TRATTAZIONE TESTE ESPOSTA NON INTERVIENE LA COMPONENTE DI ASSE OMOPOLORE PERCHÉ SI È TACITAMENTE IPOTIZZATO DI MODELLIZZARE UNA MACCHINA A 3 FILI, (41)

PARAMETRI QUASISTATICI:

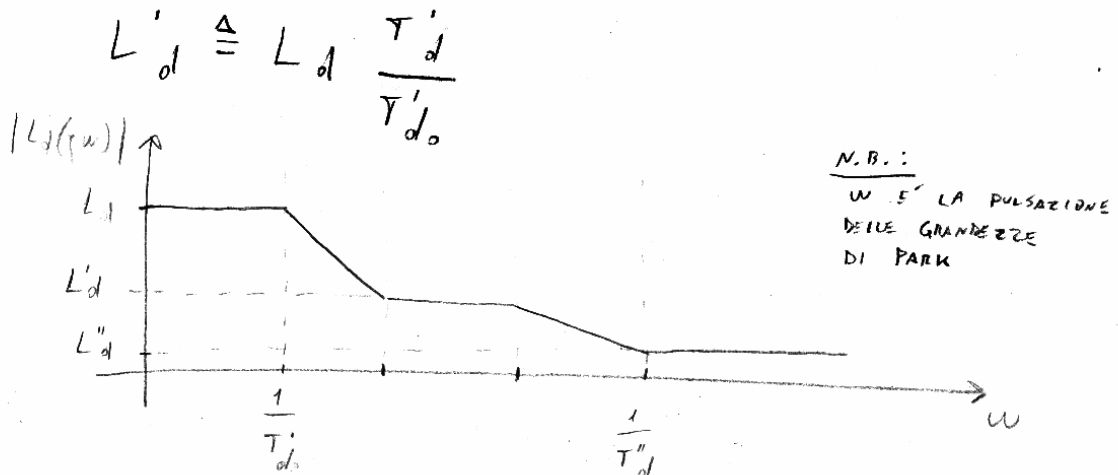
SI DEFINISCE INDUTTANZA SINCRONA DI ASSE DIRETTO IL GUADAGNO STATICO:

$$L_{d1} = [L_d(P)]_{P=0} = L_{d1}$$

SI DEFINISCE INDUTTANZA SUBTRANSITORIA DI ASSE DIRETTO:

$$L''_{d1} = \lim_{P \rightarrow \infty} L_{d1}(P) = L_{d1} \frac{T'_d T''_{d1}}{T'_{d1} T''_{d0}}$$

PER INTERPRETARE UNA "INDUTTANZA TRANSITORIA" CI SERVIAMO DEI DIAGRAMMI DI BODE:



L'INDUTTANZA DI ASSE QUADRATURA È:

$$L_q = [L_q(P)]_{P=0} = L_q ; \quad L''_q = \lim_{P \rightarrow \infty} L_q(P) = L_q \frac{T''_q}{T'_{q0}}$$