

LEZIONE DEL 07/03/2007

19

... CONTINUO DELL'ESERCIZIO.

SOTTO OPPORTUNE IPOTESI ABBIAMO AFFERMATO CHE:

$$\frac{B_{M2}}{B_{A2}} = \frac{\mu_A}{\mu_m} \Rightarrow B_{M2} = \frac{\mu_A}{\mu_m} B_{A2}$$

EQUAZIONE MAGNETICA:

$$F_{MM1} = B_{A2} \cdot \frac{E_A}{\mu_0} + B_{A2} \frac{\mu_A}{\mu_m} \cdot \frac{l-a}{\mu_m} - F_{MMC} (*)$$

DOVE

F_{MMC} = FORZA MAGNETO MOTRICE
COERCITIVA = $E_m \cdot H_c$

ASSOCIANDO ALLO STRATO ARIA + MAGNETE UN
EQUIVALENTE STRATO DI ARIA, OVVERO:

$$E_{eq} = E_A + E_m \left(\frac{\mu_0}{\mu_m} \right) \left(\frac{\mu_A}{\mu_m} \right)$$

POSSIAMO RISCRIVERE LA (*) NEL SEGUENTE MODO

$$F_{MM1} = \frac{B_{A2}}{\mu_0} E_{eq} - F_{MMC}$$

CHE, RISOLTA RISPETTO A B_{A2} ASSUME LA FORMA:

$$B_{A2} = \mu_0 \frac{F_{MM1} + F_{MMC}}{E_{eq}} = \mu_0 \frac{F_{MMT}}{E_{eq}}$$

OVVERO POSSIAMO SOMMARE GLI EFFETTI DEI MAGNETI
E DELLA BOBINA AD OTTENERE UNA FORZA MAGNETO
MOTRICE EQUIVALENTE.

VOGLIAMO ADESSO PASSARE ALLO STUDIO DEL SISTEMA
IN VARIABILI DI STATO FLUSSI :

(20)

$$\psi(i, \bar{x}) = -N \cdot B_{A2} \cdot 2\pi r_a \cdot h_2(\bar{x})$$

DOVE:

N = NUMERO DI SPIRE DELLA
BOBINETTA

$$h_2(\bar{x}) = x_1 + h \cdot x_2$$

VOLENDO STUDIARE LA DIPENDENZA DI $\psi(i, \bar{x})$ DALLA
CORRENTE i E DALLE VARIABILI LAGRANGIANE $\bar{x}$,
OSSERVIAMO CHE:

$$r_a = \text{costante}$$

$$h_2 = f(\bar{x})$$

$$B_{A2} = f(i)$$

RACCOLGENDO LE COSTANTI ED ESPLICITANDO LE
VARIABILI CAUSA NELLA DINAMICA DEL SISTEMA:

$$\psi(i, \bar{x}) = -2\pi \frac{r_a}{E_{eq}} N \mu_0 [-Ni + F_{MMC}] (h + x_1 - x_2)$$

OPERIAMO A QUESTO PUNTO LA DECOMPOSIZIONE
PSEUDO-LINEARE:

$$\psi_0(\bar{x}) = 2\pi r_a \cdot h_2(x) \cdot \mu_0 \frac{F_{MMC}}{E_{eq}} \cdot N$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{(SUPERFICIE)} \cdot \text{(CAMPO } \vec{B})} = \text{FLUSSO}$$

PER QUANTO RIGUARDA LA QUOTA INCREMENTALE:

(21)

$$\psi_I(i, \bar{x}) = \underbrace{2\pi \mu_0 \left(\frac{r_a}{\epsilon_{eq}} \right) \cdot h_2(\bar{x}) \cdot N^2 I}_{\text{QUESTA È UNA PERMEANZA}}$$

$$= L_I(\bar{x}) \cdot i$$

SI OSSERVA CHE LA DIPENDENZA DALLA CORRENTE È LINEARE.

PER QUANTO RIGUARDA L'EQUILIBRIO ELETTRICO ABBIAMO:

$$V(t) = V_R(t) + V_E(t)$$

$$\begin{array}{l} \text{L} \\ \text{R } i(t) \end{array} \quad V_E = \frac{d\psi}{dt} = \underbrace{V_{EL}(t)}_{\text{COMPONENTE TRASFORMATRICE}} + \underbrace{V_{EM}(t)}_{\text{COMPONENTE MOZIONALE}}$$

$$V_{EL} = L(\bar{x}) \frac{di}{dt}$$

$$V_{EM} = M(\bar{x}, i) \cdot \frac{d\bar{x}}{dt} \quad \text{DOVE} \quad M(i, \bar{x}) = \frac{\partial \psi(i, \bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = M_0(\bar{x}) + M_I(i, \bar{x})$$

$$M_0(\bar{x}) = \frac{\partial \psi_0(\bar{x})}{\partial \bar{x}^T} = -2\pi \mu_0 \frac{r_a}{\epsilon_{eq}} \cdot F_{mc} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$M_I(\bar{x}, i) = \frac{\partial \psi_i}{\partial \bar{x}} = i \cdot \frac{dL(\bar{x})}{d\bar{x}^T} = 2\pi \frac{r_a}{\epsilon_{eq}} \cdot \mu_0 \cdot N^2 i \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

SI NOTA CHE M NON È FUNZIONE DI $\bar{x}$

POSSIAMO A QUESTO PUNTO STUDIARE IL COMPORTAMENTO (22)
ELETTROMECCANICO:

$$\overline{W}_E = \frac{d\overline{Y}^T}{d\overline{x}} \cdot \overline{F}_E \quad [W_E] = [N]$$

$$\overline{W}_E = \int_?^i c_M^T(i, \overline{x}) di$$

IL PRIMO ESTREMO DI INTEGRAZIONE LO SCEGLIAMO
IN BASE AD UNA DELLE 2 CONDIZIONI CANONICHE:

1 - $i_0(\overline{x})$ TALE CHE $\vec{B}(\overline{y}, \overline{x}, i_0(\overline{x})) = 0 \quad \forall \overline{y}, \overline{x}$

2 - $i_0(\overline{x})$ TALE CHE L'ENERGIA SIA COSTANTE
PER CORRENTI NULLE

LA PRIMA CONDIZIONE NON PUO' ESSERE OTTENUTA PER
ALCUNA i_0 PERCHÉ LA REGIONE 1 DEL SISTEMA
(VEDASI SCHEMA LEZ. PREC.) PRESENTA UN CAMPO CHE
NON DIPENDE DA i (DOVREMMO IMPORRE $x_1 = 0$)

LA SECONDA CONDIZIONE E' INVECE OTTENUTA PER $i = 0$

$$\Rightarrow \overline{W}_E = \int_0^i c_M^T(i, \overline{x}) di = \int_0^i 2\pi \frac{\mu_0}{E_{eq}} M_0 N (N \cdot i - F_{MMC}) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} di$$

$$= 2\pi \frac{\mu_0}{E_{eq}} M_0 N \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \left(N \frac{i^2}{2} - F_{MMC} i \right)$$

LE 2 COMPONENTI DI $\overline{W}_E$ SONO OPPOSITE E UGUALI. INOLTRE
NON DIPENDONO DA $\overline{x}$.

CONFRONTO CON L'APPROCCIO "CLASSICO"

23

QUESTO ESERCIZIO SAREBBE STATO RISOLVIBILE ANCHE CON APPROCCIO CLASSICO, OTTENENDO UN RISULTATO AFFETTO DA GRAVI ERRORI.

AD ESEMPIO, AVVALENDOCI DELL'ESPRESSIONE DELLA FORZA DI LORENTZ AVREMMO OTTENUTO

$$F_B = \underbrace{2\pi}_{L} \underbrace{z_a}_{B} \cdot \underbrace{B_A}_{I} \cdot N \cdot i$$

DOVE, PER RAGIONI GEOMETRICHE, È STATO POSSIBILE ELIMINARE IL PRODOTTO VETTORIALE.

CI CHIEDIAMO SE QUESTO RISULTATO È UGUALE A QUELLO PRECEDENTEMENTE OTTENUTO:

$$2\pi z_a \cdot B_A \cdot i \cdot N \stackrel{?}{=} -2\pi \frac{z_a}{\epsilon_{eq}} \mu_0 N \left(\frac{Ni^2}{2} - F_{MNC} \cdot i \right)$$

L'UGUAGLIANZA È SODDISFATTA SE:

$$B_A = \frac{\mu_0 \left(F_{MNC} - \left(\frac{Ni^2}{2} \right) \right)}{\epsilon_{eq}}$$

→ OVVERO A PATTO DI CONSIDERARE UN CAMPO MEDIO

$$B_A = \frac{B_{A1} + B_{A2}}{2}$$

IL FATTO DI TRASCURARE GLI EFFETTI DELLA CORRENTE PUÒ PORTARE A COMMITTERE GRAVI ERRORI ANCHE SUL COMPORTAMENTO QUALITATIVO DEL SISTEMA