

ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA
INGEGNERIA INFORMATICA (PROF. ACCASCINA)
PROVA SCRITTA DEL 22 GENNAIO 2001
Tempo assegnato: 2 ore e 30 minuti

PRIMO ESERCIZIO [10 punti]

Sia dato il sottoinsieme A di \mathbf{N}^3 così definito:

$$A = \{(x, y, z) \mid x + b = 4z + 5 = 4y + 1, \ 1 \leq b \leq 2\}$$

Si determini una corrispondenza biunivoca

$$f : N \longrightarrow A$$

e si calcoli $f(1000)$

N. B.: l'insieme \mathbf{N} non comprende il numero 0.

SECONDO ESERCIZIO [10 punti]

Si determini l'insieme V delle soluzioni in Z_7 del seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + [2]_7 y + [3]_7 z &= [1]_7 \\ [6]_7 x + [5]_7 y + [4]_7 z &= [6]_7 \\ x + y + z &= [1]_7 \end{cases}$$

Dimostrare che V è una varietà affine dello spazio vettoriale Z_7^3 su Z_7 e calcolarne la dimensione.

TERZO ESERCIZIO [10 punti]

Si consideri la matrice a coefficienti reali:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Si determini la forma canonica di Jordan J di A e si trovino due matrici invertibili M tali che $J = M^{-1}AM$.
2. Si calcoli $\log A$.